

УДК 621.301

Б.Т. Кононов, Е.А. Кононова, А.А. Мушаров

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## ФЕРРОРЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ С ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ ПОТЕРЬ НАПРЯЖЕНИЯ

В статье предложены соотношения, позволяющие проанализировать явления феррорезонанса токов и феррорезонанса напряжений, возникающих в электрических сетях с компенсацией потерь напряжения.

**Ключевые слова:** феррорезонанс, компенсация потерь напряжения, электрическая сеть с выпрямительной нагрузкой, высшие гармонические составляющие.

### Введение

**Постановка проблемы.** Для уменьшения потерь напряжения в электрических сетях систем электропитания применяют поперечную и продольную емкостную компенсацию. При этом стремятся выбирать емкость конденсаторов, включенных параллельно нагрузке или последовательно с обмоткой высокого напряжения трансформатора так, чтобы максимально снизить результирующую реактивную проводимость или результирующее реактивное сопротивление параллельного или последовательного LC-контура. В системах электроснабжения, значительная часть нагрузки которых образована тяговыми подстанциями, искажающими форму кривой питающего напряжения, применение емкостной компенсации сопряжено с появлением явления феррорезонанса, вызывающего рост высших гармонических составляющих питающего напряжения и приводящего к нежелательным последствиям.

**Анализ литературы.** Явление феррорезонанса рассмотрено в [1]. Основное внимание в [1] уделено выяснению зависимостей  $I = f(U)$  в случае феррорезонанса токов и  $U = f(I)$  в случае феррорезонанса напряжений. В [1] предложено использовать уравнение Дуффинга [2] для анализа явления феррорезонанса напряжений. Вместе с тем, при решении уравнения Дуффинга не учитывается влияние высших гармонических составляющих, в частности, третьей гармонической составляющей, амплитуда которой может превысить амплитуду первой гармоники. Тем самым, приведенное в [1] соотношение, устанавливающее влияние частоты на характер зависимости  $U = f(I)$ , только приближенно описывает явление феррорезонанса напряжений. Рассмотрение явления феррорезонанса токов ограничено в [1] лишь объяснением вольт-амперных характеристик электрической цепи в целом и ее отдельных элементов.

**Целью** настоящей статьи является получение аналитических соотношений, описывающих явления феррорезонанса токов и феррорезонанса напряжений при компенсации потерь напряжения в электрических сетях с выпрямительной нагрузкой.

### Основной материал

Рассмотрим, прежде всего, особенности явления феррорезонанса токов, возникающего в электрической цепи, показанной на рис. 1, содержащей параллельно включенные катушку с ферромагнитным сердечником  $L_K$  и емкость  $C$ . Такая схема соответствует варианту поперечной емкостной компенсации потерь напряжения и получена при допущении о том, что возможно пренебречь активным сопротивлением силового трансформатора.

Для рассматриваемой схемы, суммарный ток  $I$  равен геометрической сумме токов ее ветвей

$$\dot{I} = \dot{I}_K + \dot{I}_C. \quad (1)$$

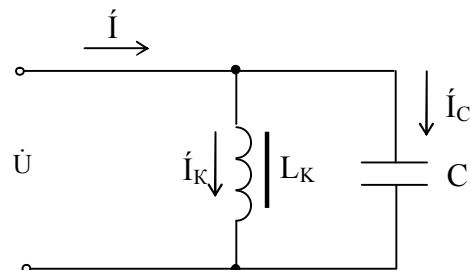


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения для варианта поперечной компенсации потерь напряжения

Поскольку для рассматриваемой схемы напряжения, приложенные к ее ветвям, одинаковы, постольку справедливо следующее равенство:

$$U_C = U_K = \frac{d\psi}{dt}, \quad (2)$$

где  $\psi$  – потокосцепление катушки с ферромагнитным сердечником;  $U_C = \frac{q}{c}$  – напряжение на конденсаторе, определяемое его зарядом  $q$  и емкостью  $c$ .

Мгновенное значение тока  $i_C$  определяется изменением заряда во времени, то есть

$$i_C = \frac{dq}{dt}. \quad (3)$$

Сопоставим (2) и (3), получим, что

$$i_C = C \frac{d^2 \psi}{dt^2}. \quad (4)$$

Следуя [1], мгновенное значение тока в катушке  $i_K$  аппроксимируем укороченным полиномом третьей степени

$$i_K = a_1 \psi + a_2 \psi^3, \quad (5)$$

где  $a_1, a_2$  – соответствующие коэффициенты в степенном полиноме.

Учитывая соотношения (1), (4) и (5), получим, что мгновенное значение результирующего тока равно

$$i = C \frac{d^2 \psi}{dt^2} + a_1 \psi + a_2 \psi^3. \quad (6)$$

Исходя из допущения о том, что ток в системе электроснабжения, содержащей тяговые подстанции и имеющей выпрямительную нагрузку, можно представить в виде знакопеременной прямоугольной функции, удовлетворяющей следующим условиям:

$$i(\omega t) = \begin{cases} I_{\max} & \text{при } 0 < \omega t < \pi; \\ -I_{\max} & \text{при } \pi < \omega t < 2\pi, \end{cases} \quad (7)$$

найдем аналитическое выражение для мгновенного значения тока в рассматриваемой цепи. Знакопеременная функция (7) является нечетной функцией, симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени. Результат разложения этой функции в ряд Фурье не содержит постоянной составляющей, косинусоид и четных синусоид. Ограничиваясь двумя составляющими разложения функции (7) в ряд Фурье, получим

$$i(\omega t) \approx \frac{4}{\pi} I_{\max} \left( \sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} \right). \quad (8)$$

Объединяя соотношения (6) и (8) и учитывая стандартную форму представления дифференциальных уравнений, получим

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{a_1 \psi}{c} + \frac{a_2 \psi^3}{c} = \frac{4}{\pi c} I_{\max} \left( \sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} \right). \quad (9)$$

$$\text{Введя замены } \frac{a_1}{c} = \omega_0^2; \quad \frac{a_2}{c} = h; \quad \frac{4}{\pi \cdot c} I_{\max} = B,$$

получим

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \omega_0^2 \psi + h \psi^3 = B \left( \sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} \right). \quad (10)$$

Решение уравнения (10) будем искать в виде  $\psi = A \sin \omega t$ . Таким образом (10) преобразуется к следующему равенству

$$\begin{aligned} (-\omega^2 A + \omega_0^2 A) \sin \omega t + h A^3 \sin^3 \omega t = \\ = B \left( \sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Исходя из того, что

$$\sin^3 \omega t = \frac{1}{4} (3 \sin \omega t - \sin 3\omega t)$$

и приравнявая коэффициенты при  $\sin \omega t$  и  $\sin 3\omega t$ , получим

$$A(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{3}{4} h A^3 = B; \quad -\frac{1}{4} h A^3 = \frac{B}{3}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что

$$h = -\frac{4}{3} \frac{B}{A^3}; \quad A = \frac{2B}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (13)$$

Полученные соотношения возможно использовать и для описания резонансных процессов в случае линейной зависимости тока от потокосцепления. При этом, поскольку коэффициент  $a_1 = \frac{1}{C}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ , коэффициент  $a_2 = 0$  и, соответственно,  $h = 0$ , а  $A = \frac{B}{\omega_0^2 - \omega^2}$ . Очевидно, что эффект нелинейности

проявляется в возрастании вдвое абсолютной величины коэффициента  $A$ , меняющего свой знак при  $\omega > \omega_0$ , и соответственно изменяющего фазу тока

относительно напряжения с  $-\frac{\pi}{2}$  на  $+\frac{\pi}{2}$ . При этом первая гармоника тока в электрической цепи возрастет более, чем в два раза, а третья гармоническая составляющая тока увеличивается в восемь раз.

Рассмотрим далее особенности явления феррорезонанса напряжений, возникающего в электрической цепи, показанной на рис. 2 и содержащей последовательно включенные катушку с ферромагнитным сердечником  $L_K$  и емкость  $C$ . Такая схема соответствует варианту продольной емкостной компенсации потерь напряжения. Эквивалентная схема получена при допущении о том, что возможно пренебречь активным сопротивлением линии и трансформатора.

Для схемы, показанной на рис. 2, уравнение баланса напряжений имеет вид:

$$u_K + u_C = u. \quad (14)$$

Поскольку  $u_K = \frac{d\psi}{dt}$ ,  $u_C = \frac{q}{C}$ , а мгновенное значение напряжения в системе электроснабжения, содержащей выпрямительную нагрузку, можно представить знакопеременной прямоугольной функцией вида

$$u(\omega t) = \begin{cases} U_{\max} & \text{при } 0 < \omega t < \pi; \\ -U_{\max} & \text{при } \pi < \omega t < 2\pi, \end{cases} \quad (15)$$

поскольку равенство (6) запишем следующим образом

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{q}{C} \approx \frac{4}{\pi} \left( U_{\max} \sin \omega t + U_{\max} \frac{\sin 3\omega t}{3} \right). \quad (16)$$

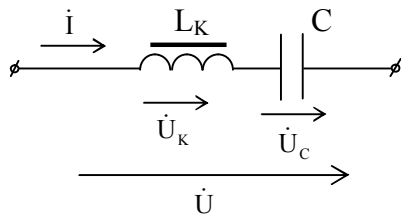


Рис. 2. Эквивалентная схема замещения для варианта продольной емкостной компенсации потерь напряжения

В (16) учтено, что результат разложения знакопеременной функции (15) в ряд Фурье представлен первой и третьей гармонической составляющей. Как и ранее, ток в катушке  $i_K$  аппроксимируем укороченным полиномом третьей степени вида (5).

После дифференцирования соотношение (16) получим

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{a_1\psi}{c} + \frac{a_2\psi^3}{c} = \frac{4}{\pi} U_{\max} \omega (\cos \omega t + \cos 3\omega t). \quad (17)$$

Решение уравнения (17) будем искать в виде  $\psi = C \cos \omega t$ . Используя обозначения, применяемые при решении уравнения (9), и введя замену  $\frac{4}{\pi} U_{\max} \omega = D$ , получим

$$\begin{aligned} (-\omega^2 C + \omega_0^2 C) \cos \omega t + h C^3 \cos^3 \omega t = \\ = D (\cos \omega t + \cos 3\omega t). \end{aligned} \quad (18)$$

Учитывая, что  $\cos^3 \omega t = \frac{1}{4}(3 \cos \omega t + \cos 3\omega t)$  и приравнявая коэффициенты при составляющих содержащих  $\cos \omega t$  и  $\cos 3\omega t$ , получим

$$-\omega^2 C + \omega_0^2 C + \frac{3}{4} h C^3 = D; \quad \frac{1}{4} h C^3 = D. \quad (19)$$

Используя (19), получим, что

$$h = \frac{4D}{C^3}; \quad a \quad C = \frac{2D}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad (20)$$

### ФЕРРЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖАХ З ПОПЕРЕЧНОЮ І ПОВЗДОВЖНОЮ КОМПЕНСАЦІЄЮ ВТРАТ НАПРУГИ

Б.Т. Кононов, Е.А. Кононова, А.А. Мушаров

У статті запропоновані співвідношення, що дозволяють здійснити аналіз явища феррезонансу струмів та феррезонансу напруг в електричних мережах з компенсацією втрат напруги.

**Ключові слова:** феррезонанс, компенсація втрат напруги, електрична мережа з випрямним навантаженням, вищі гармонічні складові.

### FEROREZONANS IN ELECTRIC NETWORKS WITH TRANSVERSE AND LONGITUDINAL LOSS COMPENSATION VOLTAGE

B.T. Kononov, E.A. Kononova, A.A. Musharov

The article suggested value, allowing to analyze the effects of currents and ferorezonansu voltages in electrical networks with compensation for loss of voltage.

**Keywords:** ferorezonans, loss compensation voltage electrical network with rectifier load, higher harmonic components.

Таким образом, поскольку с учетом нелинейности коэффициент  $C$  увеличивается в два раза, можно утверждать, что первая гармоника напряжения возрастает более, чем в два раза. Еще более значительно возрастает третья гармоническая составляющая напряжения. Изменение знака величины  $C$  происходит тогда, когда частота  $\omega$  питающего напряжения становится большей резонансной частоты контура  $\omega_0$ . Фаза тока при этом меняется с  $+\frac{\pi}{2}$  на  $-\frac{\pi}{2}$ . Потери мощности, вызываемые наличием

активных сопротивлений, снижают амплитудные значения соответствующих гармоник.

### Выводы

1. Полученные соотношения позволяют проанализировать характер изменения токов и напряжений при явлении феррезонанса, возникающего в электрических сетях, в которых применяется поперечная или продольная компенсация потерь напряжения.

2. Наиболее значительно при феррезонансе возрастают высшие гармонические составляющие токов и напряжений, амплитуды которых, особенно в системах с выпрямительной нагрузкой, могут превышать амплитуду первой гармонической составляющей.

### Список литературы

1. Теоретические основы электротехники / Г.И. Атабеков, С.Д. Купелян, А.Б. Тимофеев, С.С. Хухриков; под ред. Г.И. Атабекова, ч. 2 и 3. Нелинейные цепи. Электромагнитное поле. – М.-Л.: Энергия, 1966. – 280 с.
2. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля / В.А. Говорков. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – 312 с.

Поступила в редколлегию 9.11.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Н. Чинков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.