

УДК 681.2:621.3.072:621.317.725

В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## ЧАСТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ДЛЯ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Получены частные математические модели электроизмерительных приборов переменного тока для входных сигналов специальной формы.

**Ключевые слова:** сигналы специальной формы, электроизмерительные приборы переменного тока, поверка, методическая погрешность.

### Введение

**Постановка задачи.** С развитием измерительной техники непрерывно возрастают требования к повышению метрологических характеристик. В связи с этим актуальным является переход от классической поверки и калибровки электроизмерительных приборов переменного тока (ЭИППТ) аналоговыми сигналами синусоидальной формы к цифровоаналоговым сигналами, синтезируемым с помощью высокоточных цифроаналоговых преобразователей [1, 2], что обеспечивает повышение точности задания поверочных сигналов.

**Анализ литературы.** На основе проведенного анализа известной литературы видно, что отдельные вопросы предлагаемого перехода к поверке ЭИППТ калибровочными сигналами синусоидальной формы были рассмотрены в [3 – 8], результаты которых подтвердили новизну, и эффективность этого перехода. Обобщенная математическая модель поверки ЭИППТ аналоговыми сигналами специальной формы предложена в [9].

**Цель статьи.** Данная статья является дальнейшим развитием теории поверки и калибровки ЭИППТ сигналами специальной формы. Она посвящена разработке частных математических моделей поверки и калибровки ЭИППТ сигналами специальной формы.

### Основной материал

В предлагаемой статье на основе обобщенной математической модели ЭИППТ получены частные математические модели ЭИППТ для отдельных входных сигналов сложной формы, в том числе специальных.

Из статьи [9] в дальнейшем будут использоваться следующие выражения:

– для корреляционной функции напряжений  $R_0(t)$  на входах измерительных цепей прибора:

$$R_0(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t')u(t' - \tau)dt'; \quad (1)$$

– для корреляционной функции токов  $R(t)$  в измерительных цепях прибора:

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{1}{m!}G^{(m)}(0)R_0^{(m)}(\tau) + \int_0^T g_m(t)R_0^{(m+1)}(\tau - t)dt, \quad (2)$$

где  $T$  – период входных сигналов;  $\tau$  – временной сдвиг между токами в измерительных цепях прибора;  $G(p)$  – передаточная функция прибора;  $g(t)$  – импульсная переходная характеристика прибора;  $m$  – порядок производной.

Условие  $m = 0$  соответствует использованию в качестве поверочных (калибровочных) сигналов ЭИППТ прямоугольных сигналов типа меандр и обстоятельно исследован в [3 – 7].

Здесь же в качестве обобщенного возьмем поверочный сигнал трапецеидальной формы (рис. 1).

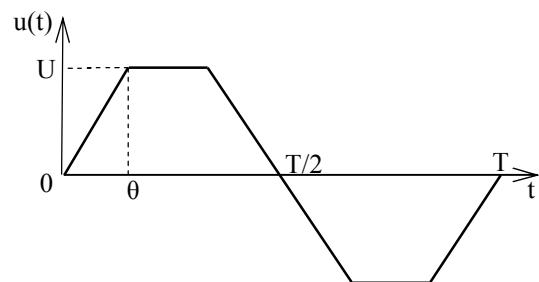


Рис. 1. Поверочный сигнал трапецеидальной формы

Аналитическая запись такого сигнала:

$$u(t) = \begin{cases} U_m \cdot (t/\theta) & \text{при } 0 < t < \theta; \\ U_m & \text{при } \theta < t < T/2 - \theta. \end{cases} \quad (3)$$

При  $t > T/2 - \theta$  используется условие симметрии и периодичность сигнала  $u(t)$ . Например, при  $\theta = T/4$  получаем треугольный сигнал, а при  $\theta = 0$  – сигнал прямоугольной формы типа меандр.

Для вычисления корреляционной функции  $R_0(\tau)$  заметим, что в силу условий ее симметрии достаточно вычислить функцию  $R_0(\tau)$  при  $0 < \tau < T/4$ .

Так как функция  $u(t)$  согласно формуле (3) представляет кусочный полином не выше первой степени, то произведение  $u(t)u(t-\tau)$  – это кусочный полином не выше второй степени, а корреляционная функция  $R_0(\tau)$  – это кусочный полином не выше третьей степени.

Для корреляционной функция  $R_0(\tau)$  трапецеидального сигнала после подстановки в формулу (1) равенства (3) имеем:

$$R_0(\tau) = U_m^2 \left( 1 - \frac{4|\tau|}{T} \right) \text{ при } \tau < \frac{T}{4}. \quad (4)$$

Получим выражение для второй производной корреляционной функции  $R_0''(\tau)$ :

$$R_0''(\tau) = \frac{8U_m^2}{T} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^{s+1} \delta\left(\tau - \frac{sT}{2}\right).$$

Тогда из соотношения (2) находим

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{8U_m^2}{T} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^{s+1} \int_0^T g_1(t) \delta\left(\tau - t - \frac{st}{2}\right) dt. \quad (5)$$

В третьем слагаемом выражения (5) при любых значениях  $\tau$  в интервал интегрирования  $T$  попадают такие две  $\delta$ -функции:

а) если  $0 < \tau < T/2$ , то это  $\delta$ -функции при  $t = \tau$  и  $t = \tau + T/2$ ;

б) если  $T/2 \leq \tau < T$ , то это  $\delta$ -функции при  $t = \tau$  и  $t = \tau - T/2$ .

Переходя в формуле (5) к указанным выше  $\delta$ -функциям, запишем

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{8U_m^2}{T} \begin{cases} -g_1(\tau) + g_1\left(\tau + \frac{T}{2}\right) & \text{при } 0 < \tau < \frac{T}{2}; \\ -g_1(\tau) + g_1\left(\tau - \frac{T}{2}\right) & \text{при } \frac{T}{2} < \tau < T. \end{cases}$$

После вычислений окончательно получим

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{4U_m^2}{T} \times \begin{cases} -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{e^{p_n(\tau-T/4)}}{\text{ch } p_n T/4} & \text{при } 0 < \tau < \frac{T}{2}; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{e^{p_n(\tau+T/4)}}{\text{ch } p_n T/4} & \text{при } \frac{T}{2} < \tau < T. \end{cases} \quad (6)$$

$$R_0^{(IV)}(\tau) = \frac{2U_m^2}{T\theta^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^s \int_0^T g_3(t) \times \left[ 2\delta\left(\tau - \frac{sT}{2}\right) - \delta\left(\tau - 2\theta - \frac{sT}{2}\right) - \delta\left(\tau + 2\theta - \frac{sT}{2}\right) \right] dt. \quad (10)$$

Учитывая соотношение (10) в формуле (2), получим

Выражение (6) представляет математическую модель ЭИППТ для сигнала прямоугольной формы типа меандр.

При входном сигнале ЭИППТ функция  $u(t)$ , описываемая соотношением (3), непрерывна, ее производная  $u'(t)$  имеет разрывы в точках  $\pm\theta, \frac{T}{2} \pm \theta, T \pm \theta$  и т.д., а вторая производная  $u''(t)$  будет суммой  $\delta$ -функций:

$$u''(t) = \frac{U_m}{\theta} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^s \left[ \delta\left(t + \theta + \frac{sT}{2}\right) - \delta\left(t - \theta - \frac{sT}{2}\right) \right]. \quad (7)$$

Из выражения (1) запишем

$$R_0''(\tau) = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u(t)u''(t-\tau) dt,$$

откуда с учетом равенства (7) находим

$$R_0''(\tau) = \frac{2U_m}{T\theta} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^s \int_0^{T/2} u(t) \left[ \delta\left(t - \tau + \theta + \frac{sT}{2}\right) - \delta\left(t - \tau - \theta - \frac{sT}{2}\right) \right] dt. \quad (8)$$

Поскольку в интервал интегрирования опять-таки попадают только две  $\delta$ -функции, формула (8) для функции  $R_0''(\tau)$  принимает вид

$$R_0''(\tau) = \frac{2U_m}{T\theta} \times \begin{cases} -u(\tau + \theta) - u(\tau - \theta + T/2) & \text{при } 0 < \tau < \theta; \\ -u(\tau + \theta) + u(\tau - \theta) & \text{при } \theta < \tau < T/2 - \theta; \\ u(\tau + \theta - T/2) + u(\tau - \theta) & \text{при } T/2 - \theta < \tau < T/2. \end{cases} \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что функция  $R_0''(\tau)$  непрерывна всюду, в том числе и при  $\tau = \theta$ .

Вычисляя третью  $R_0'''(\tau)$ , а затем четвертую  $R_0^{(IV)}(\tau)$  производные корреляционной функции  $R_0(\tau)$ , соответственно находим:

$$R_0'''(\tau) = \frac{2U_m}{T\theta} \times \begin{cases} -u'(\tau + \theta) - u'(\tau - \theta + T/2) & \text{при } 0 < \tau < \theta; \\ -u'(\tau + \theta) + u'(\tau - \theta) & \text{при } \theta < \tau < T/2 - \theta; \\ u'(\tau + \theta - T/2) + u'(\tau - \theta) & \text{при } T/2 - \theta < \tau < T/2; \end{cases}$$

$$R_0^{(IV)}(\tau) = \frac{2U_m}{T\theta} [u''(\tau - \theta) - u''(\tau + \theta)].$$

Переходим в этом равенстве к  $\delta$ -функциям

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{1}{2}G''(0)R_0''(\tau) + \frac{1}{6}G'''(0)R_0'''(\tau) + \frac{2U_m^2}{T\theta^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^s \int_0^T g_3(t) \times \\ \times \left[ 2\delta\left(\tau - \frac{sT}{2}\right) - \delta\left(\tau - 2\theta - \frac{sT}{2}\right) - \delta\left(\tau + 2\theta - \frac{sT}{2}\right) \right] dt.$$

Опуская промежуточные вычисления, с точностью до малой величины  $\varepsilon$  запишем

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \frac{1}{2}G''(0)R_0''(\tau) + O(\varepsilon^3); \quad (11)$$

$$R_0(\tau) = R_0(0)f(\omega\tau) = U^2f(\omega\tau) = U^2f(\varphi), \quad (12)$$

где  $U^2 = R_0(0) = \left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta\right)U_m^2$ ;

$$\beta = \omega\theta = \frac{2\pi}{T}\theta.$$

Функцию  $f(\varphi) = f(\omega\tau)$  можно представить так:

$$f(\varphi) = \begin{cases} 1 - a\varphi^2 + b\varphi^3 & \text{при } 0 < \varphi < \varphi_0 = \pi - 2\beta; \\ 1 - a\varphi^2 + b\left[\varphi^3 + (\varphi - \varphi_0)^3\right] & \text{при } \varphi_0 < \varphi < \pi/2, \end{cases} \quad (13)$$

при  $\beta > \frac{\pi}{4}$ ,

где  $\varphi = \omega\tau$  и соответственно  $\varphi_0 = \omega\tau_0$ ;

$$a = \frac{1}{\pi\beta\left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta\right)}; \quad (14)$$

$$b = \frac{1}{6\pi\beta^2\left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta\right)}.$$

### Вывод

Получено выражение (11), которое совместно с равенствами (12) и (13) представляет математическую модель ЭИПТ для аналогового входного сигнала трапецеидальной формы.

### Список литературы

1. Дьяков В.П. Генерация и генераторы сигналов / В.П. Дьяков. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 384 с.
2. Современные функциональные генераторы за рубежом: Экспресс-информация. – М.: ИНФОРМПРИБОР, – сер. ТС-5, 1988. – 13 с.
3. Туз Ю.М. Источник калибровочного напряжения / Ю.М. Туз, Ю.С. Есиков // Измерительная техника. – 1973. – №9. – С. 42-44.
4. Минц М.Я. Об использовании сигналов прямоугольной формы для поверки электромеханических приборов / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1980. – № 3 – С. 42-43.
5. Минц М.Я. Поверка электромеханических приборов сигналами прямоугольной формы с регулируемой скважностью / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1987. – № 4 – С. 64-66.
6. Чинков В.Н. Теоретические основы электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинский метрологический журнал. – 2002. – № 2 – С. 58-61.
7. Чинков В.Н. Методы поверки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы с регулируемым временным параметрами / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинский метрологический журнал. – 2002. – № 4 – С. 19-22.
8. Минц М.Я. О поверке электромеханических измерительных приборов сигналами специальной формы / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1989. – №8 – С. 63-65.
9. Чинков В.Н. Обобщенная математическая модель электроизмерительных приборов при входных периодических сигналах сложной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Збірник наукових праць ХУПС. – Х.: ХУПС, 2011. – Вип. 3(29) – С. 221-223.

Поступила в редколлегию 7.11.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Б. Кононов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ЧАСТКОВІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБОРІВ ЗМІННОГО СТРУМУ ДЛЯ ВХІДНИХ СИГНАЛІВ СПЕЦІАЛЬНОЇ ФОРМИ

В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков

Отримано приватні математичні моделі електровимірювальних приладів змінного струму для вхідного сигналу спеціальної форми.

**Ключові слова:** сигнали спеціальної форми, електровимірювальні прилади змінного струму, перевірка, методична похибка.

### PRIVATE MATHEMATICAL MODELS ELECTROMEASURING DEVICES OF ALTERNATING CURRENT FOR ENTRANCE SIGNALS OF NOSPREAD FUNCTION

V.N. Chinkov, V.V. Mosharenkov

The private mathematical models of electromeasuring devices of alternating current are got for the entrance signals of nospread function.

**Keywords:** signals of nospread function, electromeasuring devices of alternating current, check, methodical error.