

УДК 681.2:621.3.072:621.317.725

В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## ОБОБЩЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПОВЕРКИ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СИГНАЛАМИ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Получено обобщенное выражения для оценивания методической погрешности поверки электроизмерительных приборов переменного тока аналоговыми поверочными специальными сигналами различной формы.

**Ключевые слова:** сигналы специальной формы, электроизмерительные приборы переменного тока, поверка, методическая погрешность.

### Введение

**Постановка задачи.** С развитием измерительной техники одним из направлений дальнейшего совершенствования метрологического обслуживания электроизмерительных приборов переменного тока (ЭИППТ) является переход от строго синусоидальной формы поверочного сигнала к сигналам специальной формы [1 – 6]. При этом, естественно, имеет место методическая погрешность поверки или калибровки ЭИППТ.

**Анализ литературы.** На основе проведенного анализа известной литературы видно, что наиболее полно оценки погрешности, для одного из видов специальных сигналов – прямоугольного получены, в [2, 4]. Но они носят частный характер и не могут быть распространены на другие, более эффективные виды специальных сигналов – трапецидальной и треугольной формы.

**Целью данной статьи** является получение обобщенного выражения для оценивания методических погрешностей поверки ЭИППТ поверочными специальными аналоговыми сигналами различной формы, что обеспечивает сравнимость конкретных оценок методической погрешности поверки.

### Основной материал

Для этого воспользуемся предложенными в [7, 8] математическими моделями ЭИППТ для входных периодических сигналов сложной формы прежде всего обобщенной математической моделью

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + 0,5 \cdot G''(0)R_0''(\tau) + 0(\varepsilon^3), \quad (1)$$

где  $R(\tau)$  – взаимная корреляционная функция переменных токов в измерительных цепях ЭИППТ с временным сдвигом  $\tau$ ;  $R_0(\tau)$  – взаимная корреляционная функция напряжений, используемых при поверке прибора;  $G(p)$  – передаточная функция прибора;  $\varepsilon$  – малая величина, которая не превышает значения  $G'''(0)R_0'''(\tau)$ . Функция  $R_0(\tau)$  для аналогового входного трапецидального сигнала (рис. 1) охваты-

вающего и другие сигналы специальной формы (прямоугольный и треугольный) определяется выражением

$$R_0(\tau) = U^2 f(\omega\tau) = U^2 f(\varphi). \quad (2)$$

В этой формуле:

$$U^2 = R_0(0) = \left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta\right) U_m^2, \quad \beta = \frac{2\pi}{T}\theta.$$

$$f(\varphi) = \begin{cases} 1 - a\varphi^2 + b\varphi^3, & 0 < \varphi < \varphi_0 = \pi - 2\beta; \\ 1 - a\varphi^2 + b[\varphi^3 + \varphi - \varphi_0^3], & \varphi_0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \end{cases} \beta > \frac{\pi}{4}, \quad (3)$$

где  $\varphi = \omega\tau$  и соответственно  $\varphi_0 = \omega\tau_0$ ;

$$a = \frac{1}{\pi\beta\left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta\right)}; \quad b = \frac{1}{6\pi\beta^2\left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta\right)}.$$

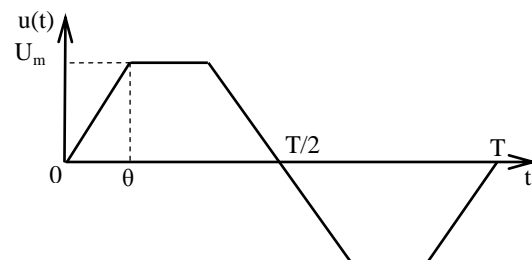


Рис. 1. Поверочный сигнал трапецидальной формы

Коэффициенты  $a$  и  $b$  записаны для  $\varphi_0 = \pi - 2\beta$  и  $\pi/4 < \beta < \pi/2$ .

Для условий  $\theta < T/8$  и  $\beta < \pi/4$  функция  $f(\varphi)$  описывается выражением:

$$f(\varphi) = \begin{cases} 1 - a\varphi^2 + b\varphi^3, & 0 < \varphi < 2\beta; \\ 1 - a\varphi^2 + b[\varphi^3 + \varphi - 2\beta^3], & 2\beta < \varphi < \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

Выражение (1) совместно с равенствами (2), (3) и (4) представляет математическую модель ЭИППТ для входного сигнала трапецидальной формы.

Приведем также корреляционную функцию при поверке ЭИППТ сигналом синусоидальной формы

$$R_s(\tau) = U_s^2 |G(j\omega)| \cos(\omega\tau + \psi), \quad (5)$$

где  $G(j\omega) \equiv G_1 = |G(j\omega)| e^{j\psi(j\omega)}$  – амплитудно-фазовая характеристика или частотная (комплексная) передаточная функция ЭИППТ.

Фазовый сдвиг  $\psi$  на рабочей частоте  $\omega$ , т.е.  $\psi(j\omega)$ , может как компенсироваться введением дополнительно компенсирующей цепочки, так и не компенсироваться.

При поверке ЭИППТ сигналами несинусоидальной формы для корреляционной функции  $R(\tau)$ , подставляя равенство (2) в формулу (1), получим

$$R(\tau) = U^2 \left[ G(0)f(\omega\tau) + \omega G'(0)f'(\omega\tau) + \frac{1}{2} \omega^2 G''(0)f''(\omega\tau) + 0(\varepsilon^3) \right]. \quad (6)$$

Запишем корреляционную функцию  $R(\tau)$  в виде

$$R(\tau) = U^2 \left[ |G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi) + \Delta_m \right], \quad (7)$$

$$\Delta_m = G(0)f(\omega\tau) + \omega G'(0)f'(\omega\tau) +$$

$$\text{где } \frac{1}{2} \omega^2 G''(0)f''(\omega\tau) - |G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi) + 0(\varepsilon^3). \quad (8)$$

Величина  $\Delta_m$  представляет собой абсолютную методическую погрешность поверки, вносимую реактивными элементами измерительных цепей ЭИППТ в корреляционную функцию  $R(\tau)$  поверочного несинусоидального сигнала.

Формула (7) для корреляционной функции  $R(\tau)$  несинусоидального поверочного сигнала ЭИППТ отличается от формулы (5) для синусоидального поверочного сигнала двумя факторами.

Во-первых, вместо функции  $\cos(\omega\tau + \psi)$  в равенстве (5) формула (7) содержит более сложную функцию  $f(\omega\tau + \psi)$ , определяемую соотношениями (3) или (4). Поскольку функция  $f(\omega\tau)$  известна и не зависит от реактивных элементов измерительных цепей ЭИППТ, то это отличие приводит к постоянной систематической методической погрешности  $\Delta_m$ , которую легко компенсировать при регулировке прибора.

Во-вторых, в формуле (7) для несинусоидального поверочного сигнала имеется составляющая методической погрешности  $\Delta_m$ , зависящая от реактивных элементов измерительных цепей ЭИППТ, а поэтому при неизвестных реактивных элементах ее компенсировать не представляется возможным.

Получим обобщенное выражение для оценки методической погрешности  $\Delta_m$ .

Воспользуемся разложением произведения функций  $G(j\omega)f(\omega\tau + \psi)$  в степенной ряд до величин  $\varepsilon^2$  включительно. Для этого сначала разложим в

степенной ряд каждую функцию  $G(j\omega)$  и  $f(\omega\tau + \psi)$  по отдельности, а затем перейдем к разложению их произведения.

Для разложения функции  $G(j\omega)$  в степенной ряд имеем

$$G(j\omega) = G(0) + j\omega G'(0) - \frac{1}{2} \omega^2 G''(0) + 0(\varepsilon^2),$$

откуда находим квадрат модуля  $|G(j\omega)|^2$

$$|G(j\omega)|^2 = G^2(0) + \omega^2 G'(0)^2 - G''(0)G(0) + 0(\varepsilon^3).$$

Отсюда получим модуль и аргумент комплексной передаточной функции ЭИППТ:

$$|G(j\omega)| = G(0) + \frac{1}{2} \omega^2 \frac{G'(0)^2 - G''(0)G(0)}{G^2(0)} + 0(\varepsilon^3);$$

$$\psi = \arctg \frac{\omega G'(0)}{G(0) - \frac{1}{2} \omega^2 G''(0)} = \omega \frac{G'(0)}{G(0)} + 0(\varepsilon^3).$$

Разложение функции  $f(\omega\tau + \psi)$  в степенной ряд запишем в виде

$$\begin{aligned} f(\omega\tau + \psi) &= f(\omega\tau) + \psi f'(\omega\tau) + \frac{1}{2} \psi^2 f''(\omega\tau) + 0(\varepsilon^3) = \\ &= f(\omega\tau) + \omega \frac{G'(0)}{G(0)} f'(\omega\tau) + \frac{1}{2} \omega^2 \frac{G'(0)^2}{G^2(0)} f''(\omega\tau) + 0(\varepsilon^3). \end{aligned} \quad (9)$$

Используя полученные разложения (8) и (9), находим разложение произведения функций  $|G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi)$ :

$$\begin{aligned} |G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi) &= G(0)f(\omega\tau) + \omega G'(0)f'(\omega\tau) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega^2 \frac{G'(0)^2}{G(0)} f''(\omega\tau) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega^2 \frac{G'(0)^2 - G''(0)G(0)}{G(0)} f(\omega\tau) + 0(\varepsilon^3). \end{aligned} \quad (10)$$

С учетом выражения (10) из формулы (8) для погрешности  $\Delta_m$  получим

$$\Delta_m = \frac{1}{2} \omega^2 \left\{ G''(0)f''(\omega\tau) - \frac{G'(0)^2}{G(0)} f''(\omega\tau) - \frac{G'(0)^2 - G''(0)G(0)}{G(0)} f(\omega\tau) \right\},$$

или после преобразований:

$$\Delta_m = \frac{1}{2} \omega^2 G(0) \ln G(p) \Big|_{p=0} f''(\omega\tau) + f(\omega\tau). \quad (11)$$

Как видно из формулы (11), методическая погрешность  $\Delta_m$  обращается в нуль либо для синусоидального поверочного сигнала, поскольку в этом случае  $f''(\omega\tau) + f(\omega\tau) = 0$ , либо при условии, что фазовый сдвиг  $\psi$  не зависит от частоты  $\omega$ , так как

$$\text{в этом случае } \ln G(p) \Big|_{p=0} = 0.$$

Величина  $\ln G(p) \Big|_{p=0}'' = 0$  может быть вычислена так. Если  $G(p)$  – дробно-рациональная функция, что обычно имеет место для ЭИППТ, т.е.

$$G(p) = G_1(p)/G_2(p),$$

где  $G_1(p)$  и  $G_2(p)$  – полиномы, то, разлагая эти функции по корням, имеем

$$G(p) = k \frac{(p-q_1)(p-q_2)\dots}{(p-p_1)(p-p_2)\dots}, \quad (12)$$

где  $q_1, q_2$  – корни функции  $G_1(p)$ ;  $p_1, p_2$  – корни функции  $G_2(p)$ , или полюса функции  $G(p)$ ;  $k$  – постоянная.

Возьмем натуральный логарифм равенства (12)

$$\ln G(p) = \ln k + \sum_{i=1}^{\infty} \ln(p-q_i) - \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{(p-p_n)},$$

а затем вторую производную

$$\ln G(p)'' = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(p-q_i)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(p-p_n)^2}.$$

Полагая в этом выражении  $p=0$ , имеем

$$\ln G(p)'' \Big|_{p=0} = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{q_i^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n^2}.$$

Заметим, что поскольку методическая погрешность  $\Delta_m$  имеет второй порядок малости, то с такой же точностью величину  $G(0)$  в формуле (11) можно заменить на  $|G(j\omega)|$ , после чего соотношение (7) для корреляционной функции  $R(\tau)$  окончательно запишем так:

$$R(\tau) = U^2 |G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi) + \Delta_f + 0(\varepsilon^3), \quad (13)$$

где  $\Delta_f = \frac{1}{2} \omega^2 \ln G(p)'' \Big|_{p=0} f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)$ , или

$$\Delta_f = \frac{1}{2} \omega^2 \ln G(p)'' \Big|_{p=0} v(\omega\tau); \quad v(\omega\tau) = f''(\omega\tau) + f(\omega\tau).$$

### Вывод

Формы поверочного сигнала, его значения для конкретных форм специальных сигналов могут быть выражены через численный множитель (коэффициент),

зависящий от конкретизации оценок методических погрешностей, обусловленных поверкой ЭИППТ сигналами специальной формы. Эти вычисления основываются на сравнении выражений (13) для корреляционной функции несинусоидального сигнала  $R(\tau)$  и (5) для корреляционной функции синусоидального сигнала  $R_s(\tau)$ .

### Список литературы

1. Туз Ю.М. Источник калибровочного напряжения / Ю.М. Туз, Ю.С. Есиков // Измерительная техника. – 1973. – № 9 – С. 42-44.
2. Минц М.Я. Об использовании сигналов прямоугольной формы для проверки электромеханических приборов / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1980. – № 3 – С. 42-43.
3. Минц М.Я. Проверка электромеханических приборов сигналами прямоугольной формы с регулируемой скважностью / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1987. – № 4 – С. 64-66.
4. Чинков В.Н. Теоретические основы электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинский метрологический журнал. – 2002. – № 2 – С. 58-61.
5. Минц М.Я. О поверке электромеханических измерительных приборов сигналами специальной формы / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1989. – № 8 – С. 63-65.
6. Чинков В.Н. Теоретические основы калибровки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинский метрологический журнал. – 2002. – № 2 – С. 58-61.
7. Чинков В.Н. Обобщенная математическая модель электроизмерительных приборов при входных периодических сигналах сложной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Збірник наукових праць ХУПС. – X.: ХУПС, 2011. – Вип. 3(29) – С. 221-223.
8. Чинков В.Н. Частные математические модели электроизмерительных приборов переменного тока для входных сигналов специальной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Збірник наукових праць ХУПС. – X.: ХУПС, 2012. – Вип. 1(30). – С. 175-177.

Поступила в редколлегию 14.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Б. Кононов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### УЗАГАЛЬНИЙ ВИРАЗ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ ПОВІРКИ ЕЛЕКТРОВІМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБАДІВ ЗМІННОГО СТРУМУ СИГНАЛАМИ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

В.М. Чинков, В.В. Мошаренков

Отриманий узагальнений вираз для оцінювання методичної похибки повірки електровимірювального приладу змінного струму аналоговими повірочними спеціальними сигналами різної форми.

**Ключові слова:** сигнали спеціальної форми, електровимірювальні прилади змінного струму, повірка, методична похибка.

### GENERALIZED EXPRESSION FOR EVALUATION OF METHODOLOGICAL ERROR OF CHECK OF ELECTROMEASURING DEVICES OF ALTERNATING CURRENT BY SIGNALS OF DIFFICULT FORM

V.N. Chinkov, V.V. Mosharenkov

The generalized is got expression for the evaluation of methodical error of check of electromeasuring devices of alternating current by the analog test special signals of different form.

**Keywords:** signals of nospread function, electromeasuring devices of alternating current, check, methodical error.