

Механіка, машинознавство та електропостачання

УДК 539.3

С.Н. Гребенюк¹, О.П. Мелашенко²

¹Запорозький національний університет, Запорозжє

²Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ РАСЧЁТА ПРОЧНОСТИ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

В данной работе на основе критериев Фишера и Хоффмана было определена величина критической нагрузки для образца из слоистого эпоксидокарбонита, армированного однонаправленными волокнами. В качестве численного метода использовалась модификация метода конечных элементов – моментная схема конечного элемента.

Ключевые слова: композиционные материалы, метод конечных элементов, критерии прочности.

Введение

Основная цель создания композитных материалов (КМ) состоит в достижении комбинации свойств, не присущих обычным конструкционным материалам. По своим прочностным качествам многие композитные материалы существенно выигрывают по сравнению с традиционными [1].

В зависимости от вида армирующего компонента композиты могут быть разделены на две основные группы: дисперсно-упрочненные и волокнистые, которые отличаются структурой, механизмами образования высокой прочности. Дисперсно-упрочненные композиты представляют собой материал, в матрице которого равномерно распределены мелкодисперсные частицы второго вещества.

У волокнистых композитов матрица армирована высокопрочными волокнами, проволокой, нитевидными кристаллами.

Идея создания волокнисто-армированных структур состоит в том, чтобы при деформировании матричного материала обеспечивалось нагружение волокон и использовалась бы их высокая прочность. В волокнистых композитах высокопрочные волокна воспринимают основные напряжения, возникающие в композиции при действии внешних нагрузок, и обеспечивают жесткость и прочность композиции в направлении ориентации волокон.

Механические свойства композита определяются тремя основными параметрами: высокой прочностью армирующих волокон, жесткостью матрицы и прочностью связи на границе матрица – волокно. Соотношения этих параметров характеризуют весь комплекс механических свойств материала и механизм его разрушения [2].

Анализ литературы. Анизотропия одного какого-либо свойства материала сопровождается ани-

зотропией всех других его свойств. Таким образом, пределы прочности или текучести анизотропного материала не являются скалярными величинами, так как они будут зависеть от направления. Следовательно, в критерий прочности или пластичности анизотропного материала наряду с тензором напряжений должны входить еще другие тензорные величины, характеризующие его прочностные (или пластические) свойства.

Это обстоятельство весьма осложняет разработку критериев прочности и пластичности для анизотропных материалов. Вместе с тем разработка таких критериев настоятельно выдвигается требованиями современной техники в связи с появлением новых конструкционных материалов, обладающих резко выраженными анизотропными свойствами.

Применительно к армированным пластикам вопрос о критерии прочности решался по-разному. В одних случаях при расчете конструкций из анизотропных пластиков, работающих в условиях сложного напряженного состояния, использовали условие Мизеса, предложенное им для анизотропных кристаллов и развитое впоследствии Р. Хиллом применительно к металлам и сплавам, получающим анизотропию в процессе деформирования. Делались также попытки обобщить на анизотропные материалы некоторые «классические» критерии прочности (критерий наибольших касательных напряжений и др.).

В других случаях некоторыми авторами, например Фишером, были предложены новые критерии прочности армированных пластиков, учитывающие особенности механических свойств этих материалов. В своей работе Мизес предложил критерий пластичности для анизотропных кристаллических материалов (с одинаковыми пределами текучести на растяжение и сжатие и с анизотропией свойств самого общего вида) в виде однородного полинома второй степени.

Мизес сделал допущение о том, что добавление гидростатического давления не влияет на наступление текучести материала. Принятие такого допущения приводит к некоторым зависимостям между компонентами тензора пластичности. Эти зависимости были подробно исследованы Р. Хиллом.

Из условия пластичности Мизеса-Хилла нетрудно получить формулы для пересчета показателей прочности, т.е. пределов прочности на растяжение (сжатие) и чистый сдвиг при повороте системы координат.

Прочность однонаправленных волокнистых КМ при плоском напряжённом состоянии описывается с помощью критерия Мизеса-Хилла, приведённого к следующему виду:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{вх}}^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{\text{вх}}^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{вн}}^2} + \frac{\tau_{\text{ху}}^2}{\tau_{\text{вху}}^2} = 1,$$

где σ_x, σ_y – нормальные напряжения в направлениях, совпадающих с координатными осями, указанными индексами; $\sigma_{\text{вх}}, \sigma_{\text{вы}}$ – пределы прочности КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей x, y ; $\tau_{\text{ху}}$ – касательное напряжение; $\tau_{\text{вху}}$ – предел прочности анизотропного КМ при сдвиге в плоскостях x и y .

Обобщением критерия Мизеса-Хилла, учитывающим различное сопротивление однонаправленных КМ растяжению и сжатию, является критерий О. Хоффмана. Для плоского напряжённого состояния он записывается в виде

$$\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y)}{\sigma_{\text{вх}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вх}}^{\text{с}}} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{вы}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вы}}^{\text{с}}} + \frac{(\sigma_{\text{вх}}^{\text{с}} - \sigma_{\text{вх}}^{\text{р}}) \sigma_x}{\sigma_{\text{вх}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вх}}^{\text{с}}} + \frac{(\sigma_{\text{вы}}^{\text{с}} - \sigma_{\text{вы}}^{\text{р}}) \sigma_y}{\sigma_{\text{вы}}^{\text{р}} \sigma_{\text{вы}}^{\text{с}}} + \frac{\tau_{\text{ху}}^2}{\tau_{\text{вху}}^2} = 1.$$

Фишером была исследована прочность при сложном напряженном состоянии анизотропного (ортотропного) стекловолокниста. В качестве критерия прочности этого материала автор предложил использовать критерий энергии формоизменения, включив в него различные упругие и прочностные характеристики материала в направлении осей симметрии механических свойств материала.

В работе Фишера сделаны следующие допущения: слои стекловолокниста упругие и однородные; слои уподобляются ортотропным пластинкам; сдвиги между слоями исключаются; исключаются случаи продольного изгиба. Эти допущения носят весьма условный характер. Сам автор критерия указывает, что критерий должен давать заниженные против действительных значения разрушающих напряжений и ссылается на собственные эксперименты, подтверждающие это [3]. В критерии Фишера, как и в критерии Мизеса-Хилла, предполагается, что анизотропный материал имеет одинаковые пределы прочности на растяжение и сжатие.

Для плоского напряжённого состояния критерий Фишера записывается в виде [4]:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{вх}}^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{вн}}^2} + \frac{\tau_{\text{ху}}^2}{\tau_{\text{вху}}^2} - k_\alpha \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{\text{вх}} \sigma_{\text{вы}}} = 1,$$

$$k_\alpha = \frac{[E_x(1 + \mu_{yx}) + E_y(1 + \mu_{xy})]}{[2\sqrt{E_x E_y(1 + \mu_{xy})(1 + \mu_{yx})}]},$$

где σ_x, σ_y – нормальные напряжения в направлениях, совпадающих с координатными осями, указанными индексами; $\sigma_{\text{вх}}, \sigma_{\text{вы}}$ – пределы прочности КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей x, y ; $\tau_{\text{ху}}$ – касательное напряжение; $\tau_{\text{вху}}$ – предел прочности анизотропного КМ при сдвиге в плоскостях x и y ; E_x, E_y – модули упругости анизотропных КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей x, y ; μ_{xy}, μ_{yx} – коэффициенты Пуассона.

В качестве исходной гипотезы в критерии прочности К. В. Захарова принимается следующая: условие прочности для анизотропных слоистых материалов может быть представлено уравнением поверхности 2-го порядка в самом общем его виде.

Критерий Марина относится к анизотропным материалам с различными пределами прочности на растяжение и сжатие.

Критерий имеет вид квадратичного полинома, коэффициенты которого выражаются через константы прочности материала, взятые в основной системе координат. Эксперименты над слоистыми пластиками показывают, что критерий Марина удовлетворительно аппроксимирует опытные данные для тех ортотропных материалов, у которых близки по величине пределы прочности на растяжение и сжатие в основных направлениях.

Следует отметить, что многим из рассмотренных критериев прочности и пластичности анизотропных материалов присущи некоторые недостатки, не позволяющие их обоснованно использовать в прочностных расчетах.

Следовательно, задача экспериментального и теоретического исследования прочности анизотропных материалов, особенно в условиях сложного напряженного состояния, является по-прежнему актуальной [5].

Для использования всех этих критериев необходимо знать напряженно-деформированное состояние конструкций в реальных условиях нагружения. Определение напряженно-деформированного состояния композитной конструкции связано с рядом математических трудностей, которые заключаются в необходимости моделирования геометрии конструкции, анизотропии свойств материала, заданием граничных условий и рядом других. Поэтому для расчета композитных конструкций наиболее часто применяются численные методы, в частности метод конечных элементов [6].

Основной материал

При определении максимально допустимой согласно критериям прочности нагрузки воспользуемся программным комплексом „МРЕЛА+” [7]. В качестве объекта исследований выбран слоистый эпоксидокарбонит, армированный однонаправленными волокнами. В качестве связующего (матрицы) использовали блок – сополимер эпокситрифенольной и анилиноформальдегидной смол. Механические характеристики: $E_R = 3,5 \text{ ГПа}$; $\nu_R = 0,32$. Углепластик армирован вискозным карбоволокном. Механические характеристики для углеродного волокна, используемого при производстве рассматриваемого композита, равны $E_f = 250 \text{ ГПа}$; $\nu_f = 0,3$.

Расчётные значения разрушающих напряжений монослоя равны:

$$\sigma_{\text{вх}}^p = 862 \text{ МПа}; \sigma_{\text{вх}}^c = 2944 \text{ МПа}; \sigma_{\text{вх}}^c = 52 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\text{вху}} = 113 \text{ МПа} [8].$$

В качестве композиционной конструкции возьмем цилиндрическую оболочку под внутренним давлением.

Диаметр волокон $d_c = 0,7 \cdot 10^{-3}$ м, частота армирования $i_c = 1629$ волокон/м, толщина резинордной оболочки $h = 0,00456$ м, внутренний радиус оболочки $R = 0,1$ м, длина образующей $L = 0,5$ м. Расчет проводился при армировании в продольном направлении, вдоль оси цилиндра (угол армирования 0°), и в окружном направлении (угол армирования 90°). В качестве критерия прочности использовался критерий Фишера и критерий О. Хоффмана. Результаты расчета представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения максимальной нагрузки

Сетка разбивания	Максимальная нагрузка при угле армирования 0° , Па		Максимальная нагрузка при угле армирования 90° , Па	
	Критерий Фишера	Критерий Хоффмана	Критерий Фишера	Критерий Хоффмана
5x6x5	$0,8 \cdot 10^8$	$0,8 \cdot 10^8$	$0,8 \cdot 10^9$	$1,9 \cdot 10^9$
5x5x3	$1,1 \cdot 10^8$	$1,2 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$
5x7x3	$1,1 \cdot 10^8$	$1,2 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$
7x11x3	$0,95 \cdot 10^8$	$0,96 \cdot 10^8$	$0,85 \cdot 10^9$	$2,05 \cdot 10^9$
7x13x3	$0,95 \cdot 10^8$	$0,96 \cdot 10^8$	$0,9 \cdot 10^9$	$2,2 \cdot 10^9$

Вывод

В результате расчетов получаем, что критерий Хоффмана при угле армирования 0° практически совпадает с критерием Фишера, а при угле армирования 90° – максимальное значение допустимой нагрузки согласно критерию Хоффмана в два раза больше, чем согласно критерию Фишера.

Список литературы

1. Немировский Ю.В. Прочность элементов конструкций из композитных материалов / Ю.В. Немировский, Б.С. Резников. – Новосибирск: Наука, 1986. – 166 с.
2. Композиционные материалы. Справочник / под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
3. Fisher H. How to predict structural behavior of R.P. Laminates. – Mod. Plast., 1960. – № 6. – P. 65-68.
4. Композиционные материалы. Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса – К.: Наукова думка, 1985. – 592 с.

5. Гольденблат И.И. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов / И.И. Гольденблат, В.А. Колнов – М.: Машиностроение, 1968. – 192 с.

6. Киричевский В.В. Матрица жесткости пространственного конечного элемента для исследования конструкций из композиционных материалов / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, А.Д. Карпушин // Вісник Східноукр. держ. ун-ту. – 1999. – № 3(18). – С. 109-116.

7. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МРЕЛА+» / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, Ю.Г. Козуб, С.И. Гоменюк, Р.В. Киричевский, С.Н. Гребенюк. – К.: Наук. думка, 2005. – 392 с.

8. Кучер Н.К. Оценка прочности слоистых эпоксидокарбоволокнистых, армированных однонаправленными волокнами / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский // Проблемы прочности. – 2006. – № 6. – С. 95-112.

Поступила в редколлегию 23.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.Н. Герасин, Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков.

ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ КРИТЕРІЇВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

С.Н. Гребенюк, О.П. Мелашенко

У даній роботі на основі критеріїв Фішера й Хоффмана була визначена величина критичного навантаження для зразка із шаруватого епоксидокарбоніта, армованого односпрямованими волокнами. Як чисельний метод використувалася модифікація методу скінченних елементів – моментна схема скінченного елемента.

Ключові слова: композиційні матеріали, метод кінцевих елементів, критерії міцності.

USING DIFFERENT CRITERIA TO CALCULATE THE STRENGTH OF FIBROUS COMPOSITES

S.N. Grebenyuk, O.P. Melashenko

Based on the criteria of Fisher and Hoffman was determined value of the critical load for a sample of the layered epoxycarbonite reinforced with unidirectional fibers. The numerical method used modification of the finite element method – moment scheme of a finite element.

Keywords: composition materials, method of eventual elements, criteria of durability.