

# Кібернетика та системний аналіз

УДК 621.391

А.Н. Барсуков

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

## ВЫДЕЛЕНИЕ БИНАРНОГО СООБЩЕНИЯ ПО НАБЛЮДЕНИЮ ХАОТИЧЕСКОГО СИГНАЛА, СФОРМИРОВАННОГО ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ИКЕДЫ

*В статье рассматривается модель передающей системы, описываемой нелинейной динамической системой Икеды. Предлагается метод подмешивания бинарного сообщения в хаотическую несущую, сформированную системой с задержкой, и его выделение по наблюдению сигнала искаженного измерительным шумом.*

**Ключевые слова:** хаотическая несущая, фазовое пространство, бифуркационная диаграмма, бинарное сообщение, шум, система Икеды.

### Введение

На сегодняшний день известно достаточно большое разнообразие нелинейных динамических систем, с помощью которых можно сформировать хаотические несущие для повышения помехозащищенности в радиотехнических системах передачи информации (РТС ПИ) [1 – 3]. Такие передающие системы обладают рядом важных достоинств: возможностью выделять сообщения по наблюдению хаотического сигнала без предварительной синхронизации, приемлемой энергетической и структурной скрытностью [1 – 3].

Однако с развитием теории нелинейного анализа временных рядов стало понятно, что с помощью ее подходов можно решать задачи идентификации процессов с более высокой точностью, а именно: оценивать параметры динамической системы, породивший наблюдаемый процесс, размерность вложения, энтропию и т.д., при этом в обработке используя только наблюдаемую реализацию [1, 4, 5].

Вследствие этого, разработчиков заставило переосмыслить некоторые подходы, связанные с повышением помехозащищенности РТС ПИ. Очевидно, попытки изобретателей стали основываться на дополнительном усложнении структуры, «формы» аттрактора хаотической несущей за счет повышения порядка динамических систем, что существенно затруднило практическую реализацию в радиотехнических системах передачи информации.

**Целью** данной работы является разработка модели передающей системы на основе динамической системы Икеды.

### Основная часть

Рассмотрим общее нелинейное дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом,

используемое для моделирования систем, поведение которых определяется не только текущим состоянием, но и значениями динамических переменных в предыдущие моменты времени. Такие динамические системы с задержкой широко распространены в природе и успешно применяются во многих областях радиофизики, биологии, физиологии, химии и т.д. [4, 6]. В общем случае системы с запаздыванием описываются в следующем виде:

$$\mu_n x^n(t) + \mu_{n-1} x^{n-1}(t) + \dots + \mu_1 \dot{x} = F(x(t), x(t - \tau_0), \dots, x(t - \tau_k)), \quad (1)$$

где  $\tau_0, \dots, \tau_k$  учитывают возможность существования нескольких причин запаздывания с разными характерными масштабами. Частными случаями уравнения (1) являются следующие эталонные модели: уравнение Маккея – Гласса (Mackey – Glass) [2], уравнение Икеды (Ikeda) [7].

Из вариаций моделей динамических систем с задержкой, как формирователя хаотической несущей в РТС ПИ, наше внимание привлекла система Икеды:

$$\dot{x}(t) = -x(t) + \mu \cdot \sin(x(t - \tau_0) - \psi), \quad (2)$$

где  $\psi$  – фазовый сдвиг,  $\mu$  – коэффициент пропорциональности обратной связи,  $\tau_0$  – время задержки. Ниже по тексту предлагается, на основании уравнения (2), модель передающей системы информации, обусловленная практической значимостью для модификации РТС с возможным повышением скрытности сигнала, без существенного изменения ее конструкции, в отличие от других эвристических систем, рассмотренных в предыдущих статьях [2, 5].

Рассмотрим свойства нелинейной динамической системы с задержкой (2). Для того чтобы сгенерировать с помощью системы колебания в хаотическом режиме, соответственно необходимо знать

значения ее параметров. В таком случае рекомендуется построить карту режимов или бифуркационную диаграмму, позволяющие получить важную информацию об использовании конкретного режима, на определенном диапазоне существования, при надлежащих параметрах [1, 3, 8]. В теории нелинейных колебаний бифуркация – это изменение структуры фазового пространства, которое происходит в результате изменения какого-нибудь параметра рассматриваемой системы при его переходе через некоторое критическое значение [8].

Рассмотрим на рис. 1 бифуркационную диаграмму  $x(t_i, \mu_i)$ , рассчитанную при вариациях значений параметра  $\mu_i = i \cdot 80 / N$ , где  $i = 0 \dots N = 8000$ . Дифференциальное уравнение Икеды (2) решалось численным методом Рунге – Кутты четвертого порядка с шагом интегрирования  $h = 0,01$  и начальными значениями  $x(t_0 \div t_\tau) = 0,01$ , при параметрах системы:  $\tau = 1, \psi = \pi / 2$ .

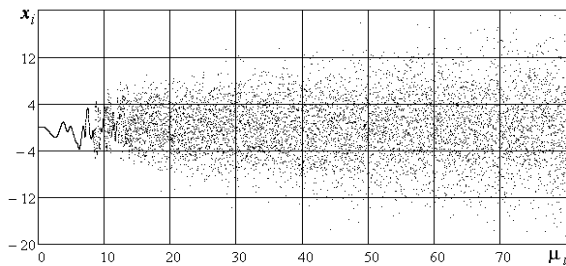


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма  $x(t_i, \mu_i)$

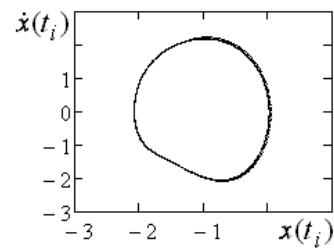
Легко заметить, что в интервале значений  $\mu \approx 0 \dots 10$  (см. рис. 1) диаграмма указывает на устойчивые решения уравнения Икеды.

Не меняя общности вышесказанного ниже по тексту, в качестве примера, приводятся на рисунках 2 и 3 фазовые портреты  $[\dot{x}(t_i), x(t_i)]_{i=0}^{5000}$ , определяющие состояния системы (2), при значениях параметров:  $\tau = 1, \psi = \pi / 2$  и вариациях коэффициента пропорциональности связи  $\mu$ .

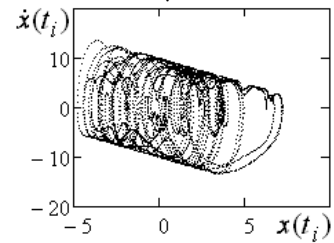
На рис. 2, а представлен фазовый портрет  $[\dot{x}(t_i), x(t_i)]$ , полученный при значении  $\mu = 3$ , который демонстрирует замкнутую траекторию, что характерно периодическому колебанию.

Дальнейшее увеличение значения коэффициента связи  $\mu = 10$  приводит к появлению в фазовом портрете  $[\dot{x}(t_i), x(t_i)]$  «кольцевых вихрей» (рис. 2, б), принадлежащих квазипериодическому режиму системы Икеды (2).

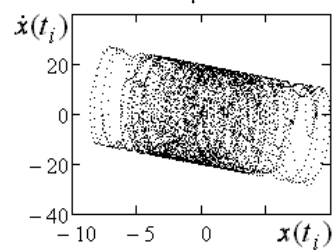
В следующем случае фазовый портрет  $[\dot{x}(t_i), x(t_i)]$  (рис. 2, в) построенный при значении  $\mu = 20$  определяется как хаотический режим нелинейной динамической системы (2).



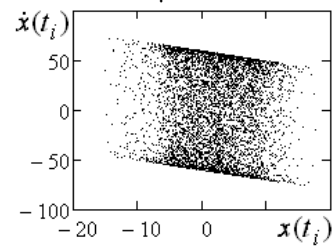
а –  $\mu = 3$



б –  $\mu = 10$



в –  $\mu = 20$



г –  $\mu = 60$

Рис. 2. Фазовые портреты системы Икеды.

В последнем случае, полученный фазовый портрет  $[\dot{x}(t_i), x(t_i)]$  (рис. 2, г), при значении параметра уравнения (2)  $\mu = 60$ , отличается своим изотропным «заполнением», что обуславливает его сложную структуру аттрактора состояний системы, характеризующую хаотический режим.

Кроме этого были изучены другие бифуркационные диаграммы  $x(t_i, \psi_i)$  и  $x(t_i, \tau_i)$ , по которым также определились интервалы значений  $\psi \geq \pi / 8$  и  $\tau \geq 1$  соответствующие хаотическому режиму данной системы.

Ниже по контексту анализируются автоковариационная функция и амплитудно-частотный спектр хаотического процесса, сформированного системой (2) со значениями параметров указанных в предыдущем абзаце. На рис. 3 представлена автоковариационная функция  $C(n)$ .

Заметим, что на рис. 3 автоковариационная функция быстро осциллирует, медленно убывает к

нулю, отсутствуют мощные боковые выбросы и близка к дельтаобразной форме.

Вместе с тем, на рис. 4 изображен амплитудно-частотный спектр  $G(\omega)$ .

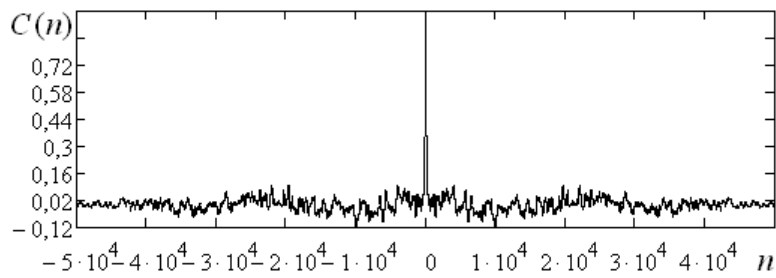


Рис. 3. Автоковариационная функция  $C(n)$

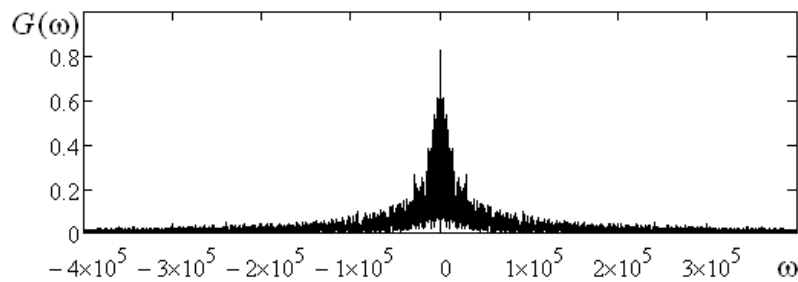


Рис. 4. Амплитудно-частотный спектр  $G(\omega)$

Спектральный анализ процесса Икеды показывает наличие ярко выраженных низкочастотных гармоник (рис. 4), что характерно для узкополосного хаотического процесса.

Ниже предлагаются алгоритмы передающей системы, описываемые нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка с запаздывающим аргументом (2). Рассматриваются два способа подмешивания бинарного сообщения  $s(t_i)$  в хаотическую несущую, осуществляемые добавлением к параметру  $\mu$ :

$$\dot{x}(t) = -x(t) + (\mu + s(t_i) \cdot c) \cdot \sin(x(t - \tau_0) - \psi) \quad (3)$$

и, к динамической переменной  $x(t)$ :

$$\dot{x}(t) = -(x(t) + s(t_i) \cdot c) + \mu \cdot \sin(x(t - \tau_0) - \psi), \quad (4)$$

где  $c$  – уровень сообщения  $s(t_i)$ .

Бинарное сообщение  $s(t_i)^p$  представлено в алфавите  $p = 0; 1$  с длительностью ее элемента  $M = N / K$ , где  $N = 2 \cdot 10^5$  и  $K = 1000$  – число элементов (импульсов). Решения уравнений (3) и (4) выполнялись численным методом Рунге – Кутты четвертого порядка с шагом интегрирования  $h = 0,001$  и начальными значениями  $x(t_0 \div t_\tau) = 0,01$ . Таким образом, передаваемый хаотический сигнал  $\bar{x}(t_i, s(t_i))$  формировался при значениях параметров динамической системы:  $\mu = 60$ ,  $\psi = \pi / 2$  и  $\tau = 1$ , соответствующих хаотическому режиму, а также с уровнем сообщения  $c = 40$ .

Постановка задачи заключалась в оценке бинарного сообщения  $\hat{s}(t_i)$  по наблюдению, состоящего из аддитивной смеси хаотического сигнала  $\bar{x}(t_i, s(t_i))$  со среднеквадратичным отклонением  $\sigma_x$  и гауссова шума  $n(t)$  с нулевым математическим ожиданием  $m_0$ , и среднеквадратичным отклонением  $\sigma_n$ :

$$\bar{\xi} = \{\xi_i\}_{i=0}^N = \bar{\xi}(t_i) = \bar{x}(t_i, s(t_i)) + n(t_i),$$

при условии, что параметры системы на приемной стороне известны.

Оценка сообщения  $\hat{s}(t_i)$  определялась обращением уравнения (3) относительно  $s(t_i)$  и в результате этого получили выражение оценки  $\hat{s}(t_i)$ :

$$\hat{s}(t_i) = \left( \frac{\dot{\xi}(t) + \xi(t)}{\sin(x(t - \tau_0) - \psi)} - \mu \right) \cdot \frac{1}{c}. \quad (5)$$

А также аналогично для второго уравнения (4):

$$\hat{s}(t_i) = (\mu \cdot \sin(x(t - \tau_0) - \psi) - \xi(t) - \dot{\xi}(t)). \quad (6)$$

Поскольку в выражениях (5) и (6) производная хаотического процесса неизвестна, однако учитывая, что доступно наблюдение  $\xi(t_i)$ , тогда воспользовавшись численным методом приближенного дифференцирования  $\dot{\xi}(t_i)$  по четырем дискретным отсчетам, получили недостающую производную.

С целью более объективного анализа процедуры выделения  $s(t_i)$ , расчет оценки одного и того же сообщения проводился по 20 наблюдениям с раз-

личними реализациями измерительного шума

$$\bar{\xi}(t_i)^k = \bar{x}(t_i, s(t_i)) + n(t_i)^k,$$

где  $k=1, \dots, 20$ , при отношениях сигнал/шум приближенно равными  $\delta_k = \sigma_x / \sigma_n^k \approx 100$ .

Качественное выделение  $s(t_i)$  определялось вероятностью правильной оценки сообщения  $P_{\text{пр}} = 1 - P_{\text{ош}}$ , где величина  $P_{\text{ош}} = d_H / K$  определяет долю ошибок в оценках элементов сообщения, которая равна отношению значения расстояния Хемминга  $d_H(s(t), \hat{s}(t))$  между передаваемой бинарной последовательностью  $s(t)$  и её оценкой  $\hat{s}(t)$  к общему числу  $K$  ее элементов.

В результате выделения сообщения  $s(t_i)$ , с использованием выражения (5), были получены 20 значений вероятности правильной оценки бинарного сообщения:  $P_{\text{пр}}=1$  девять раз,  $P_{\text{пр}}=0,999$  девять раз,  $P_{\text{пр}}=0,998$  один раз и  $P_{\text{пр}}=0,996$  тоже один раз. Во втором случае, с применением выражения (6), значения вероятности  $P_{\text{пр}}=1$  получились двадцать раз одинаковые.

## Выводы

Таким образом, исследование модели передающей системы на основе нелинейной динамической системы с задержкой (Икеды) (2) показало следующие результаты. Формирование хаотической несущей с помощью системы Икеды (2) необходимо при значениях ее параметров:  $\mu \geq 20$ ,  $\psi \geq \pi/8$  и  $\tau \geq 1$ . Достоверное выделение бинарного сообщения из хаотического сигнала, искаженного гауссовым шумом, допустимо при отношении сигнал/шум не менее чем  $\delta = 100$ , без дополнительной фильтрации.

Наряду с этим, процедура выделения сообщения показала чувствительность к неточно заданным значениям параметров динамической системы с задержкой, что способствует повышению противостояния мерам идентификации динамической системы

Икеды и измерению ее параметров. Однако за рамками данной работы остались вопросы, связанные с анализом влияния параметров системы на качество выделения сообщения.

## Список литературы

1. Фалькович С.Е. Основы статистической теории радиотехнических систем. Учеб. пособие. / С.Е. Фалькович, П.Ю. Костенко. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2005. – 390 с.
2. Костенко П.Ю. Использование дискретного отображения, порожденного разностной схемой для дифференциального уравнения Маккея-Гласса, для скрытой передачи бинарного сообщения. / П.Ю. Костенко А.Н. Барсуков // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2009. – Т.52, №2 – С. 102-105.
3. Стасев Ю.В. Інформаційні системи на основі динамічного хаосу / Ю.В. Стасев, К.С. Васюта, С.В. Женьжера // Системи озброєння і військова техніка. – 2009. – №1 (17). – С. 134-138.
4. Пономаренко В.И. Метод восстановления систем с задержкой по временным рядам, учитывающий вид модельного уравнения / В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, Е.В. Сидак // Известия Саратовского университета, Сер. Физика. – 2011. – Т. 11, № 2. – С.72-78.
5. Костенко П.Ю. Оценка структурной скрытности хаотических сигналов / П.Ю. Костенко, С.М. Симошенко, А.Н. Барсуков, А.В. Антонов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2012. – Т. 55, № 11. – С.3-10.
6. Larger Laurent. From Flow to Map in an Experimental High-Dimensional Electro-Optic Nonlinear Delay Oscillator / Laurent Larger, Pierre-Ambroise Lacourt, Stephane Poinsot, Marc Hanna // PHYSICAL REVIEW LETTERS PRL 95. – 2005. – 043903. – P. 043903-(1-4).
7. Ikeda K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system / K. Ikeda // Opt. Commun. – 1979. – V. 30. – P. 257-261.
8. Бутенин Н.В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Н.В. Бутенин, К.И. Неймарк, Н.А. Фурфаев. – М.: Наука, 1976. – 384 с.

Поступила в редколлегию 12.02.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. П.Ю. Костенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

## ВИДІЛЕННЯ БІНАРНОГО ПОВІДОМЛЕННЯ ЗА СПОСТЕРЕЖЕННЯМ ХАОТИЧНОГО СИГНАЛУ, СФОРМОВАНОГО ДИНАМІЧНОЮ СИСТЕМОЮ ІКЕДИ

О.М. Барсуков

У статті розглядається модель передавальної системи, що описується нелінійною динамічною системою Ікеди. Пропонується метод підмішування бинарного повідомлення в хаотичний несучу, яка сформована системою із затримкою, і його виділення за спостереженням сигналу, що спотворений вимірвальним шумом.

**Ключові слова:** хаотична несуча, фазовий простір, біфуркаційна діаграма, бинарне повідомлення, шум, система Ікеди.

## RECOVERY OF BINARY INFORMATION FROM OBSERVER OF CHAOTIC SIGNAL GENERATED BY DYNAMIC SYSTEM IKEDA

A.N. Barsukov

In this paper, we consider model of the transmission system described by a nonlinear dynamical system Ikeda. Propose a method of mixing the binary message in a chaotic carrier generated by system with a delay and its recovery from observation of distorted signal measurement noise.

**Keywords:** chaotic carrier, the phase space, bifurcation diagram, a binary message, the noise, the system Ikeda.