УДК 621.317.37

С.А. Тышко[1], В.Г. Смоляр[2], О.Е. Забула[1]

[1]*Академия внутренних войск МВД, Харьков*
[2]*Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава*

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДВУХ ПОЛУПЕРИОДНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗОВОГО СДВИГА ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ С РАВНОЙ АМПЛИТУДОЙ

В статье проведен анализ изменения характеристик функции полученной при суммировании двух гармонических сигналов имеющих равную амплитуду, которые подверглись двухполупериодному преобразованию. Получены аналитические соотношения, описывающие взаимосвязь между характеристиками гармонических сигналов и моментами суммарной функции.

Ключевые слова: *фазовый сдвиг, гармонический сигнал, максимум функции, экстремум, фазометрия.*

Введение

Фазовые методы измерения широко используется в радиолокации и радионавигации, авиационной и космической техниках, геодезии, машиностроении, связи, в системах неразрушительного контроля и многих других отраслях. Фазоизмерительное преобразование различных физических процессов в фазовый сдвиг гармонических сигналов обеспечивает высокие метрологические характеристики. Поэтому фазометрия, как метод преобразования и измерения давно вышла за границы традиционного использования в радиотехники, навигации и связи и с успехом используется в экспериментальной физике, радиофизике, экспериментальной медицине, современных областях науки и техники при проведении прецизионных измерений [1, 2].

Фазовые методы измерения и созданные на его основе измерительные системы позволяют решать значительный круг научно-технических задач, которые связаны с высокоточными измерениями расстояний, временных интервалов, углов и анализа характеристик сигнальных полей различной физической природы (электромагнитных, оптически, акустических).

Анализ литературы. Наиболее полная классификация методов измерения фазовых сдвигов гармонических сигналов приведена в роботе [3].

По принципу проведения измерения методы фазометрии делятся на компенсационные и методы преобразования фазового сдвига в другие величины – напряжение, временной интервал, геометрические параметры осциллографических изображений исследуемых сигналов.

Указанные методы отличаются один от одного технической реализацией, сложностью и точностью.

Рассмотрим способы реализации, каждого известного метода.

Компенсационный метод основывается на процессе уравновешивания (компенсации) фазового сдвига $\varphi \in [0, 2\pi)$ между измеряемыми гармоническими сигналами, то есть сведение к нулю фазового сдвига за счет регулировки фазы одного из сигналов с помощью регулируемого фазовращателя (меры фазового сдвига). Данный метод обеспечивает достижение высокой точности измерения, близкой к точности фазовращателя [4, 5].

Методы измерения на основе преобразования фазового сдвига в другие сигналы, позволяет определять значение фазового сдвига сигналов после их преобразования в другие промежуточные величины, которые удобно использовать для измерения. К таким промежуточным величинам относятся напряжение, сила ток, перемещение электронного луча осциллографа, временные интервалы.

Цель стати. Провести анализ изменения характеристик сигнала полученного при сложении двух гармонических сигналов с равной амплитудой, которые подверглись двухполупериодному преобразованию, в зависимости от их фазового сдвига.

Основная часть

В основу проведения измерения фазовых сдвигов сигналов положена модель гармонического сигнала, который задается без изменений своих параметров на бесконечном интервале времени. Данная модель является идеальной, а на практики используют модель с финитным временным окном, то есть измерения проводятся на конечном временном интервале.

Для гармонических сигналов в измерительной технике используются такие понятия: фаза, начальная фаза, фазовый сдвиг и время запаздывания.

В настоящее время наибольший интерес для фазометрии представляет измерение фазового сдвига. Под фазовым сдвигом [2], понимается модуль разности начальных фаз двух гармоничных сигналов одной частоты.

Пусть имеется два гармонических сигнала $u_1(t)$ и $u_2(t)$, которые имеют фазовый сдвиг один относительно другого равный $\Delta\varphi$, который находится в интервале от 0 до 2π. Исходя из того, что измерение фазового сдвига относятся к относительным измерениям, математическую запись изменения сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$, можно представить в виде:

$$u_1(t) = U_{m1}\cos(2\pi ft);$$
$$u_2(t) = U_{m2}\cos(2\pi ft + \Delta\varphi),$$

где U_{m1}; U_{m2} – амплитуда сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ соответственно;

f – частота сигналов.

Из сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ извлекается модуль, в результате чего получим:

$$u_1^{/}(t) = |u_1(t)| = |U_{m1}\cos(2\pi ft)|;$$
$$u_2^{/}(t) = |u_2(t)| = |U_{m2}\cos(2\pi ft + \Delta\varphi)|.$$

Просуммировав сигналы $u_1^{/}(t)$ и $u_2^{/}(t)$, получим:

$$u_{\sum}^{/}(t) = |U_{m1}\cos(2\pi ft)| + |U_{m2}\cos(2\pi ft + \Delta\varphi)|.$$

Зависимость $u_{\sum}^{/}(t)$ для некоторых значений фазового сдвига $\Delta\varphi$ представлено на рис. 1.

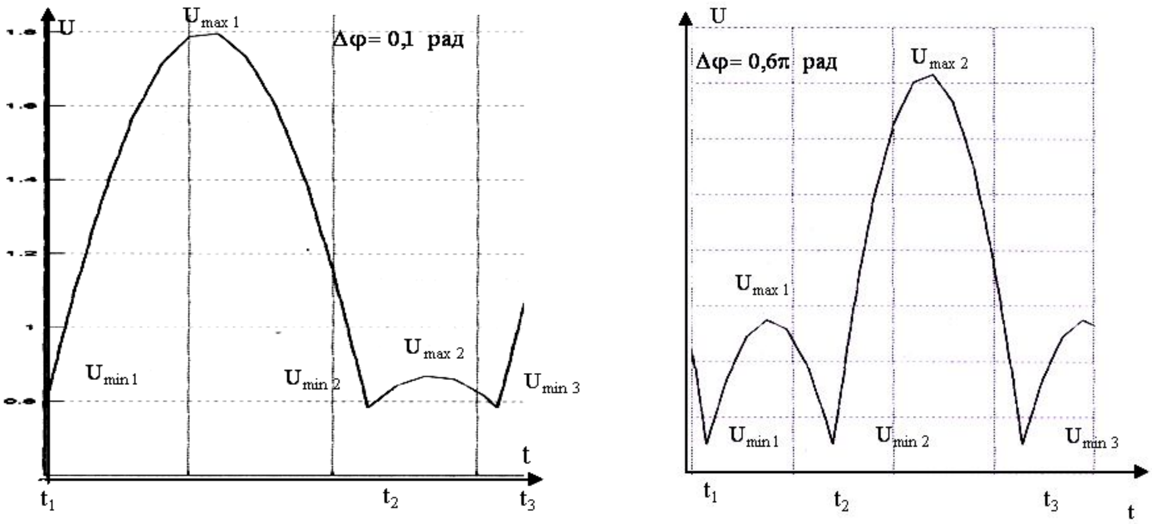

Рис. 1. Форма сигнала $u_{\sum}^{/}(t)$

Анализ результатов моделирования показывает, что сигнал $u_{\sum}^{/}(t)$ является периодическим, с периодом $T' = \frac{1}{2f}$. Также $u_{\sum}^{/}(t)$ на этом же интервале времени имеет два максимума U_{1max} и U_{2max} соответствующие моментам времени t_{1max}, t_{2max} и три минимума $U_{1min} = U_{2min} = U_{3min} = U_{min}$ соответствующие моментам времени t_1, t_2 и t_3 соответственно.

Также из данного рисунка видно, что в зависимости от изменения значения фазового сдвига $\Delta\varphi$ сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ у сигнала $u_{\sum}^{/}(t)$ изменяются такие величины, как U_{1max}, U_{2max}, U_{min}, $\Delta t_{2.1}$ и $\Delta t_{3.2}$.

Как видно из выше изложенного, задача определения зависимости изменения U_{1max}, U_{2max}, U_{min}, $\Delta t_{2.1}$ и $\Delta t_{3.2}$ от $\Delta\varphi$ относится к задачи поиска экстремума и определения максимума либо минимума функции в точках экстремума.

Порядок решения данных задач изложен в [5]. Одним из этапов данной задачи является дифференцирование функции. Как известно функция модуля не является дифференцируемой на всем интервале от 0 до π, что делает невозможным решить данную задачу в аналитическом виде.

Поэтому задачу поиска экстремума функции $u_{\sum}^{/}(t)$, определение ее максимума и минимума проведено приближенными методами с точностью до 11-го знака.

Функциональную зависимость U_{1max}, U_{2max}, U_{min}, $\Delta t_{2.1}$ и $\Delta t_{3.2}$ от $\Delta\varphi$ определим, путем проведения аппроксимации.

Определим зависимости $\Delta t_{2.1} = t_2 - t_1$, и соответственно $\Delta t_{3.2} = t_3 - t_2$, от изменения фазового сдвига сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

Значение величин $\Delta t_{2.1}$ для некоторых значений фазового сдвига $\Delta\varphi$ представлены на рис. 2.

Зависимость построена для сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ с частотой равной 1, 5 и 10 герц.

Как видно из рис. 2, $\Delta t_{2.1}$ в зависимости от изменения $\Delta\varphi$ являются линейными функциями.

При этом $\Delta t_{2.1}$ убывает с увеличением $\Delta\varphi$ на интервале от 0 до π, принимая максимальное значение равное $1/2f$ при значении фазового сдвига отвечающему нулю радиан и минимальное значение равное нулю при значении $\Delta\varphi$ равном π радиан.

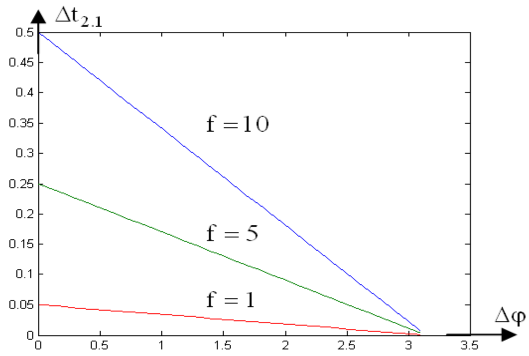

Рис. 2. Зависимость изменения $f = 1$ от значения фазового сдвига

Тогда возможно записать, выражение, которое описывает взаимосвязь между $\Delta\varphi$ и $\Delta t_{2.1}$:

$$\Delta t_{2.1} = \frac{1}{2f} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi f}.$$

Значение величин $\Delta t_{3.2}$ для некоторых значений фазового сдвига $\Delta\varphi$ представлены на рис. 3.

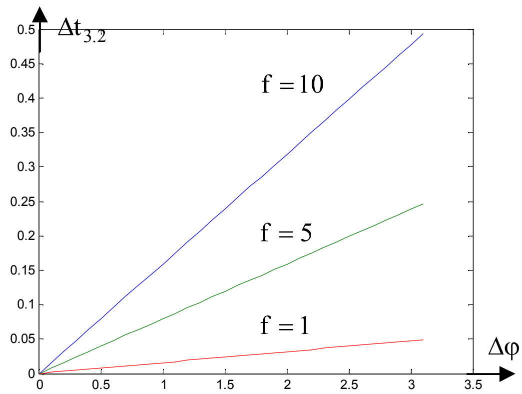

Рис. 3. Зависимость изменения $\Delta t_{3.2}$ от значения фазового сдвига

Зависимость построена для сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ с частотой равной 1, 5 и 10 герц.

Как видно из рис. 3, $\Delta t_{3.2}$ в зависимости от изменения $\Delta\varphi$ являются линейными функциями.

Значение $\Delta t_{3.2}$ на интервале от 0 до π, возрастает, при этом принимая максимальное значение равное $1/(2f)$ при значении фазового сдвига отвечающему π радиан и минимальное значение равное нулю при $\Delta\varphi = 0$ радиан.

Соотношение, которое описывает взаимосвязь между $\Delta\varphi$ и $\Delta t_{3.2}$ имеет вид:

$$\Delta t_{3.2} = \Delta\varphi/(2\pi f).$$

Установим функциональную зависимость между изменениями величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ и $U_{\min}$ в зависимости от фазового сдвига $\Delta\varphi$. Для этого проведем расчет значений величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$, $U_{\min}$ для некоторых значений фазового сдвига $\Delta\varphi$. Функциональная зависимость между величинами $U_{1\max}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ представлены на рис. 4.

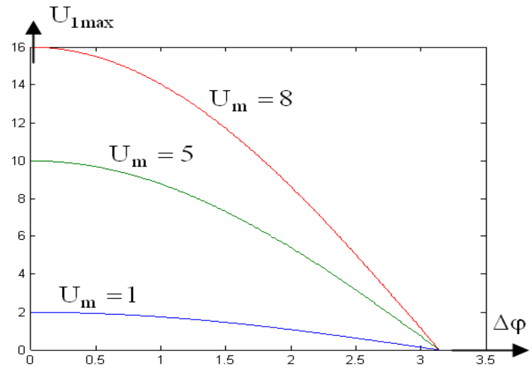

Рис. 4. Зависимость изменения $U_{1\max}$ от значения фазового сдвига

Линии, представленные на рис. 4, построены для сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ имеющие значение амплитуды $U_{m1} = U_{m2}$ равные 1, 5 и 8 вольтам.

Из рис. 4 видно, что зависимость между величинами $U_{1\max}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ является монотонно убывающей, при этом принимая максимальное значение равное $2U_m$ при $\Delta\varphi = 0$ радиан и минимальное значение равное нулю при значении $\Delta\varphi = \pi$ радиан.

Кривые, представленные на рис. 4, возможно аппроксимировать с точностью до 11-го с использованием следующего соотношения:

$$\Delta\varphi = 2\arccos\left(U_{1\max}/(2U_m)\right); \quad \Delta\varphi \in [0,\pi).$$

Функциональная зависимость между величинами $U_{2\max}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ представлены на рис. 5. Из данного рисунка видно, что зависимость между величинами $U_{2\max}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ является монотонно возрастающей, принимая максимальное значение равное $2U_m$ при значении фазового сдвига отвечающему π радиан и минимальное значение равное нулю при значении $\Delta\varphi = 0$ радиан.

Кривые представленные на рис. 5 возможно аппроксимировать с точностью до 11-го с использованием следующего соотношения:

$$\Delta\varphi = 2\arcsin\left(U_{2\max}/(2U_m)\right), \ \Delta\varphi \in [0,\pi).$$

Функциональная зависимость между величинами $U_{\min}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ представлены на рис. 6. Анализ рис. 6 показывает, что зависимость между величинами $U_{\min}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ является монотонно возрастающей на интервале от 0 до $0{,}5\pi$ радиан принимая максимальное значение равное U_m, а на интервале от $0{,}5\pi$ до π данная функция убывает от $U_{\min}$ до 0.

Кривые представленные на рис.6 возможно аппроксимировать с точностью до 11-го знака с использованием следующего соотношения:

$$\Delta\varphi = \arcsin\left(U_{\min}/U_m\right); \quad \Delta\varphi \in [0,\pi).$$

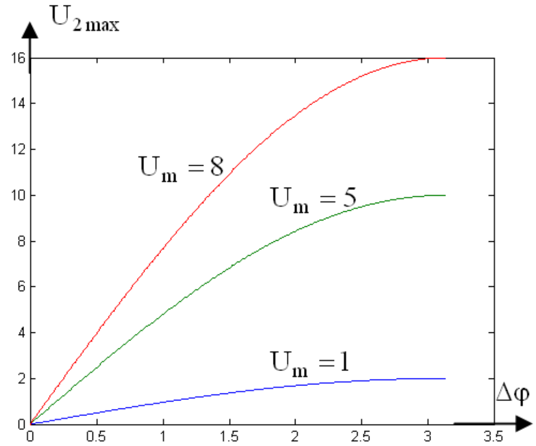

Рис. 5. Зависимость изменения $U_{2\max}$ от значения фазового сдвига

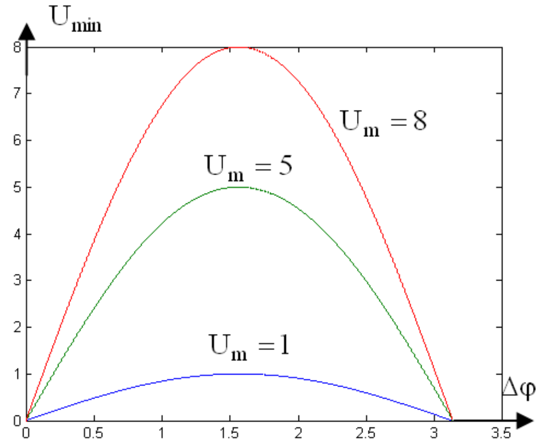

Рис. 6. Зависимость изменения $U_{\min}$ от значения фазового сдвига

Также используя результаты приведенные на рис 4…6, можно сделать вывод, что изменение значения величины $U_{2\max}$ и $U_{\min}$ на интервале нахождения величины $\Delta\varphi$ от 0,001 до 0,6 радиан происходит быстрее, чем величина $U_{1\max}$, однако на интервале от 0,6 до 0,5 π радиан и от 0,7 π до π радиан изменения $U_{2\max}$, $U_{\min}$ и $U_{1\max}$ практически одинаковы, на интервале от 0,5 π до 0,7 π величина $U_{1\max}$ меняется быстрее, чем $U_{\min}$ и $U_{2\max}$.

Исходя из выше изложенного, можно предложить следующие варианты измерения фазового сдвига гармонического сигнала:

– использование в качестве информационного параметра, любую из величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$, $U_{\min}$, Δt_1 и Δt_2. Выбор каждой из указанных величин зависит от того какая из них обеспечит наибольшую точность для измеряемого значения фазового сдвига;

– фазовый сдвиг определять как средне-взвешеное значение, полученное по каждой из величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$, $U_{\min}$, Δt_1 и Δt_2.

Выводы

В статье проведен анализ изменения характеристик сигала, полученного в результате сложения двух гармонических сигналов имеющих фазовый сдвиг в интервале от 0 до π после проведения их двухполупериодного преобразования. Определен перечень характеристик, данного сигнала которые изменяются в зависимости от изменения фазового сдвига. Получены аналитические соотношения, которые устанавливают взаимосвязь между фазовым сдвигом и характеристиками рассматриваемого сигнала.

Список литературы

1. Куц Ю.В. Статистична фазометрія / Ю.В. Куц, Л.М. Щербак. – Тернопіль: Тернопільський державний технічний університет, 2009. – 384 с.

2. ГОСТ 16465-70 Сигналы радиотехнические измерительные. Термины и определения. – Введ. С 01.07.71. М.: Изд-во стандартов, 1987. – 27 с.

3. Волков В.М. Нестационарные процессы в элементах фазометрических систем / В.М. Волков, А.А. Иванько. – К.: Техніка, 1977. – 120 с.

4. Бова Н.Т. Вимірювання різниці фаз у радіолектроніці / Н.Т. Бова, В.А. Гайжевський, С.М. Маєвський, В.В. Малєбнік. – К.: Вища школа, 1972. – 231 с.

5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: Наука, 1969. – 872 с.

Поступила в редколлегию 12.03.2013

Рецензент: д-р техн. наук, ст. научн. сотр. М.Ю. Яковлев, Академия Сухопутных войск им. П. Сагайдачного, Львов.

ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ ОТРИМАНОЇ ПРИ ДОДАВАННІ ДВОХ ГАРМОНІЧНИХ СИГНАЛІВ С РІВНИМИ АМПЛІТУДАМИ УЗЯТЕ ПО МОДУЛЮ, ЗАЛЕЖНО ВІД ЗМІНИ ЇХ ФАЗОВОГО ЗСУВУ

С.О. Тишко, В.Г. Смоляр, О.Є. Забула

У статті проведено аналіз зміни характеристик функції отриманої при підсумовуванні двох гармонійних сигналів, які мають однакову амплітуду, та піддалися двухполуперіодний перетвореннію. Отримано аналітичні співвідношення, що описують взаємозв'язок між характеристиками гармонійних сигналів і моментами сумарної функції.

Ключові слова: *фазовий зсув, гармонійний сигнал, максимум функції, екстремум, фазометри.*

STUDY OF THE FUNCTION OF RECEIVING THE ADDITION OF TWO HARMONIC SIGNALS WITH EQUAL AMPLITUDES THE MODULUS, DEPENDING ON CHANGES IN THEIR PHASE SHIFT

S.A. Tyshko, V.G. Smolar, O.E. Zabula

The analysis of changes in the characteristics of the function obtained in the addition of two harmonic signals of equal amplitude, which were full wave transformation. Analytical relations describing the relationship between the characteristics of harmonic signals and the moments of the total function.

Keywords: *phase shift, harmonic signal, the maximum function extremum, phase shift.*