

УДК 621.311

В.П. Разживін, Ю.М. Кочоєв

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ

В статті розглянуті варіанти оптимального розподілу потужності між підприємствами. Пропонується в якості критерію оптимальності обрати втрати потужності при розподілі її між споживачами.

Ключові слова: система електропостачання; критерій оптимальності; електричні станції або підстанції; симплекс-метод; електрична енергія; математична модель.

Вступ

При плануванні електропостачання промислового району виникає завдання оптимального розподілу потужності між підприємствами з погляду втрат при її передачі.

Показник, за величиною якого оцінюють, чи являється рішення оптимальним, називається критерієм оптимальності. Найбільш часто в якості критерію оптимальності приймається економічний критерій, який представляє собою мінімум затрат (фінансових, енергетичних, сировинних, трудових) на реалізацію поставленої задачі. При заданих або обмежених величинах цих затрат економічний критерій виявляється в одержанні максимального прибутку. В електроенергетиці в залежності від вимог поставленої задачі можуть прийматися і інші критерії оптимальності, а саме:

- критерій надійності електропостачання;
- критерій якості електроенергії;
- критерій найменшого впливу на навколишнє середовище (екологічний критерій).

В роботі пропонується в якості критерію оптимальності обрати втрати потужності при розподілі її між споживачами.

Втрати залежать від багатьох чинників, таких як довжина ліній електропередач, матеріал, з якого виготовлена лінія, перетин проводів, навантаження і так далі.

Основний розділ

Якщо відомі обмеження на передачу електричної енергії, а також втрати на одиницю потужності при передачі електроенергії від i -го пункту постачання до j -го пункту споживання (а також в припущенні, що загальні втрати пропорційні переданій потужності), то задачу оптимізації можна вирішити методами математичного програмування.

Джерелами живлення являються електричні станції або підстанції, споживачами – промислові споживачі електроенергії.

Нехай в системі електропостачання, що проектується, маємо $i=1,2,\dots,n$ вузлів джерел живлення та $j=1,2,\dots,m$ вузлів споживачів. Потужність кожного з

джерел складає A_i , а потужність кожного з споживачів – B_j одиниць потужності (о.п.). Звісно взаємне розміщення вузлів джерел та споживачів.

Загальна кількість можливих до будівництва ліній електропередач, які зв'язують джерела з споживачами, складає nm .

Звісно, що електрична мережа являється електричним колом і для цієї мережі можна застосувати 1-й закон Кірхгофа. Для кожного i -го джерела живлення сума потужностей, які відтікають по лініях до всіх $j=1,2,\dots,m$ вузлів споживачів, дорівнює потужності A_i цього джерела

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, i = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Для кожного j -го споживача сума потужностей, які притікають по лініях від всіх $i=1,2,\dots,n$ джерел дорівнює потужності B_j цього споживача

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Співвідношення (1) та (2), які представляють собою баланси потужності в кожному з вузлів, являються обмеженнями при рішенні задачі. Загальна кількість обмежень дорівнюється кількості вузлів джерел та споживачів $n+m$.

Звісно, що для будь-якої електричної мережі кількість незалежних рівнянь, які складаються за 1-им законом Кірхгофа, на одиницю менше кількості вузлів і складає $(n+m-1)$. Отже, кількість незалежних обмежень складає $(n+m-1)$. Кількість базисних (не рівних нулю) змінних дорівнює кількості незалежних обмежень і складає $(n+m-1)$. Останні змінні являються вільними (рівними нулю). Кількість вільних змінних дорівнює $(nm-(n+m-1))$.

Кожна базисна змінна x_{ij} відповідає наявності в схемі ліній між вузлами i та j , так як потужність, яка протікає між вузлами i та j , не дорівнює нулю. Кожна вільна змінна x_{ij} відповідає відсутності в схемі лінії між вузлами i та j , так як потужність, яка протікає між вузлами i та j , дорівнює нулю.

В задачі, що розглядається, всі потужності, які передаються від джерел до споживачів, не являються

негативними. Тому обмежувальні умови мають вид:

$$x_{ij} > 0, \quad i=1,2,\dots,n; \quad j=1,2,\dots,m. \quad (3)$$

Цільова функція L' , що є сумою втрат по всіх передачах, тобто суму величин x_{ij} , помножених на c_{ij} , повинна бути мінімальною

$$L' = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{ij}x_{ij} + \dots + c_{mn}x_{mn},$$

де c_{ij} – втрати при передачі на одиницю потужності.

Вирази (1) – (3) та (4) представляють собою математичну модель задачі. Видно, що вирази для цільової функції та обмежень являються лінійними, тому задача може бути вирішена симплекс-методом, однак ця задача має свої особливості. Особливості задачі наступні:

- всі обмеження мають форму рівнянь;
- всі коефіцієнти при змінних в системі обмежень дорівнюють плюс одиниці;
- кожна змінна двічі входить в систему обмежень; один раз в баланси вузлів джерел, другий раз в баланси вузлів споживачів.

Ці особливості задачі дозволяють обійти складну обчислювальну процедуру симплекс-метода і застосувати спеціальні методи рішення, більш прості, ніж симплекс-метод.

Якщо відомі обмеження на передачу електричної енергії, а також втрати на одиницю потужності при передачі електроенергії від i -го пункту постачання до j -го пункту споживання (а також в припущенні, що загальні втрати пропорційні переданій потужності), то задачу оптимізації можна вирішити методами математичного програмування.

Виділяють типи завдань, вирішення яких можна отримати за допомогою простіших методів. До них відноситься так звана "транспортна задача".

Транспортна задача лінійного програмування формулюється таким чином.

Є m пунктів відправлення: $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$, в яких знаходиться відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_i, \alpha_m$ одиниць однорідного ресурсу (в даному випадку електричної енергії).

Є n пунктів призначення: $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$, що подали заявки на постачання в ці пункти ресурсів, що мають, відповідно на $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n$ одиниць.

Передбачається, що сума ресурсів відправника повинна бути рівна сумі ресурсів споживача:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Задані втрати c_{ij} передачі потужності одиниці ресурсу від i -го пункту відправлення до j -го пункту призначення.

Потрібно скласти такий план передачі електричної енергії, при якому всі заявки були б виконані, а

загальні втрати всіх передач були мінімальні.

При такій постановці завдання показником ефективності плану передачі електричної енергії є втрати транспортування, тому поставлене завдання можна назвати транспортною задачею по критерію втрат.

Позначимо через x_{ij} кількість ресурсу, який передається з i -го пункту відправлення в j -й пункт призначення. Тоді математична модель завдання може бути записана в наступному вигляді.

1. Всі ресурси повинні бути передані:

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1j} + \dots + x_{1n} &= a_1, \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2j} + \dots + x_{2n} &= a_2, \\ \dots & \dots \\ x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{in} &= a_i, \\ \dots & \dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mj} + \dots + x_{mn} &= a_m, \end{aligned} \right\}$$

або

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

2. Всі заявки повинні бути задоволені:

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{i1} + \dots + x_{m1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{i2} + \dots + x_{m2} &= b_2, \\ \dots & \dots \\ x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{mj} &= b_j, \\ \dots & \dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{in} + \dots + x_{mn} &= b_n \end{aligned} \right\}$$

або

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}.$$

3. З приведених двох умов виходить, що сума ресурсів відправника повинна бути рівна сумі ресурсів споживача:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

4. Всі передачі x_{ij} повинні бути позитивними, тобто $x_{ij} > 0$ (зворотні передачі заборонені).

5. Цільова функція L' , повинна бути мінімальною

$$L' = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{ij}x_{ij} + \dots + c_{mn}x_{mn},$$

або

$$L' = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}.$$

Знак подвійної суми означає, що підсумовування проводиться по всіх комбінаціях індексів ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$).

Потрібно знайти такі значення передач x'_{ij} , які мінімізували б цільову функцію L' .

Умовимося про термінологію.

Значення x_{ij} – кількості одиниць ресурсу, що направляється з пункту A_i в пункт B_j називатимемо передачами, а x'_{ij} – оптимальними передачами.

Будь-яку сукупність значень $\{x_{ij}\}$ називатимемо планом передач або просто планом.

План $\{x_{ij}\}$ називатимемо допустимим, якщо він задовольняє "балансовим умовам" (4); всі заявки задоволені, всі ресурси вичерпані.

Допустимий план називатимемо опорним, якщо в нім відмінні від нуля не більш $r = m + n - 1$ базисних змінних, а решта змінних рівна нулю.

Названа умова витікає з того, що в транспортній задачі одне з рівнянь надмірно, оскільки воно лінійно залежить від інших рівнянь. Це є наслідком однієї з початкових умов транспортної задачі, яка виражається в тому, що сума ресурсів відправника повинна бути рівна сумі заявок споживача. Дійсно, складаючи між собою ліві і праві частини всіх рівнянь і всіх рівнянь, ми повинні отримати одне і те ж. Таким чином, транспортну задачу лінійного програмування можна описати лише лінійно незалежними рівняннями, число яких рівне $m + n - 1$.

Якби число невідомих було рівне числу рівнянь, завдання мало б тільки одне рішення – один варіант плану передач. Те, що рівнянь менше, ніж невідомих, означає, що завдання може мати безліч варіантів плану.

План $\{x'_{ij}\}$ називатимемо оптимальним, якщо він серед всіх допустимих планів приводить до найменших втрат всіх передач.

Для наочності умову завдання прийнято записувати у вигляді таблиці. Таку таблицю називають транспортною таблицею.

У транспортній таблиці записуються:

- пункти відправлення (ПВ), пункти призначення (ПП);
- ресурси, наявні в пунктах відправлення ($\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$);
- заявки, подані пунктами призначення ($b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n$);
- втрати одиничних передач з кожного пункту відправлення в кожен пункт призначення ($c_{11}, c_{12}, \dots, c_{mn}$).

Втрати одиничних передач поміщають в правому верхньому кутку кожної клітки, з тим щоб в центрі клітки при складанні плану поміщати передачі x_{ij} .

Зразок транспортної таблиці наведений в табл. 1.

Клітки таблиці, в яких записуються відмінні від нуля передачі, умовимося називати базисними, останні – вільними. Таким чином, рішення транспортної

задачі з використанням таблиці зводиться до наступного. Знайти такі значення позитивних передач, які, будучи проставлені в базисних клітках транспортної таблиці, задовольняли б наступним умовам:

- сума передач в кожному рядку таблиці повинна бути рівна ресурсу даного пункту відправлення;
- сума передач в кожному стовпці повинна бути рівна заявці даного пункту призначення;
- загальні втрати передач мінімальні.

Таблиця 1

Зразок транспортної таблиці

ПВ	ПП	B_1	B_2	...	B_n	ресурси a_i
A_1		c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	a_1
A_2		c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	a_2
...	
A_m		c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	a_m
заявки b_j		b_1	b_2	...	b_n	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

Рішення задачі можна розбити на три етапи:
Визначення опорного плану.
Перевірка плану на оптимальність.
Побудова нового плану, якщо отриманий план не є оптимальним.

Висновок

Визначення опорного (початкового) плану можна здійснити декількома способами. Наприклад, за допомогою способу "північно-західного кута", або способом найменшого елемента по стовбцю.

Раціональнішим є спосіб найменшого елемента по стовбцю, суть якого полягає в тому, що для заповнення передачами вибираються такі клітки транспортної таблиці, які мають найменші показники одиничної втрати c_{ij} по стовпцях таблиці.

Використовуючи метод мінімального елемента, будемо опорний план і перевіряємо його на оптимальність за допомогою методу потенціалів.

Оптимальний план одержуємо звичайними класичними способами.

Список літератури

1. Венцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Венцель. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
2. Костин В.Н. Оптимизационные задачи электроэнергетики: уч. пос. / В.Н. Костин. – СЗТУ, 2003 – 120 с.

Надійшла до редколегії 1.10.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.Т. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

В.П. Разживин, Ю.М. Кочоев

В статье рассмотрены варианты оптимального распределения мощности между предприятиями. Предлагается в качестве критерия оптимума избрать потери мощности при распределении ее между потребителями.

Ключевые слова: система электроснабжения; критерий оптимума; электрические станции или подстанции; симплекс-метод; электрическая энергия; математическая модель.

CALCULATION OF OPTIMUM DISTRIBUTING OF ELECTRIC POWER

V.P. Razzhivin, Yu.M. Kochoev

In the article the variants of the optimum distributing of power are considered between enterprises. It is suggested as a criterion of optimum to choose the losses of power at distributing of it between users.

Keywords: system of power supply; criterion of optimum; electric stations or substations; simplex-method; electric energy; mathematical model.