

# Літальні апарати: аеродинаміка, силові установки, обладнання та озброєння

УДК 629.7.015

В.А. Бердочник, А.В. Приймак, Д.В. Бердочник

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

## ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЗЛЬОТУ ЛІТАКА

В статті розглянуті питання розробки математичної моделі процесу зльоту літака, що має трьохпорну схему шасі з носовою опорою. Математична модель може бути застосована для проведення числових досліджень параметрів зльоту при виконанні конструктивних удосконалень злітно-посадкових пристроїв, зміні експлуатаційних умов, розслідуванні льотних подій.

**Ключові слова:** динаміка польоту літака, злітно-посадкові характеристики, математичне моделювання.

### Вступ

Зліт та посадка літака є найбільш відповідальними етапами польоту, які вимагають від пілота виняткової уваги й точності. За даними статистики, найбільший відсоток аварій та льотних подій припадає на зліт та посадку. Тому актуальним є питання теоретичної оцінки впливу на злітно-посадкові характеристики літака його основних конструктивних параметрів, експлуатаційних умов, особливостей техніки пілотування.

Інструментом безпечного дослідження характеристик зльоту та посадки літака, безперечно, є математичне моделювання.

**Метою даної статті** є визначення особливостей побудови математичної моделі зльоту літака.

### Викладення основного матеріалу

Зліт літака є початковою ділянкою польоту літака. В процесі зльоту літак відривається від землі та набирає висоту заданого ешелону. Зліт починається з моменту зрушення літака на старті і вважається закінченим по досягненні визначених для кожного конкретного літака величин швидкості й висоти, які забезпечують безпеку подальшого польоту.

Зліт з розбігом включає два етапи (рис. 1): розбіг та розгін з набором висоти стандартної перешкоди  $H_{СП}$  і безпечної швидкості  $V_{БЗ}$  подальшого польоту. На першому етапі зльоту – розбігу відбувається прискорений рух літака по злітно-посадковій смузі (ЗПС) з метою досягнення швидкості, необхідної для відриву від ЗПС. На початку розбігу

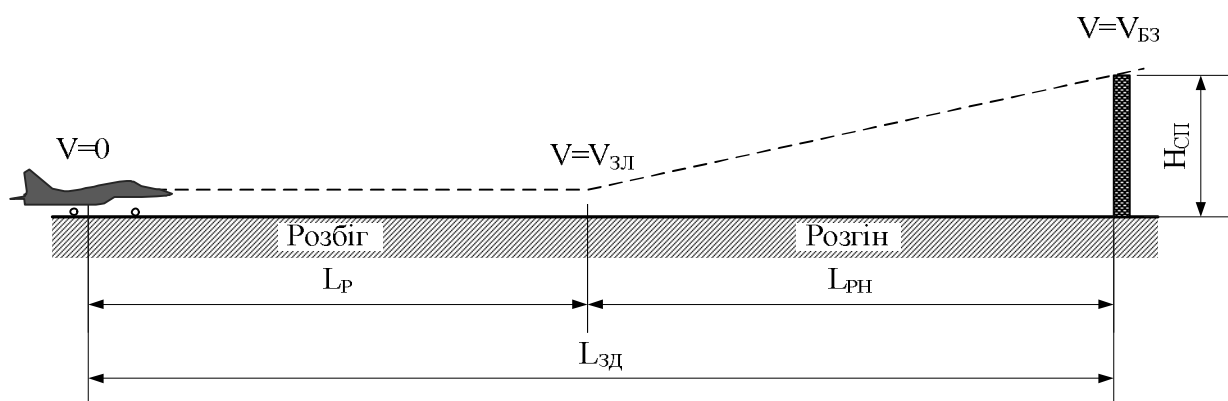


Рис. 1. Етапи зльоту з розбігом

літак рухається на трьох опорах. Безпосередньо перед відривом або при досягненні певної швидкості льотчик відхиленням руля висоти (стабілізатора) забезпечує літаку кут атаки відриву –  $\alpha_{зл}$ . Подальший розгін з цим кутом атаки призводить до плавного відриву літака від ЗПС. Етап розбігу характе-

ризується, в основному, довжиною розбігу –  $L_p$ , швидкістю відриву –  $V_{зл}$  та часом розбігу –  $t_p$ .

Другий етап зльоту літака: розгін полягає в наборі умовної висоти стандартної перешкоди –  $H_{СП}$  і розгону до певної безпечної швидкості польоту –  $V_{Бз}$  при досягненні висоти  $H_{СП}$ . Повітряна ділянка

зльоту з розгоном та набором висоти визначається величинами  $H_{СП}$  і  $V_{БЗ}$  та характеризується довжиною ділянки розгону-набору  $L_{РН}$  і часом його виконання  $t_{РН}$ . Відстань, яку проходить літак від початку розбігу до кінця розгону з набором висоти зветься злітною дистанцією  $L_{ЗД}$ . Таким чином, до основних злітних характеристик відносяться:

- $L_P$  – довжина розбігу;
- $V_{ЗЛ}$  – швидкість відриву;
- $L_{ЗД}$  – злітна дистанція.

### Схема сил, що діють на літак у процесі виконання зльоту та посадки. Системи рівнянь, що описують рух центра мас літака

В процесі розбігу рух літака уздовж ЗПС починається на трьох опорах та закінчується рухом на головних опорах з піднятим переднім колесом

Під час руху літака по ЗПС на нього діють такі сили:  $Y_a$  – аеродинамічна піднімальна сила;

- $X_a$  – аеродинамічна сила лобового опору;
- $P$  – сила тяги двигунів;
- $G$  – сила ваги;
- $N$  – сила нормальної реакції землі
- $F$  – сила тертя

Під час руху на трьох опорах нормальна реакція землі розподілена між переднім та головним колесами

$$N = N_{ГК} + N_{ПК},$$

а при рухові на головних колесах вона сприймається лише головними

$$N = N_{ГК}.$$

Схеми сил, що діють на літак під час розбігу наведені на рис. 2, 3.

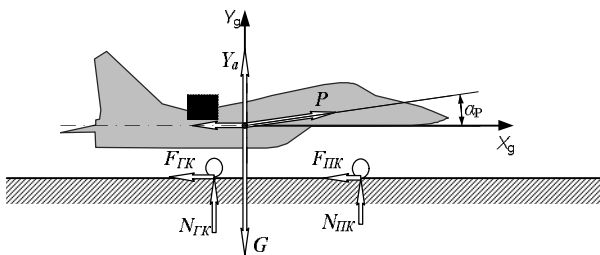


Рис. 2. Схема сил, що діють на літак під час руху на трьох опорах

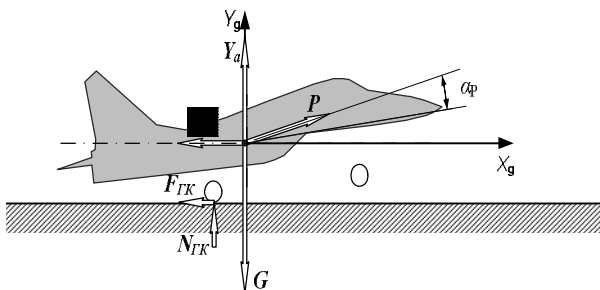


Рис. 3. Схема сил, що діють на літак під час руху на головних опорах

Силу тертя  $F$ , як відомо, можна виразити через коефіцієнт тертя  $f$ , та силу реакції опорної поверхні  $N$ :

$$F = f \cdot N,$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя кочення коліс, який залежить в основному від стану покриття ЗПС.

Для бетонного покриття  $f = 0,02 \dots 0,09$ , а для ґрунтового –  $f = 0,10 \dots 0,15$ .

Зважаючи на те, що під час розбігу вектор швидкості спрямований уздовж напрямку ЗПС (осі  $OX_g$  та  $OX_a$  колінеарні), рівняння руху центру мас літака можна записати, використовуючи другий закон механіки та проектуючи сили та прискорення на осі нормальної системи координат  $OX_g Y_g Z_g$ . Система рівнянь матиме такий вигляд (1):

$$\begin{aligned} m j_x &= m \frac{dV_x}{dt} = P \cdot \cos \alpha_p - X_a - F; \\ m j_y &= m \frac{dV_y}{dt} = P \cdot \sin \alpha_p + Y_a + N - G = 0; \\ \frac{dL}{dt} &= V_x, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $j_x$  – подовжнє прискорення;  $j_y$  – нормальне прискорення, яке під час руху по ЗПС дорівнює нулю;  $\alpha_p$  – кут між вектором тяги силової установки і будівельною горизонталлю літака;  $L$  – пройдений шлях.

Друге рівняння системи (1) можна використати для визначення сили тертя  $F$  під час руху уздовж ЗПС:

$$F = f \cdot N = f \cdot (G - Y_a - P \sin \alpha_p). \quad (2)$$

Тоді систему рівнянь (1) можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} m \frac{dV_x}{dt} &= P \cdot \cos \alpha_p - X_a - f \cdot (G - Y_a - P \sin \alpha_p); \\ \frac{dL}{dt} &= V_x. \end{aligned} \quad (3)$$

По досягненні швидкості відриву літак має можливість відділитися від ЗПС.

Швидкість відриву визначається як мінімальна швидкість безпечного відділення від ЗПС і вираховується із рівності нулю суми проекцій сил на вісь  $OY_g$ . В момент досягнення швидкості відриву вага літака повністю врівноважується піднімальною силою  $Y_a$  і складовою тяги двигунів  $- P \sin(\alpha_p + \alpha_{ЗЛ})$  при куті атаки в момент відриву  $\alpha_{ЗЛ}$ , тобто:

$$P \sin(\alpha_p + \alpha_{ЗЛ}) + Y_a = G \quad (4)$$

Необхідні значення аеродинамічних сил  $Y_a$  та  $X_a$  розраховуються через безрозмірні аеродинамічні коефіцієнти за допомогою відомих таких залежностей:

$$Y_a = c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S; \quad X_a = c_{xa} \frac{\rho V^2}{2} S, \quad (5)$$

де  $c_{ya}$ ,  $c_{xa}$  - аеродинамічні коефіцієнти піднімальної сили та сили лобового опору літака;  $\frac{\rho V^2}{2}$  - швидкісний напір;  $S$  - характерна площа (площа крила в плані).

Величини аеродинамічних коефіцієнтів для швидкостей польоту, близьких до злітно-посадкових, залежать від положення механізації та кута атаки  $\alpha$  літака.

Крім того, деякі зміни цих коефіцієнтів відбуваються при наявності близькості поверхні аеродому, що має місце під час зльоту та посадки, тобто внаслідок прояву «екранного ефекту». При невеликих кутах атаки вплив землі виражається в збільшенні коефіцієнта піднімальної сили.

Характер зміни аеродинамічних коефіцієнтів від кута атаки та положення злітно-посадкової механізації приводиться у технічних описах конкретних виробів.

Якщо відомий злітний кут атаки  $\alpha_{zn}$ , то використовуючи вирази (4, 5) можна отримати швидкість відриву  $V_{zn}$ :

$$V_{zn} = \sqrt{\frac{2(G - P \sin(\alpha_p + \alpha_{zn}))}{c_{ya} \cdot \rho \cdot S}} \quad (6)$$

Після відділення літака від ЗПС починається другий етап зльоту – розгін з набором висоти. Для цього етапу схема сил зображена на рис. 4.

Система рівнянь, що описує рух центра мас літака у швидкісній системі координат за відсутності крену має вид:

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= P \cos(\alpha_p + \alpha) - X_a - G \sin \theta; \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin(\alpha_p + \alpha) + Y_a - G \cos \theta; \\ \frac{dX_g}{dt} &= V \cos \theta; \quad \frac{dY_g}{dt} = V \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

В нормальній системі координат система (7) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} m \frac{dV_x}{dt} &= P \cos(\vartheta + \alpha_p) - X_a \cos(\vartheta - \alpha) - Y_a \sin(\vartheta - \alpha); \\ m \frac{dV_y}{dt} &= Y_a \cos(\vartheta - \alpha) + P \sin(\vartheta + \alpha_p) - X_a \sin(\vartheta - \alpha) - G; \\ \frac{dL}{dt} &= V_x; \\ \frac{dH}{dt} &= V_y, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{dL}{dt} = V_x;$$

$$\frac{dH}{dt} = V_y,$$

де  $\vartheta$  – кут тангажа літака.

На момент відриву від ЗПС кут  $\vartheta$  дорівнює  $\alpha_{zn}$ );

$\alpha$  – кут атаки літака на етапі розгону – набору висоти  $\alpha = \vartheta - \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right)$ .

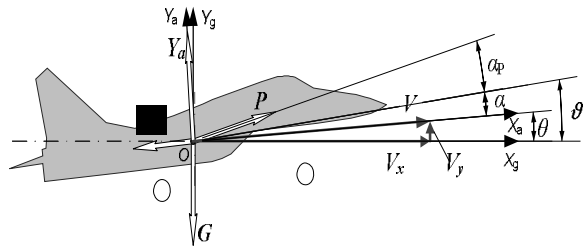


Рис. 4. Схема сил, що діють на літак під час розгону - набору висоти

Використання нормальної системи координат для розрахунку параметрів руху на етапі розгону – набору висоти обумовлено можливістю використання однакових формул для всіх етапів та забезпечення більшої зручності у побудові алгоритмів розрахунку.

### Алгоритм розрахунку траєкторії та кінематичних параметрів літака під час зльоту

Розрахунок положення літака у просторі в процесі зльоту можна здійснити шляхом розв'язування системи рівнянь, що описують рух його центра мас на двох етапах зльоту: розбігу – (3) та розгоні – наборі висоти (8). Дані рівняння є диференційними й подані у формі Коші. Оскільки праві частини цих рівнянь в процесі зльоту постійно змінюються, їх розв'язування слід проводити числовими методами (Ейлера, Рунге-Кутта тощо).

Розрахункові формули для визначення кінематичних параметрів з використанням методу Ейлера матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} j_{x_{i+1}} &= \frac{1}{m} (\sum F_x)_i; \\ j_{y_{i+1}} &= \frac{1}{m} (\sum F_y)_i; \\ V_{x_{i+1}} &= V_{x_i} + j_{x_i} \Delta t; \\ V_{y_{i+1}} &= V_{y_i} + j_{y_i} \Delta t; \\ L_{i+1} &= L_i + \frac{V_{x_{i+1}} + V_{x_i}}{2} \Delta t; \\ H_{i+1} &= H_i + \frac{V_{y_{i+1}} + V_{y_i}}{2} \Delta t; \\ t_{i+1} &= t_i + \Delta t, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\Delta t$  – розрахунковий крок за часом;

$\sum F_x$  – сума проєкцій усіх сил на вісь  $OX_g$ ;

$\sum F_y$  – сума проєкцій усіх сил на вісь  $OY_g$ .

Початковими умовами є стан літака під час старту для моменту часу  $t = 0$ :

$$V_x = V_y = 0;$$

$$H = 0;$$

$$L = 0.$$

Алгоритм програми розрахунку кінематичних параметрів літака під час зльоту наведений на рис. 5.

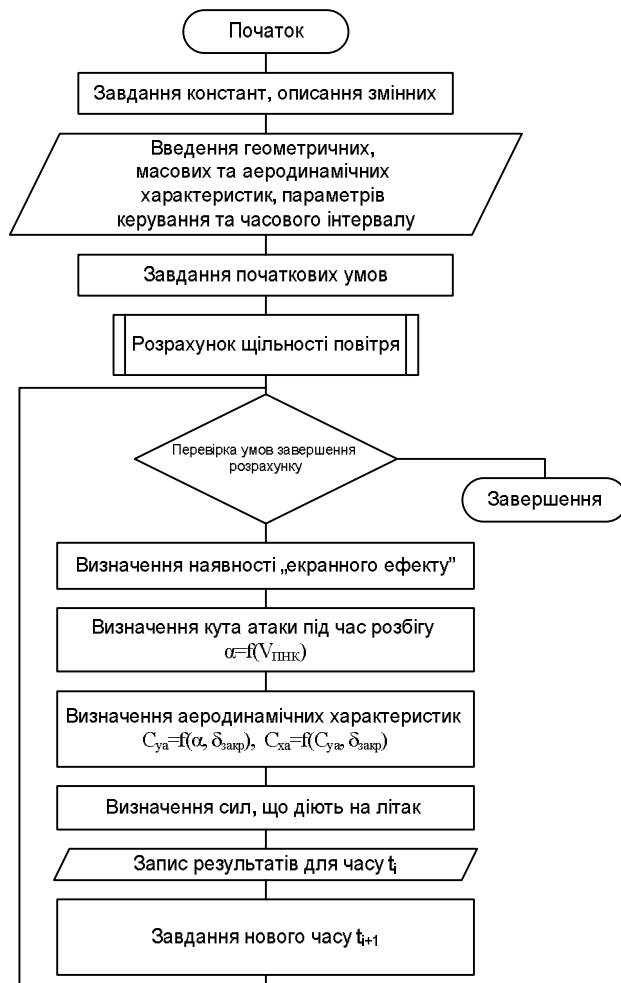


Рис. 5. Алгоритм програми розрахунку кінематичних параметрів літака під час зльоту

Необхідними даними для здійснення розрахунку є: злітна маса літака, площа крила, залежність тяги силової установки від швидкості, кут вектора тяги силової установки відносно будівельної горизонталі літака, тяга ракетного прискорювача, кут вектора тяги ракетного прискорювача відносно бу-

дівельної горизонталі літака, час роботи прискорювача, швидкість руху для запуску ракетного прискорювача (якщо використовується прискорювач), висота розташування аеродрому, швидкість вітру уздовж ЗПС, кут атаки на зльоті, кут тангажа під час розгону з набором висоти, коефіцієнт тертя котіння, швидкість підйому носового колеса, аеродинамічні характеристики літака у злітній конфігурації та з урахуванням ефекту екрану (залежність піднімальної сили від кута атаки, полярна літака).

## Висновки

Запропонована математична модель надає можливість розробити програму розрахунку процесу зльоту літака та використовувати її для проведення комплексу досліджень впливу різних конструктивних доробок щодо злітно-посадкових пристроїв на злітні характеристики літака, визначати можливі зміни злітно-посадкових характеристик в залежності від експлуатаційних умов, досліджувати ефективність різних програм зльоту, моделювати процес зльоту літака при наявності відмов авіаційної техніки, проводити розслідування авіаційних подій.

## Список літератури

1. Динамика полета / под. ред. д-ра техн. наук. А.М. Мхитаряна. – М.: Машиностроение, 1971. – 368 с.
2. Тарасенков А.М. Динамика полета и боевого маневрирования летательных аппаратов. Ч. I / А.М. Тарасенков, В.Г. Брага, В.Т. Тараненко. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1984. – 388 с.
3. Динаміка польоту літальних апаратів: навч. посіб. / О.Г. Войтенко, І.Б. Ковтонюк, В.М. Костенко, Ю.І. Миргород, Д.М. Обідін, І.Ю. Тригуб. – Х.: ХУПС, 2005. – 173 с.

Надійшла до редколегії 19.12.2013

**Рецензент:** канд. техн. наук, проф. Ю.І. Миргород, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ВЗЛЕТА САМОЛЕТА

В.А. Бердочник, А.В. Приймак, Д.В. Бердочник

*В статье рассмотрены вопросы разработки математической модели процесса взлета самолета, имеющего трехопорную схему шасси с носовой опорой. Математическая модель может быть использована для проведения численных исследований параметров взлета при выполнении конструктивных усовершенствований взлетно-посадочных устройств, изменении эксплуатационных условий, расследовании летных происшествий.*

**Ключевые слова:** динамика полета самолета, взлетно-посадочные характеристики, математическое моделирование.

## FEATURES OF CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS OF FLIGHT OF AIRPLANE

V.A. Berdochnik, A.V. Priymak, D.V. Berdochnik

*The questions of development of mathematical model of process of flight of airplane, having a three-supporting chart of undercarriage with nasal support are considered in the article. A mathematical model can be utilized for conducting of numeral researches of parameters of flight at implementation of structural improvements of flight-landings devices, change of operating terms, investigation of flying incidents.*

**Keywords:** dynamics of flight of airplane, flight-landings descriptions, mathematical design.