

---

УДК 621.03

В.А. Краснобаев, Н.Г. Варига, Б.В. Гомилко, В.В. Капленко, А.Г. Лемешко, М.С. Мовчан

*Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава*

## МЕТОД ОБРАБОТКИ ДАННЫХ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ЦЕЛОЧИСЛЕННОМ ВИДЕ

*В данной статье рассмотрен метод обработки данных, представленных в целочисленном виде. В качестве примера приведен метод исправления однократных ошибок в классе вычетов (КВ). В статье приведены конкретные примеры исправления однократных ошибок данных, представленных кодом КВ.*

**Ключевые слова:** *целочисленные данные, непозиционная система счисления в классе вычетов, арифметическое непозиционное кодирование информации.*

### Введение

В общем случае, для контроля, диагностики и исправления ошибок данных необходимо, чтобы кодовая структура обладала определенной корректирующей способностью. Для этого нужно ввести определенную информационную избыточность, т.е. применить метод информационного резервирования.

Это в полной мере относится к непозиционной кодовой структуре (НКС) в классе вычетов (КВ) [1 – 3]. Для любого произвольного КВ величина избыточности  $R = M_0/M$  однозначно определяет корректирующие возможности непозиционного помехоустойчивого кода. Корректирующие коды в КВ могут иметь любые значения минимального кодового расстояния (МКР)  $d_{\min}^{(KB)}$ . Это зависит от значения величины  $R$

избыточности. Известная [1] теорема устанавливает связь между избыточностью  $R$  корректирующего кода, значением  $d_{\min}^{(KB)}$  МКР, и количеством  $k$  контрольных оснований КВ. Корректирующий код имеет значения  $d_{\min}^{(KB)}$  МКР в том случае, если степень  $R$  избыточности не меньше произведения любых  $d_{\min}^{(KB)} - 1$  оснований КВ. С одной стороны имеем, что

$$R \geq \prod_{i=1}^{d_{\min}^{(KB)} - 1} m_{q_i}, \quad \text{а с другой стороны} -$$

$$R = M_0 / M = \prod_{i=1}^{n+k} m_i / \prod_{i=1}^n m_i = \prod_{i=1}^k m_{n+i}. \quad \text{В этом случае,}$$

правомерно утверждать, что  $d_{\min}^{(KB)} - 1 = k$ , или

$$d_{\min}^{(KB)} = k + 1. \quad (1)$$

Существует два подхода к решению задачи обеспечения НКС в КВ необходимыми корректирующими свойствами.

Первый подход. Зная требования к корректирующим свойствам НКС, например, по количеству обнаруживаемых  $t_{\text{обн.}}$  или исправляемых  $t_{\text{исп.}}$  ошибок, ввести, за счет количества  $k$  или величины  $\{m_{n+k}\}$  контрольных оснований, необходимую информационную избыточность  $R$ . Избыточность  $R$  определяет минимальное кодовое расстояние  $d_{\min}^{(KB)}$  НКС в КВ.

Тогда, в соответствии с теорией помехоустойчивого кодирования (ТПК), для упорядоченного ( $m_i < m_{i+1}$ ) КВ имеем, что

$$t_{\text{обн.}} \leq d_{\min}^{(KB)} - 1; \quad (2)$$

$$t_{\text{обн.}} \leq k; \quad (3)$$

$$t_{\text{исп.}} \leq \left\lfloor \frac{d_{\min}^{(KB)} - 1}{2} \right\rfloor; \quad (4)$$

$$t_{\text{исп.}} \leq \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor. \quad (5)$$

Второй подход. При заданной НКС

$A_{KB} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$  (при заданном значении  $k$ ) корректирующие возможности (определяемые значением  $d_{\min}^{(KB)}$ ) кода в КВ определяются в соответствии с выражениями (3) и (5).

Отметим, что если упорядоченный КВ расширяется путем добавления  $k$  контрольных оснований к  $n$  информационным модулям, то МКР  $d_{\min}^{(KB)}$  помехоустойчивого кода увеличивается на величину  $k$  (см. выражение (1)).

Увеличить значения  $d_{\min}^{(KB)}$  можно также за счет уменьшения числа  $n$  информационных оснований, т.е. за счет перехода к вычислениям с меньшей точностью. Очевидно, что между корректирующими  $R$  возможностями помехоустойчивых кодов и точностью  $W$  вычислений в КВ существует обратно про-

порциональная зависимость. Одна и та же ЭВМ может выполнять арифметические и другие операции с высокой  $W$  точностью, но небольшой корректирующей способностью  $R$  или с меньшей  $W$  точностью, но с более высокой корректирующей возможностью  $R$  по контролю, диагностики и исправлению ошибок данных, а также с более высоким быстродействием обработки данных (время выполнения основных операций в КВ обратно пропорционально числу  $n$  информационных оснований) [2, 4, 5].

Проведём анализ процесса возможной коррекции однократных ошибок данных в КВ при наличии минимальной информационной избыточности путём введения только одного ( $k = 1$ ) контрольного основания. В этом случае, в соответствии с ТПК в КВ [1, 2, 6], МКР равно величине  $d_{\min}^{(KB)} = k + 1$ . Для  $k = 1$  имеем МКР  $d_{\min}^{(KB)} = 2$ , что в соответствии с общей теорией помехоустойчивого кодирования, позволит гарантированно только обнаружить любую однократную ошибку (ошибку в одном из остатков  $a_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ )) в НКС.

### Основная часть

В общем случае процесс коррекции ошибок данных в КВ, как и в позиционной системе счисления (ПСС), состоит из трёх этапов. Первый этап – контроль данных (определение правильности или неправильности исходного числа  $A_{KB}$ ). Второй этап. Это диагностика неправильного  $\tilde{A}_{KB}$  числа (определение одного искажённого остатка  $\tilde{a}_i$  по основанию  $m_i$  КВ числа  $\tilde{A}_{KB}$ ). И, наконец, третий этап, исправление неправильного остатка  $\tilde{a}_i$  на истинное  $a_i$  число, т.е. исправления неправильного  $\tilde{A}_{KB}$  числа (получение правильного числа  $A_{KB} = \tilde{A}_{исп.}$ ).

Степень  $R$  информационной избыточности (корректирующие способности кода) оценивается величиной МКР  $d_{\min}^{(ПСС)}$ . В КВ, как отмечалось выше, значение МКР определяется соотношением  $d_{\min}^{(KB)} = k + 1$ , где  $k$  – количество контрольных оснований в упорядоченном КВ.

В данной статье будем рассматривать НКС

$$A_{KB} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$$

в КВ с минимальной ( $k = 1$ ) дополнительной информационной избыточностью. В этом случае определено, что  $d_{\min}^{(KB)} = 2$ .

В соответствии с общей ТПК, в ПСС при минимальном кодовом расстоянии  $d_{\min}^{(ПСС)} = 2$  в кодовой структуре однозначно (достоверно) определяется однократная ошибка. В ПСС под однократной ошибкой данных понимается искажение одного би-

та информации типа  $0 \rightarrow 1$  или  $1 \rightarrow 0$ . Для исправления этой однократной ошибки в ПСС необходимо обеспечить условие, чтобы  $d_{\min}^{(ПСС)} = 3$ .

В КВ, в отличие от ПСС, под однократной ошибкой понимается искажение одного остатка  $a_i$  по модулю  $m_i$ . Так как остаток  $a_i$  числа  $A_{КВ} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$  по модулю  $m_i$  содержит  $z = \{\lceil \log_2(m_i - 1) \rceil + 1\}$  – двоичных разрядов, то формально можно считать, что в КВ при  $d_{\min}^{(КВ)} = 2$  ( $k = 1$ ), в пределах одного остатка  $a_i$ , можно обнаружить пачку ошибок не более чем из  $z$  двоичных разрядов. Однако в литературе [1, 7, 8] показано, что в некоторых случаях при значении  $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ , в КВ имеется возможность исправления однократных ошибок.

С учётом специфики, свойств и особенностей представления НКС в КВ возможность исправления ошибок при  $d_{\min}^{(КВ)} = 2$  можно попытаться объяснить следующим образом.

**Во-первых.** Под однократной ошибкой в ПСС и КВ понимаются разные понятия. Это было показано выше. В связи с этим МКР  $d_{\min}^{(ПСС)}$  для ПСС и  $d_{\min}^{(КВ)}$  для КВ имеет различную смысловую нагрузку и количественную оценку.

**Во-вторых.** Существующая (в неявном виде) в НКС естественная (первичная, природная) информационная избыточность, имеющаяся в остатках  $\{a_i\}$  за счёт процедуры формирования этих остатков, положительно (с точки зрения повышения помехоустойчивости и достоверности передачи и обработки информации) начинает проявляться только при наличии искусственной (вторичной) информационной избыточности. Искусственная информационная избыточность вводится в НКС за счёт использования (дополнительно к  $n$  информационным)  $k$  контрольных оснований КВ. Отличительной особенностью КВ является существенное проявление первичной информационной избыточности только при наличии вторичной, за счет введения контрольных оснований.

**В-третьих.** В [1, 2, 5] показано, что корректирующий код в КВ с попарно простыми основаниями имеет значение МКР равное величине  $d_{\min}^{(КВ)}$  только в том случае, если степень информационной избыточности не меньше произведения любых  $d_{\min}^{(КВ)} - 1$  оснований заданного КВ.

Наличие и взаимодействие первичной и вторичной информационной избыточности, при проведении дополнительных процедур (использования временной избыточности) в процессе исправления ошибок, обеспечивает, в некоторых случаях, возможность исправления однократных ошибок в КВ при  $d_{\min}^{(КВ)} = 2$  (при  $k = 1$ ).

Действительно, учитывая выражения (3) и (5), для упорядоченного КВ, можно сделать следующие выводы: при одном ( $k = 1$ ) контрольном  $m_{n+1}$  основании КВ НКС

$$A = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$$

может иметь различное значение  $d_{\min}^{(КВ)}$ . В данном случае это зависит от величины контрольного  $m_{n+1}$  основания. Если для каждого отдельного модуля КВ выполняется условие  $m_i < m_{n+1}$  ( $i = \overline{1, n}$ ), то тогда, в соответствии с выражением (1), можно сделать вывод, что  $d_{\min}^{(КВ)} = 2$ , т.е., в соответствии с выражением (2) имеем, что  $t_{\text{обн.}} = 1$ . Если для совокупности  $\{m_i\}$  информационных оснований для произвольной пары модулей выполняется условие  $m_i \cdot m_j < m_{n+1}$  ( $i, j = \overline{1, n}; i \neq j$ ), то в этом случае  $d_{\min}^{(КВ)} = 3$  и  $t_{\text{обн.}} = 2$ .

Таким образом, для НКС в КВ с  $k = 1$ , МКР  $d_{\min}^{(КВ)}$  может быть разной в зависимости от величины контрольного  $m_{n+1}$  основания КВ. Пусть задан КВ информационными основаниями  $m_1 = 3$ ,  $m_2 = 4$ ,  $m_3 = 5$ ,  $m_4 = 7$  и пусть  $m_k = m_{n+1} = m_5 = 11$ . В этом случае можно провести достоверный контроль искажения одного любого остатка НКС.

Пусть, например,  $m_k = m_{n+1} = 61$ . Для этого случая составим табл. 1 соответствий информационных и контрольного оснований. Из таблицы 1 видно, что специфика представления чисел в КВ позволяет в ряде случаев не только обнаружить ошибку, но и найти место ее возникновения, используя только одно контрольное основание, что невозможно при существующих методах контроля и коррекции в ПСС.

Пусть в неправильном ( $\tilde{A} \geq M$ ) числе  $\tilde{A} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel \tilde{a}_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$ , ошибка  $\tilde{a}_i = (a_i + \Delta a_i) \bmod m_i$  достоверно содержится в остатке  $a_i$  по модулю  $m_i$ .

Рассмотрим соотношение, с помощью которого можно исправить ошибку в данном остатке  $\tilde{a}_i$  [1].

Очевидно, что

$$\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0. \quad (6)$$

С учетом того, что величину ошибки можно представить как  $\Delta A = (0 \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_i \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel 0)$ , тогда правильное ( $A < M$ ) число  $A$  можно определить в следующем виде:

$$\begin{aligned} A &= (\tilde{A} - \Delta A) \bmod M_0 = \\ &= [(a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel \tilde{a}_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1}) - \\ &\quad - (0 \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_i \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel 0)] \bmod M_0 = \\ &= [a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel (\tilde{a}_i - \Delta a_i) \bmod m_i \parallel \\ &\quad \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1}] \bmod M_0 \end{aligned}$$

Таблица 1

Результаты исследований корректирующих возможностей помехоустойчивых кодов в КВ

$m_k = m_{n+1} = m_5 = 61; d_{\min}^{(KB)} = k + 1 = 2, \prod_{i=1}^3 m_i \leq m_5$				$\prod_{r=1}^{k'} m_{i_r} \leq m_{n+1}$	$k'$	$d_{\min}^{(KB)'} = k' + 1$	Максимальное количество обнаруживаемых ошибок данных в КВ	Максимальное количество исправляемых ошибок данных в КВ
Информационные основания КВ								
$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$					
+	-	-	-	$3 < 61$	1	2	1	0
-	+	-	-	$4 < 61$	1	2	1	0
-	-	+	-	$5 < 61$	1	2	1	0
-	-	-	+	$7 < 61$	1	2	1	0
+	+	-	-	$3 \cdot 4 = 12 < 61$	2	3	2	1
+	-	+	-	$3 \cdot 5 = 15 < 61$	2	3	2	1
+	-	-	+	$3 \cdot 7 = 21 < 61$	2	3	2	1
-	+	+	-	$4 \cdot 5 = 20 < 61$	2	3	2	1
-	+	-	+	$4 \cdot 7 = 28 < 61$	2	3	2	1
-	-	+	+	$5 \cdot 7 = 35 < 61$	2	3	2	1
+	+	+	-	$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 < 61$	3	4	3	2

Количественно оценим значение  $A$ . Так как число  $A$  правильное, т.е. находится в числовом интервале  $[0, M)$ , тогда должно выполняться следующее неравенство

$$A = (\tilde{A} - \Delta A) \bmod M_0 < M. \quad (7)$$

С учетом того, что величина  $\Delta A$  ошибки равняется значению  $\Delta A = \Delta a_i \cdot B_i$ , то неравенство (7) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} &\tilde{A} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 < M \text{ или} \\ &\tilde{A} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1} \quad (r = 1, 2, 3, \dots); \\ &\tilde{A} - (\tilde{a}_i - a_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1}; \\ &\tilde{A} - (a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 < M_0 / m_{n+1}; \quad (8) \\ &(a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i < M_0 / m_{n+1} - \tilde{A} + r \cdot M_0; \\ &a_i - \tilde{a}_i < (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A} / B_i + r \cdot M_0 / B_i; \\ &a_i < \tilde{a}_i + (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A} / B_i + r \cdot M_0 / B_i. \end{aligned}$$

С учетом того, что ортогональный базис для модуля  $m_i$  КВ представляется в виде  $B_i = \bar{m}_i \cdot M_0 / m_i$ , то выражение (8) примет вид:

$$\begin{aligned} &a_i < \tilde{a}_i + (m_i + r \cdot m_i \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i \\ &\text{или} \\ &a_i < \tilde{a}_i + m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i. \quad (9) \end{aligned}$$

Так как значение остатка  $a_i$  есть натуральное число, то значение  $m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i$  в выражении (9) должно быть целым числом.

Поэтому взяв целую часть последнего соотношения, получим формулу для исправления ошибки в остатке  $\tilde{a}_i$  числа  $\tilde{A}$  в виде

$$a_i = (\tilde{a}_i + [m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A} / B_i] \bmod m_i). \quad (10)$$

Рассмотрим примеры контроля и коррекции данных в КВ [9].

Пример 1. Осуществить контроль и, при необходимости, провести коррекцию числа  $A_{KB} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ , заданного в КВ с информационными  $m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5, m_5 = 7$  и контрольным  $m_k = m_5 = 11$  основаниями.

При этом  $M = \prod_{i=1}^n m_i = \prod_{i=1}^4 m_i = 420$  и  $M_0 = M \cdot m_{n+1} = 420 \cdot 11 = 4620$ . Ортогональные базисы  $B_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) КВ даны в табл. 2.

Таблица 2

Ортогональные базисы  $B_i$  КВ

$B_1 = (1 \  0 \  0 \  0 \  0) = 1540, \bar{m}_1 = 1$
$B_2 = (0 \  1 \  0 \  0 \  0) = 3465, \bar{m}_2 = 3$
$B_3 = (0 \  0 \  1 \  0 \  0) = 3696, \bar{m}_3 = 4$
$B_4 = (0 \  0 \  0 \  1 \  0) = 2640, \bar{m}_4 = 4$
$B_5 = (0 \  0 \  0 \  0 \  1) = 2520, \bar{m}_5 = 6$

I. Контроль данных  $A_{KB} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ . В соответствии с процедурой контроля [1] определим значение

$$\begin{aligned} A_{\text{ПСС}} &= \left( \sum_{i=1}^{n+1} a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = \left( \sum_{i=1}^5 a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = \\ &= (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 + a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 = \end{aligned}$$

$$= (0 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 + 5 \cdot 2520) \bmod 4620 = (5 \cdot 2520) \bmod 4620 = 12600 \bmod 4620 = 3360 > 420.$$

Таким образом, в процессе контроля определено, что  $A_{KB} = 3360 > M = 420$ . В этом случае, при возможности возникновения только однократных ошибок, делается вывод о том, что рассматриваемое число  $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  неправильное ( $3360 > M = 420$ ).

Для исправления числа  $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  вначале необходимо провести диагностику данных, т.е. определить искажённый  $\tilde{a}_i$  остаток. После чего необходимо определить истинное значение  $a_i$  остатка по модулю  $m_i$  и после чего провести исправление искажённого  $\tilde{a}_i$  остатка.

II. Диагностика данных  $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ . В соответствии с методом проекций [1, 2], составим возможные проекции  $\tilde{A}_j$  числа

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3360} &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) : \tilde{A}_1 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \\ \tilde{A}_2 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \tilde{A}_3 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \\ \tilde{A}_4 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) \text{ и } \tilde{A}_5 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0). \end{aligned}$$

Формула для вычисления значений  $\tilde{A}_{jПСС}$  проекций числа в ПСС имеет следующий вид [1]

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{jПСС} &= \left( \sum_{i=1, j=1, n+1}^n a_i \cdot B_{ij} \right) \bmod M_j = \\ &= (a_1 \cdot B_{1j} + a_2 \cdot B_{2j} + \dots + a_n \cdot B_{nj}) \bmod M_j. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с формулой (11) вычислим все значения  $\tilde{A}_{jПСС}$ . Далее проводим  $(n+1)$  сравнение: чисел  $\tilde{A}_{jПСС}$  с числом  $M = M_0 / m_{n+1}$ .

Если среди проекций  $\tilde{A}_i$  есть числа не находящиеся внутри информационного  $[0, M)$  числового интервала (т.е.  $\tilde{A}_k \geq M$ ), содержащего  $k$  правильных чисел, то делается вывод о том, что эти  $k$  остатков числа  $A$  не искажены. Ошибочными могут быть только остатки, находящиеся среди остальных  $[(n+1) - k]$  остатков числа  $\tilde{A}_{KB}$ .

Набор частных рабочих оснований для заданного KB и совокупность частных  $B_{ij}$  ортогональных базисов представлены соответственно в табл. 3, 4.

Итак, имеем, что (табл. 4)

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{1ПСС} &= \left( \sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i1} \right) \bmod M_1 = (a_1 \cdot B_{11} + \\ &+ 0 \cdot 1100 + 5 \cdot 980) \bmod 1540 = 280 < 420. \end{aligned}$$

Делаем вывод, что остаток  $a_1$  числа  $\tilde{A}_1$  – возможно  $\bar{a}_1$  искажённый остаток;

Таблица 3

Набор частных рабочих оснований KB

$j \backslash i$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$M_j$
1	4	5	7	11	1540
2	3	5	7	11	1155
3	3	4	7	11	924
4	3	4	5	11	660
5	3	4	5	7	420

Таблица 4

Совокупность частных ортогональных базисов  $B_{ij}$  KB

$B_{ij} \backslash i$	1	2	3	4
1	385	616	1100	980
2	385	231	330	210
3	616	693	792	672
4	220	165	396	540
5	280	105	336	120

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2ПСС} &= \left( \sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i2} \right) \bmod M_2 = (a_1 \cdot B_{12} + \\ &+ a_2 \cdot B_{22} + a_3 \cdot B_{32} + a_4 \cdot B_{42}) \bmod M_2 = (0 \cdot 385 + \\ &+ 0 \cdot 231 + 0 \cdot 330 + 5 \cdot 210) \bmod 1155 = 1050 > 420. \end{aligned}$$

Таким образом, получим, что  $a_2$  достоверно не искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3ПСС} &= \left( \sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i3} \right) \bmod M_3 = (a_1 \cdot B_{13} + a_2 \cdot B_{23} + \\ &+ a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{43}) \bmod M_3 = (0 \cdot 616 + 0 \cdot 693 + \\ &+ 0 \cdot 792 + 5 \cdot 672) \bmod 924 = 588 > 420. \end{aligned}$$

Получим, что  $a_3$  достоверно не искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4ПСС} &= \left( \sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i4} \right) \bmod M_4 = (a_1 \cdot B_{14} + a_2 \cdot B_{24} + \\ &+ a_3 \cdot B_{34} + a_4 \cdot B_{44}) \bmod M_4 = \\ &= (0 \cdot 220 + 0 \cdot 165 + 0 \cdot 369 + 5 \cdot 540) \bmod 660 = 60 < 420. \end{aligned}$$

Вывод: остаток  $a_4$  по модулю  $m_4$  числа  $\tilde{A}_4$  – возможно  $\bar{a}_4$  искажённый остаток;

$$\tilde{A}_{5ПСС} = \left( \sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i5} \right) \bmod M_5.$$

Так как  $M_5 = M = 420$ , то остаток  $\bar{a}_5$  по контрольному модулю  $m_k = m_5$  всегда будет в совокупности возможных  $\bar{a}_i$  искажённых остатков числа в KB.

Общий вывод. В процессе диагностики данных, представленных НКС  $\tilde{A} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ , опреде-

лились точно не искажённые остатки:  $a_2 = 0$  и  $a_3 = 0$ . Ошибочными могут быть остатки по основаниям  $m_1$ ,  $m_4$  и  $m_5$ , т.е. остатки  $\bar{a}_1 = 0$ ,  $\bar{a}_4 = 0$  и  $\bar{a}_5 = 5$ . В этом случае необходимо провести исправление остатков  $\bar{a}_1$ ,  $\bar{a}_4$  и  $\bar{a}_5$ .

III. Исправление ошибок данных  $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ . По известной [1] формуле

$$a_i = \left( \bar{a}_i + \left[ \frac{m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_i} - \frac{\tilde{A}}{B_i} \right] \right) \bmod m_i, \quad (12)$$

проведём исправление возможно  $\bar{a}_1$ ,  $\bar{a}_4$  и  $\bar{a}_5$  искажённых остатков  $a_1$ ,  $a_4$  и  $a_5$ , где  $r = 1, 2, 3, \dots$ .

Так имеем, что

$$\begin{aligned} a_1 &= \left( \bar{a}_1 + \left[ \frac{m_1 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left( 0 + \left[ \frac{3 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3360}{1540} \right] \right) \bmod 3 = (0 + \\ &+ [3, 27 - 2, 18]) \bmod 3 = (0 + [1, 09]) \bmod 3 = \\ &= (0 + 1) \bmod 3 = 1; \\ a_4 &= \left( \bar{a}_4 + \left[ \frac{m_4 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_4} - \frac{\tilde{A}}{B_4} \right] \right) \bmod m_4 = \\ &= \left( 0 + \left[ \frac{7 \cdot 12}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{2640} \right] \right) \bmod 7 = (0 + [1, 9 - \\ &- 1, 27]) \bmod 7 = (0 + [0, 63]) \bmod 7 = (0 + 0) \bmod 7 = 0; \\ a_5 &= \left( \bar{a}_5 + \left[ \frac{m_{n+1} \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_{n+1}} - \frac{\tilde{A}}{B_5} \right] \right) \bmod m_{n+1} = \\ &= \left( 5 + \left[ \frac{11 \cdot (1 + 11)}{11 \cdot 6} - \frac{3360}{2520} \right] \right) \bmod 11 = \\ &= (5 + [2 - 1, 3]) \bmod 11 = (5 + [0, 7]) \bmod 11 = \\ &= (5 + 0) \bmod 5 = 0. \end{aligned}$$

По полученным остаткам  $a_1 = 1$ ,  $a_4 = 0$  и  $a_5 = 0$  восстанавливаем (исправляем) искажённое число  $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ , т. е. правильное число будет иметь следующий вид:  $\tilde{A}_{исп.} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ .

Для проверки правильности исправления данных, по известной [1] формуле, определим значения числа  $\tilde{A}_{исп.} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  следующим образом (табл. 2)

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{исп.ПСС} &= \left( \sum_{i=1}^5 a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 + \\ &+ a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 = \\ &= (1 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 + \\ &+ 5 \cdot 2520) \bmod 4620 = 14140 \pmod{4620} = 280. \end{aligned}$$

Так как  $280 < M = 420$ , то число  $\tilde{A}_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  правильное.

С целью уточнения правильности процедуры коррекции числа  $\tilde{A}_{3360}$  проведём расчёт и сравнение значений и правильных остатков  $a_2 = 0$  и  $a_3 = 0$ . В этом случае имеем

$$\begin{aligned} a_2 &= \left( 0 + \left[ \frac{4 \cdot (1 + 11)}{11 \cdot 3} - \frac{3360}{3465} \right] \right) \bmod 4 = 0 \quad \text{и} \\ a_3 &= \left( 0 + \left[ \frac{5 \cdot (1 + 11)}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{3696} \right] \right) \bmod 5 = 0. \end{aligned}$$

Полученные результаты  $a_2 = 0$  и  $a_3 = 0$  расчётов остатков по модулям  $m_2$  и  $m_3$  КВ, подтверждают правильность коррекции неправильного числа  $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ .

Таким образом, исходное число  $\tilde{A}_{КВ} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  является неправильным  $\tilde{A}_{3360}$ , в котором однократная ошибка  $\Delta a_1 = 1$  произошла по модулю  $m_1$ . Данная ошибка перевела правильное число  $A_{280}$  в неправильное  $\tilde{A}_{3360}$ .

Для того, чтобы выяснить является ли правильное число  $A_{280}$  истинным проведём дополнительные исследования процессов искажения и коррекции числа  $A_{280}$  по основанию  $m_1 = 3$ . Количество  $N_{НС}$  возможных неправильных (искажённых)  $\tilde{A}_{КВ}$  кодовых слов (только при однократной ошибке) для каждого правильного  $A_{КВ}$  числа равно  $N_{НС} = \sum_{i=1}^{n+1} m_i - (n + 1)$ .

Результаты анализа показали, что искажение остатка  $a_1$  по модулю  $m_1 = 3$  правильного числа  $A_{280}$  может привести только к двум неправильным числам  $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  и  $\tilde{A}_{1820} = (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ . Этот факт говорит о том, что исправленное  $A_{исп.} = A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  число является не только правильным (лежащем в интервале  $[0, 420)$ ), но и истинным. Истинность полученного  $A_{280} = (\hat{1} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  числа подтверждается тем, что только однократная ошибка  $\Delta a_1 = 2$  по основанию  $m_1 = 3$  переводит это число  $(\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) + (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0) = [(1 + 2) \bmod 3 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5] = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5))$  в единственно неправильное число  $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ .

Пример 2. Пусть правильное число равно  $A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  и пусть  $\Delta a_1 = 1$ . Тогда  $\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) + (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0) = [(1 + 1) \bmod 3 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5] =$

$= (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ . Данному числу в КВ соответствует число 1820 в ПСС, т.е. число  $\tilde{A}_{1820}$  неправильное. Проведём исправление числа  $\tilde{A}_{1820}$ .

Перед исправлением числа  $\tilde{A}_{1820}$  проведём диагностику данных. Для этого предварительно составим проекции  $A_j$  ( $j = \overline{1, 5}$ ) числа  $\tilde{A}_{1820} = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ . Это будут следующие кодовые структуры в КВ:  $\tilde{A}_1 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ ,  $\tilde{A}_2 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ ,  $\tilde{A}_3 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ ,  $\tilde{A}_4 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  и  $\tilde{A}_5 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0)$ .

Далее определим все значения проекций  $\tilde{A}_{\text{ПСС}}$ :

$$\tilde{A}_{1\text{ПСС}} = (5 \cdot 980) \bmod 1540 = 280 < 420 = M;$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2\text{ПСС}} &= (2 \cdot 385 + 5 \cdot 231) \bmod 1155 = \\ &= 1925 \bmod 1155 = 770 > 420 = M; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3\text{ПСС}} &= (2 \cdot 616 + 5 \cdot 672) \bmod 924 = \\ &= 4592 \bmod 924 = 896 > 420 = M; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4\text{ПСС}} &= (2 \cdot 220 + 5 \cdot 540) \bmod 660 = \\ &= 3140 \bmod 660 = 500 > 420 = M; \end{aligned}$$

$$\tilde{A}_{5\text{ПСС}} = 2 \cdot 280 \bmod 420 = 560 \bmod 420 = 140 < 420 = M.$$

Так как  $\tilde{A}_{2\text{ПСС}}$ ,  $\tilde{A}_{3\text{ПСС}}$  и  $\tilde{A}_{4\text{ПСС}} > 420$ , тогда делается вывод о том, что остатки  $a_2 = 0$ ,  $a_3 = 0$  и  $a_4 = 0$  числа  $\tilde{A}_5 = (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  не искажены. Искаженными  $\bar{a}_1 = 2$  и  $\bar{a}_5 = 5$  могут быть только остатки  $a_1$  и  $a_5$ . Вначале проведём исправление остатка  $\bar{a}_1 = 2$ .

Имеем, что

$$\begin{aligned} a_1 &= \left( \bar{a}_1 + \left[ \frac{m_1 \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left( 2 + \left[ \frac{3 \cdot (1+11)}{11 \cdot 1} - \frac{1820}{1540} \right] \right) \bmod 3 = \\ &= (2 + [3, 27 - 1, 18]) \bmod 3 = (2 + [2, 09]) \bmod 3 = \\ &= (2 + 2) \bmod 3 = 4 \bmod 3 = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, исправленный остаток по модулю  $m_1$  равен  $a_1 = 1$ .

Аналогичным путём получим значение  $a_5 = 5$ . По полученным остаткам  $a_1$ ,  $a_5$  исправляем неправильное число  $\tilde{A}_{1820} = (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ . В конечном итоге в процессе коррекции получим правильное  $A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$  число.

Пример 3. Осуществить контроль числа  $A_{\text{КВ}} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$ . В случае его искажения, провести диагностику и коррекцию данных.

I. Контроль данных  $A_{\text{КВ}} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$ . В соответствии с известной процедурой контроля определим  $A_{\text{ПСС}}$  по формуле

$$\begin{aligned} A_{\text{ПСС}} &= \left( \sum_{i=1}^{n+1} a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = (0 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + \\ &+ 0 \cdot 3696 + 2 \cdot 2640 + 1 \cdot 2520) \bmod 4620 = \\ &= 7800 \bmod 4620 = 3180 > 420. \end{aligned}$$

Данное число неправильное  $\tilde{A}_{3180}$ .

II. Диагностика данных  $\tilde{A}_{3180} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$ . Составим все возможные проекции  $\tilde{A}_j$  числа  $\tilde{A}_{3180}$ :

$$\tilde{A}_1 = (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1), \quad \tilde{A}_2 = (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1),$$

$$\tilde{A}_3 = (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1), \quad \tilde{A}_4 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 1);$$

$$\tilde{A}_5 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2).$$

Определим значения величин всех пяти проекций  $\tilde{A}_j$  в ПСС:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{1\text{КВ}} &= (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1) = \tilde{A}_{1\text{ПСС}} = \\ &= (a_1 \cdot B_{11} + a_2 \cdot B_{21} + a_3 \cdot B_{31} + a_4 \cdot B_{41}) \bmod M_1 = \\ &= (0 \cdot 385 + 0 \cdot 616 + 2 \cdot 1100 + 1 \cdot 980) \bmod 1540 = \\ &= 100 < M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2\text{КВ}} &= (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1) = \tilde{A}_{2\text{ПСС}} = \\ &= (a_1 \cdot B_{12} + a_2 \cdot B_{22} + a_3 \cdot B_{32} + a_4 \cdot B_{42}) \bmod M_2 = \\ &= (0 \cdot 385 + 0 \cdot 231 + 2 \cdot 330 + 1 \cdot 210) \bmod 1155 = \\ &= 870 > M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3\text{КВ}} &= (0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1) = \tilde{A}_{3\text{ПСС}} = \\ &= (a_1 \cdot B_{13} + a_2 \cdot B_{23} + a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{43}) \bmod M_3 = \\ &= (0 \cdot 616 + 0 \cdot 693 + 2 \cdot 792 + 1 \cdot 672) \bmod 924 = \\ &= 418 < M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4\text{КВ}} &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 1) = \tilde{A}_{4\text{ПСС}} = \\ &= (a_1 \cdot B_{14} + a_2 \cdot B_{24} + a_3 \cdot B_{34} + a_4 \cdot B_{44}) \bmod M_4 = \\ &= (0 \cdot 220 + 0 \cdot 165 + 2 \cdot 396 + 1 \cdot 540) \bmod 660 = \\ &= 540 > M = 420; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{5\text{КВ}} &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2) = \tilde{A}_{5\text{ПСС}} = \\ &= (a_1 \cdot B_{15} + a_2 \cdot B_{25} + a_3 \cdot B_{35} + a_4 \cdot B_{45}) \bmod M_5 = \\ &= (0 \cdot 280 + 0 \cdot 105 + 2 \cdot 336 + 1 \cdot 120) \bmod 420 = \\ &= 240 < M = 420. \end{aligned}$$

В результате расчётов значений  $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$  и сравнения их с величиной  $M = 420$  длины интервала  $[0, 420)$  обработки правильных чисел  $A_{\text{КВ}}$  в КВ получим следующее. Совокупность остатков  $a_2 = 0$ ,  $a_4 = 0$  является правильной (остатки не искажены), а остатки  $\bar{a}_1 = 0$ ,  $\bar{a}_3 = 0$  и  $\bar{a}_5 = 1$  неправильного числа  $\tilde{A}_{3180} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$  могут быть искажены (могут быть неправильными).

III. Исправление возможно искажённых  $\bar{a}_1$ ,  $\bar{a}_3$  и  $\bar{a}_5$  остатков числа  $\tilde{A}_{3180}$ .

Необходимо исправить, возможно, искажённые остатки  $\bar{a}_1 = 0$ ,  $\bar{a}_3 = 0$  и  $\bar{a}_5 = 1$  по формуле

$$a_i = \left( \bar{a}_i + \left[ \frac{m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_i} - \frac{\tilde{A}}{B_i} \right] \right) \bmod m_i.$$

Тогда имеем, что

$$\begin{aligned} a_1 &= \left( \bar{a}_1 + \left[ \frac{m_1 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left( 0 + \left[ \frac{3 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3180}{1540} \right] \right) \bmod 3 = \\ &= (0 + [3, 27 - 2, 06]) \bmod 3 = (0 + [1, 21]) \bmod 3 = \\ &= (0 + 1) \bmod 3 = 1. \end{aligned}$$

Таким образом  $a_1 = 1$ .

Для значения  $\bar{a}_3$  имеем

$$\begin{aligned} a_3 &= \left( \bar{a}_3 + \left[ \frac{m_3 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_3} - \frac{\tilde{A}}{B_3} \right] \right) \bmod m_3 = \\ &= \left( 0 + \left[ \frac{5 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 4} - \frac{3180}{3696} \right] \right) \bmod 5 = \\ &= (0 + [1, 36 - 0, 86]) \bmod 5 = \\ &= (0 + [0, 5]) \bmod 5 = (0 + 0) \bmod 5 = 0. \end{aligned}$$

В этом случае  $a_3 = 0$ .

Для значения остатка  $\bar{a}_5$  получим

$$\begin{aligned} a_5 &= \left( \bar{a}_5 + \left[ \frac{m_5 \cdot (1 + r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_5} - \frac{\tilde{A}}{B_5} \right] \right) \bmod m_5 = \\ &= \left( 1 + \left[ \frac{11 \cdot (1 + r \cdot 11)}{11 \cdot 6} - \frac{3180}{2520} \right] \right) \bmod 11 = \\ &= (1 + [2 - 1, 26]) \bmod 11 = (1 + [0, 74]) \bmod 11 = \\ &= (1 + 0) \bmod 11 = 1. \end{aligned}$$

Имеем что  $a_5 = 1$ .

По полученным значениям  $a_1 = 1$ ,  $a_3 = 0$  и  $a_5 = 1$  восстановленных остатков исправляем искажённое число  $\tilde{A}_{\text{КВ}} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$  на правильное

$A_{\text{КВ}} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 2 \parallel 1)$  число.

Проверка  $100 < 420$ .

## МЕТОД ОБРОБКИ ДАНИХ ЩО ПРЕДСТАВЛЕНІ У ЦІЛОЧИСЕЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ

В.А. Краснобаев, Н.Г. Варига, Б.В. Гомілко, В.В. Капленко, О.Г. Лемешко, М.С. Мовчан

У даній статті розглянуто метод обробки даних, що представлено у цілочисельному вигляді. Як приклад, наведено метод виправлення однократних помилок у класі лишків (КЛ). У статті наведені конкретні приклади виправлення однократних помилок даних, що представлено кодом КЛ.

**Ключові слова:** цілочисельні дані, непозиційна система числення у класі лишків, арифметичне непозиційне кодування інформації.

## METHOD OF PROCESSING DATA REPRESENTED AS AN INTEGER

V.A. Krasnobaev, N.G. Variga, B.V. Homilko, V.V. Kaplenko, A.G. Lemeshko, M.S. Movchan

This article presents a method of processing data presented as an integer. As an example, a method of correcting single errors in the residue class (RC). The article gives specific examples of correct one error data presented RC code.

**Keywords:** integer data nonpositional value system in the class of residues, the arithmetic coding information nonpositional.

## Выводы

В статье предложен метод обработки данных, представленных в целочисленном виде. В качестве примера приведен метод исправления однократных ошибок в КВ. Приведенные примеры конкретной реализации процедур исправления однократных ошибок, показывают практическую реализуемость рассмотренного метода исправления ошибок данных, представленных в КВ.

## Список литературы

1. Акушский И.Я. *Машинная арифметика в остаточных классах* / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.
2. Торгашов В.А. *Система остаточных классов и надежность ЦВМ* / В.А. Торгашов. – М.: Сов. радио, 1973. – 118 с.
3. Барсов В.И. *Методология параллельной обработки информации в модулярной системе счисления: моногр.* / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев. – Х.: МОН, УИПА, 2009. – 268 с.
4. *Мат-лы Международной научно-техн. конф. "50 лет модулярной арифметике". МИЭТ. – Зеленоград. Моск. обл. 23 – 25 ноября 2005.*
5. *Методы многоверсионной обработки информации в модулярной арифметике: моногр.* / В.И. Барсов, В.А. Краснобаев, А.А. Сиора, И.В. Авдеев. – Х.: МОН, УИПА, 2008. – 460 с.
6. *Модели и методы повышения отказоустойчивости и производительности управляющих вычислительных комплексов специализированных систем управления реального времени на основе применения непозиционных кодовых структур модулярной арифметики: моногр.* / В.И. Барсов, Л.С. Сорока, В.А. Краснобаев, Хери Али Абдуллах. – Х.: УИПА, 2008. – 147 с.
7. *Мартыненко С.О. Метод обнаружения ошибок в спецпроцессоре обработки криптографической информации* / С.О. Мартыненко, В.А. Краснобаев // *Радиоэлектроника и информатика. – 2010. – Вып. № 1 (48). – С. 75-78.*
8. *Краснобаев В.А. Надежностная модель ЭВМ в системе остаточных классов* / В.А. Краснобаев // *Электрон. моделирование. – 1985. – № 4. – С. 44-46.*
9. *Краснобаев В.А. Метод исправления однократных ошибок данных, представленных кодом класса вычетов* / В.А. Краснобаев, С.А. Кошман, М.А. Маврина // *Электрон. моделирование. – 2013. – Т. 35, № 5. – С. 43-56.*

Поступила в редколлегию 4.01.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, ст. научн. сотр. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.