

УДК 623.618

Л.Е. Серкова, Т.А. Пальонна, Т.І. Бурцева

Черкаський державний технологічний університет, Черкаси

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИКОНАННЯ ВЗАЄМОПОВ'ЯЗАНИХ ЕТАПІВ МЕТРОЛОГІЧНОЇ ПОВІРКИ В РАМКАХ ІНФОРМАТИЗАЦІЇ ЦЕНТРУ СТАНДАРТИЗАЦІЇ

В статті розглядається математична модель процесу реалізації метрологічної повірки в окремих технологічних циклах з врахуванням множини постійно діючих факторів та збурюючих впливів. Отримані результати є розв'язком задачі оцінки середнього фактичного часу виконання довільної кількості взаємопов'язаних етапів повірки (з всіма можливими взаємозв'язками) з врахуванням невиробничих втрат, пов'язаних зі збурюючими та руйнуючими зривами.

Ключові слова: математична модель, метрологічна повірка, руйнуючі зриви, збурюючі впливи, процес напрацювання.

Вступ

Сучасний етап інформації в області стандартизації потребує спеціальних досліджень в рамках інформаційних технологій. Однією з найважливіших задач при розробці таких технологій є задача прогнозування часових характеристик метрологічної повірки (МП) в умовах збурюючих впливів.

Постановка задачі. Математична модель процесу реалізації заданого фронту (МП) в окремому технологічному циклі має враховувати вплив множини постійно діючих факторів (особливості забезпечення робіт, рівень матеріально-технічної бази і т. ін.) і множини випадкових збурюючих впливів (простої, невиробничі відволікання, порушення технологій, в результаті яких необхідно переробляти визначений фронт робіт і т.ін.).

В рамках зображуваної моделі реалізація впливу множини постійних факторів буде визначати середній темп виконання об'єму робіт на окремому і-му етапі, що характеризується деяким коефіцієнтом k_i . Фактори збурення класифікуються або як затримуючі МП, або як руйнуючі. А саме, затримуючими називаються ті ймовірнісні фактори, в момент закінчення впливу яких результат виконання фронту робіт залишається на попередньому рівні, тобто дорівнює результату, отриманому на момент початку впливу вказаних факторів. Руйнуючі впливи – це ті, після яких виконання фронту робіт необхідно починати спочатку або з проміжного етапу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Метрологічне забезпечення єдності вимірів досліджу-

ється в роботі [1]. В монографії [2] детально розглянута ймовірнісна оцінка метрологічної надійності засобів вимірювання, а також обґрунтування або коригування міжповірочних інтервалів.

Виклад основного матеріалу досліджень

Нижче розглядається модель виконання взаємопов'язаних етапів метрологічної повірки, в якій число етапів n є довільним ($n \geq 1$). Для її побудови зручно використовувати процеси спеціального типу, які за термінологією технічних систем називаються процесами напрацювання системи. Процес напрацювання системи $\Omega(t)$ для моделі, що зображується, визначається таким чином. Нехай $v(t) = 1$, якщо в момент t реалізується заданий фронт МП; $v(t) = 0$ – в протилежному випадку (простої, невиробничі відволікання і т.ін.). Крім цього, нехай t_{ni} – початковий момент виконання і-го етапу МП. Тоді для $t_{ni} < t < t_{n(i+1)}$ величина $N(t_{ni}, t) = \int_{t_{ni}}^t k_i v(x) dx$ є сумарним відпрацьованим часом на проміжку (t_{ni}, t) . При цьому процес напрацювання системи $\Omega(t)$ визначається рівністю

$$\Omega(t) = N(t_{ni}, t) - \int_{t_{ni}}^{t_{ni}, t} k_i v(x) dx + \sum_{j=1}^{i-1} B_j$$

де $\tau(t_{ni}, t)$ – момент останнього (на момент t) руйнуючого зриву виконання МП після моменту t_{ni} ; $\chi_\tau(t_{ni}, t)$ – кількість етапів МП (з числа виконаних раніше), які необхідно виконати спочатку після

зриву і момент $\tau(t_{ni}, t); B_j$ – час реалізації і-го етапу МП в ідеальних умовах, коли відсутня дія випадкових факторів, тобто «чистий» час реалізації і-го етапу. В кожний момент часу t $\Omega(t)$ визначає реальний об'єм МП, виконаний (в часовому вимірі) на момент t . При цьому враховуються всі невиробничі втрати, пов'язані як з випадковими простоями, так і з необхідністю повторної реалізації визначених робіт.

Для розв'язку задачі прогнозування часових характеристик виконання МП вводяться додаткові позначення: α_0 – інтенсивність потоку затримуючих зривів; α_1 – інтенсивність потоку руйнуючих впливів (потоки зривів є пуасонівськими); P_{ki} – імовірність того, що після руйнуючого впливу під час виконання k -го етапу робіт його можливо буде поновити з і-го етапу ($i \leq k, k = 2, 3, \dots, n$); ψ_{ki} – випадковий час проведення відповідних робіт після руйнуючого впливу, що настав під час виконання k -го етапу, причому такого, після якого процес виконання робіт поновлюється з і-го етапу ($i \leq k, k = 2, 3, \dots, n$); ψ_1 – тривалість відновлювальних робіт, що проводяться після руйнуючого зриву, який настав під час виконання першого етапу; ψ_0 – тривалість відповідних відновлювальних робіт, що виконуються після затримуючого зриву.

Процес реалізації n етапів робіт розвивається наступним чином. У випадку затримуючого зриву (його інтенсивність, як було сказано раніше, є α_0) процес реалізації робіт буде продовжуватися з моменту переривання через випадковий час (затримка випадкової довжини) ψ_0 . У випадку руйнуючого зриву на першому етапі (довжиною B_1) процес реалізації робіт буде розпочато після завершення (тобто з етапу B_1) відповідних відновлювальних робіт через випадковий час ψ_1 . При цьому на k -му етапі (довжиною B_k) з імовірністю P_{kk} процес напрацювання системи $\Omega(t)$ повертається до свого початкового рівня, досягнутого на цьому етапі, і поновлюється через випадковий час ψ_{ki} , необхідний для відновлення системи; з імовірністю P_{ki} ($i = 2, k - 1$) процес $\Omega(t)$ повертається до початкового рівня, досягнутого на етапі, що передує k -му, і поновлюється через випадковий час ψ_{ki} , необхідний для виконання поновлювальних робіт; з імовірністю P_{ki} (до того ж $\sum_{i=1}^k P_{ki}$) процес $\Omega(t)$ повертається на нульовий рівень (тобто на початковий рівень першого етапу) і буде відновлений з цього рівня (тобто з самого початку виконання робіт) через випадковий час ψ_{ki} , необхідний для виконання відновлювальних робіт.

Представлена модель дозволяє врахувати всі можливі взаємозв'язки відповідних етапів робіт. При

цьому, припускаючи, що деякі з ймовірностей P_{ki} дорівнюють нулю, виключає можливість переходів між відповідними етапами (тобто можливість відновлення процесів напрацювання $\Omega(t)$ з початку і-го етапу після руйнуючого зриву на k -му етапі).

Нехай β_1 – сумарний реальний час виконання першого етапу робіт (з врахуванням як затримуючих, так і руйнуючих зривів і відповідних втрат часу на виконання необхідних відновлювальних робіт після них). Крім цього, нехай β_k ($2 \leq k \leq n$) – сумарний реальний час виконання k -го етапу робіт, тобто з початку цього етапу робіт до його повного завершення з урахуванням можливих затримок, зривів, повторного виконання з початку якого-небудь попереднього і-го етапу, виконання відповідного k -го етапу або всього об'єму робіт заново, починаючи з найпершого етапу.

Для знаходження функціональних співвідношень, що визначають величини $\beta_i, i \geq 2$, використано метод введення додаткової події Г.П. Климова [1, 2], що дозволило отримати рекурентні формули для відповідних перетворень Лапласа-Стилт'єса. Рекурентні формули для визначення повного фактичного середнього часу $\bar{\beta}_i$ реалізації і-го етапу робіт ($2 \leq i \leq n$), виражаються через параметри $\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2, \dots, \bar{\beta}_{i-1}$:

$$\bar{\beta}_i = (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1) \left[h_i \alpha_1^{-1} + \sum_{r=1}^{i-1} \bar{\beta}_r \sum_{j=1}^r P_{ij} \right], \quad (1)$$

де $h_i = 1 + \alpha_0 \bar{\psi}_0 + \alpha_1 \sum_{j=1}^i P_{ij} \bar{\psi}_{ij}$.

Далі знаходимо сумарний реальний час виконання всіх заданих n етапів робіт з врахуванням їх взаємної залежності, тобто з врахуванням невиробничих втрат часу на повторне виконання окремих етапів після зривів, що знижують напрацювання. А саме, нехай випадкова величина $\beta(n)$ позначає такий сумарний час виконання всіх етапів робіт. Тоді $\bar{\beta}(n) = \bar{\beta}_1 + \dots + \bar{\beta}(n)$, де величини $\bar{\beta}_i, 1 \leq i \leq n$, визначаються рекурентними співвідношеннями (1), а

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^n (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1) \left[h_i \alpha_1^{-1} + \sum_{r=1}^{i-1} \bar{\beta}_r \sum_{j=1}^r P_{ij} \right]. \quad (2)$$

Нижче описані випадки визначення прогнозних оцінок реального часу виконання заданого об'єму робіт.

Схема 1. Руйнуючі зриви впливають тільки в межах етапу, що зараз виконується. Для такої схеми необхідно припустити: а) $\forall(i | 1 \leq i \leq n), P_{ii} \equiv 1$; б) $\forall(i | 1 \leq i \leq n) \forall(j < i) P_{ij} \equiv 0$ і відношення (2) спростити:

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^n h_i \alpha_1^{-1} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1).$$

Схема 2. При руйнуючому зриві процес напрацювання системи $\Omega(t)$ завжди повертається до вихідного нульового рівня, тобто після відновлювальних робіт необхідно весь фронт робіт починати заново з першого етапу. В цьому випадку приймається

- а) $\forall(i | 1 \leq i \leq n), P_{ii} \equiv 1$;
- б) $\forall(i | 1 \leq i \leq n) \forall(j \neq i) P_{ij} \equiv 0$.

Тоді відношення (2) з урахуванням всіх непродуктивних втрат часу після нескладних, але громіздких перетворень, набуває наступного вигляду:

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^n h_i \alpha_1^{-1} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1) \prod_{j=i+1}^n \exp\{\alpha_1 B_j / k_j\} - 1,$$

де $h_i = 1 + \alpha_0 \bar{\Psi}_0 + \alpha_1 \sum_{j=1}^i P_{ij} \Psi_{ij}$ при $\prod_{j=n+1}^n (\dots) \equiv 1$ для

всіх $n \geq 1$.

Схема 3. В результаті руйнуючого зриву або процес напрацювання системи $\Omega(t)$ повертається до нульового вихідного рівняння (тобто до початку першого етапу робіт), або цей фактор здійснює вплив в межах етапу, що виконується. Іншими словами, після руйнуючого зриву виконання робіт можливо продовжувати або з початку відповідного етапу, на якому відбувся зрив, або з початку першого етапу. В випадку такої схеми слід припустити:

- а) $\forall(i | 1 \leq i \leq n), P_{ii} \neq 0$;
- б) $\forall(i | 1 \leq i \leq n) \forall(j \neq i, j \neq 1) P_{ij} \equiv 0$;
- в) $\forall(i | 1 \leq i \leq n) \forall(j = 1) P_{ij} \equiv 0$.

Тоді співвідношення (2) для $\bar{\beta}(n), n \geq 2$, прийме наступний вигляд:

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^n h_i \alpha_1^{-1} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1) \prod_{j=i+1}^n \exp\{\alpha_1 B_j / k_j\} - 1,$$

де $h_i = 1 + \alpha_0 \bar{\Psi}_0 + \alpha_1 (P_{ii} \Psi_{ii} + P_{ij} \Psi_{ij})$ при $\prod_{j=n+1}^n (\dots) \equiv 1$.

В загальному випадку не робиться ніяких додаткових пропозицій відносно ймовірностей P_{ij} . Застосуємо формулу (1) для співвідношення $\bar{\beta}_i$, яку можливо записати в більш зручному для використання вигляді. Нехай

$$A_i = h_i \alpha_1^{-1} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1),$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^j P_{ik} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1), j < i \leq n.$$

Тоді співвідношення (1) після реалізації рекурентних обчислювальних процедур прийме вигляд:

$$\bar{\beta}_i = A_i + \sum_{r=1}^{i-1} A_r \left(\sum_{\substack{m=1, k_1 > k_2 \dots > k_m \\ k_1 < i, k_m = r}}^{i-1} B_{ik_1} \cdot B_{k_1 k_2} \cdot \dots \cdot B_{k_{m-1} k_m} \right),$$

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^n A_i + \sum_{i=2}^n \sum_{r=1}^{i-1} A_r \left(\sum_{\substack{m=1, k_1 > k_2 \dots > k_m \\ k_1 < i, k_m = r}}^{i-1} B_{ik_1} \cdot \dots \cdot B_{k_{m-1} k_m} \right)$$

з врахуванням всіх невірних втрат через зриви.

Висновки

Висновки даного дослідження. Отримане співвідношення є розв'язком задачі оцінки середнього фактичного часу виконання довільного числа взаємозв'язаних етапів метрологічної перевірки в умовах збурюючих впливів з урахуванням невірних втрат, пов'язаних зі зривами під час виконання заданого об'єму робіт.

Розроблена методика може бути використана в рамках інформаційної технології забезпечення діяльності центру стандартизації.

Список літератури

1. Колчков В.И. Метрология, стандартизация и сертификация: учеб. пособ. / В.И. Колчков. – М., 2011.
2. Вероятностная оценка метрологической надежности средств измерений: алгоритмы и программы – СПб.: Нестор-История, 2001. – 200 с.
3. Бордецкий Г.Л. Эффективность запоминания промежуточных результатов в системах с отказами, разрушающими информацию / Г.Л. Бордецкий // Техническая кибернетика. – 1998. – №6. – С. 10-13.
4. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания / Г.П. Климов. – М.: Наука, 1996. – 244 с.

Надійшла до редколегії 4.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Рудницький, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ВЗАИМОУВЯЗАННЫХ ЭТАПОВ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ ПОВЕРКИ В РАМКАХ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ЦЕНТРА СТАНДАРТИЗАЦИИ

Л.Э. Серкова, Т.А. Палённая, Т.И. Бурцева

Рассматривается математическая модель процесса реализации метрологической проверки в отдельных технологических циклах с учетом множества постоянно действующих факторов и возмущающих воздействий. Полученные результаты являются решением задачи оценки среднего фактического времени выполнения любого количества взаимосвязанных этапов проверки с учетом неизбежных потерь в результате разрушающих срывов и возмущающих воздействий.

Ключевые слова: метрологическая проверка, разрушающие срывы, возмущающие воздействия, процесс наработки.

MATHEMATICAL MODEL OF THE METROLOGICAL VERIFICATION INTERRELATED STAGES WITHIN THE STANDARTIZATION CENTER INFORMATIZATION

L.E. Serkova, T.A. Palonna, T.I. Burceva

In this paper a mathematical model of the process of metrological verification in single technological cycles is considered. The model is based on variety of factors and current disturbances. The results are a solution of the problem of estimating the average time of interlinked verification stages execution. Results are recorded in non-production losses due to destructive failures and disturbing effects.

Keywords: process developments, metrological verification, destructive breakdowns, disturbing effects.