
УДК 519.95:65

А.И. Лысенко, Е.И. Шостак, И.А. Гончар

Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ОПТИМИЗАЦИЯ ВНУТРИСИСТЕМНЫХ ИЗДЕРЖЕК ЛОГИСТИКИ ПРОИЗВОДСТВЕННО – СБЫТОВОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

В статье рассмотрены вопросы повышения эффективности функционирования распределенной производственно-сбытовой системы в условиях неопределенности спроса на готовую продукцию путём выбора оптимальных запасов торговых подразделений минимизирующих издержки внутрисистемных операций логистики с учётом затрат на хранение страховых резервов производственного звена. Оптимальные объёмы поставок готовой продукции определяются из рассмотрения разработанных на основе формализации логистических процессов систем нелинейных уравнений с натуральными показателями для решения которых могут быть использованы стандартные методы.

Ключевые слова: *производственно-сбытовая система, распределенная структура, управление запасами, издержки, операции логистики, неопределенность спроса, закон бета-распределения.*

Введение

Рассматривается производственно-сбытовая система с распределенной структурой, в которой одно подразделение выпускает однородный продукт, а остальные подразделения, представляющие собой предприятия оптово-розничной торговли, осуществляют реализацию получаемой товарной продукции.

В условиях неопределенности спроса характерной для рыночной экономики возникает задача создания резервов для предотвращения нехватки

запасов товарной продукции. Существующие модели регулирования запасов товарной продукции сводятся к двум стратегиям управления поставками: стратегии фиксированного размера заказа и стратегии фиксированного периода поставок [1]. В первом случае, объём поставки постоянен и определяется, исходя из условия минимизации транспортно – складских издержек отдельного подразделения оптово – розничной торговли. При этом интервал времени между поставками, изменяясь в зависимости от спроса, представляет собой случайную величину.

Во втором случае, поставка товарной продукции осуществляется через заранее установленный период времени, который определяется из условия минимизации расходов, связанных с операциями логистики торгового подразделения. При этом объём заказа на поставку товарной продукции, изменяясь в зависимости от спроса, является случайной величиной. Задача выбора экономически выгодного размера заказа или периода поставки решается, как правило, в детерминированной поставке и с позиции интересов отдельного элемента системы либо производственного, либо торгового подразделения.

Предлагается рассмотреть в стохастической постановке задачу оптимального выбора объёмов внутрисистемных поставок товарной продукции производственно-сбытового объединения с распределенной структурой по критерию минимизации

логистических издержек всей системы в целом, т.е. с учётом дополнительных затрат производителя, связанных с хранением страхового запаса готовых изделий.

Целью данной работы является разработка стохастической модели оптимизации управления поставками Q_i , $i = \overline{1, n}$ готовой продукции в распределенной производственно – сбытовой системе, структурно – функциональная схема которой представлена на рис. 1.

Основная часть

Исходя из линейной зависимости величины поставки Q_i и времени её использования t_i , динамика запасов Q торгового подразделения в плановом периоде $t = T$ иллюстрируется на рис. 2.

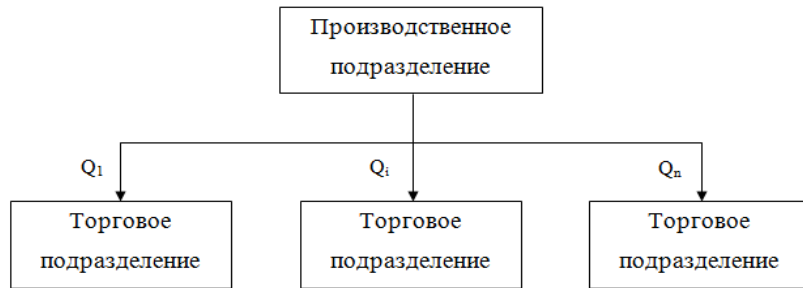


Рис. 1. Структурно-функциональная схема распределенной производственно – сбытовой системы

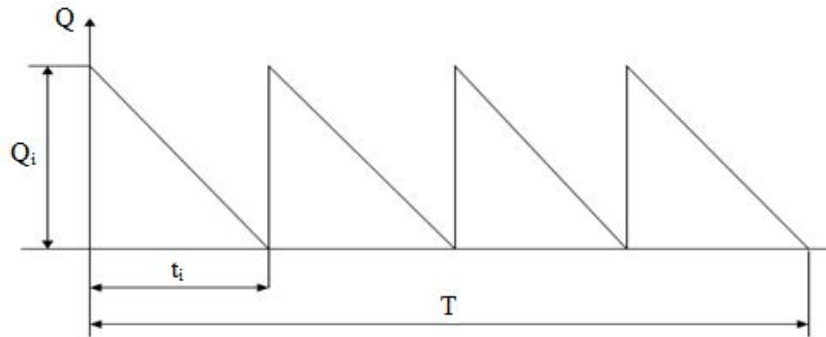


Рис. 2. График изменения запасов торгового подразделения

Издержки на операции логистики отдельного торгового подразделения $i \in \{1, n\}$ складываются из транспортных R_{1i} и складских R_{2i} расходов, которые определяются следующим образом:

$$R_{1i} = (K_i + C_i Q_i) l_i;$$

$$R_{2i} = \frac{Q_i}{2} h_i t_i l_i,$$

где K_i – условно-постоянные затраты на поставку заказа в i -е торговое подразделение; C_i – прямые затраты поставки единицы продукции в i -ое торговое подразделение; h_i – стоимость суточного хранения единицы продукции на складе i -го торгового подразделения; l_i – количество поставок готовой

продукции в i -е торговое подразделение в плановом периоде. Тогда с учетом соотношений

$$l_i = T / t_i; \quad Q_i = q_i t_i \tag{1}$$

логистические затраты $Z_i = R_{1i} + R_{2i}$ торгового подразделения $i \in \{1, n\}$ принимают вид

$$Z_i = T \left(\frac{K_i q_i}{Q_i} + c_i q_i + \frac{Q_i}{2} h_i \right); \quad \forall i \in \{1, n\}, \tag{2}$$

где: q_i – суточная потребность i -го торгового подразделения в единицах продукции.

Как объект исследования рассматривается модель с фиксированной величиной заказа, в которой объёмы поставок Q_i , $i = \overline{1, n}$ характеризуются по-

стоянными значениями, а периоды поставок представляют собой непрерывные случайные величины $t_i \in [a_i, b_i]$, $i = \overline{1, n}$. Если в качестве дифференциальной функции распределения случайной величины t_i принять закон бета-распределения вида

$$\varphi(t_i) = \frac{12(t_i - a_i)(b_i - t_i)^2}{(b_i - a_i)^4}; \quad (3)$$

для которого справедливы следующие эмпирические выражения математического ожидания

$$m_i = 0,6a_i + 0,4b_i \quad (4)$$

и дисперсии

$$D_i = 0,04(b_i - a_i)^2, \quad (5)$$

то величина максимально-возможного изменения периода поставки Q_i равная $\Delta t_i = (b_i - a_i)$ будет определять с учётом соотношения (4) страховой резерв времени

$$\Delta t_i = 2,5m_i - 2,5a_i, \quad (6)$$

которым должно располагать производственное подразделение для гарантированного выполнения заказа заданного объёма Q_i . При этом издержки производственного подразделения Z_{oi} связанные с хранением страховых запасов Q_i в плановом периоде T определяется следующим образом

$$Z_{oi} = Q_i \Delta t_i h_{oi}; \quad \forall i \in \{\overline{1, n}\}, \quad (7)$$

где h_o – стоимость суточного хранения единицы готовой продукции на складе производственного подразделения.

Тогда с учетом соотношений (1), (6) и выражения (7) считая

$$m_i = Q_i / q_i \quad (8)$$

затраты производственного подразделения

$$Z_o = \sum_{i=1}^n Z_{oi} \quad \text{связанные с хранением страховых запасов по всем поставкам } Q_i, \quad i = \overline{1, n} \quad \text{в плановом периоде } T \quad \text{составляет}$$

$$Z_o = T \sum_{i=1}^n (2,5h_o Q_i - 2,5h_o q_i a_i), \quad (9)$$

а затраты всей производственно-сбытовой системы

$$\text{в целом } Z = \sum_{i=1}^n Z_i + Z_o \quad \text{как функции вектора объёмов поставок } \overline{Q} = (Q_1, \dots, Q_n) \quad \text{с учетом выражений (2) и (9) определяется как}$$

$$Z(\overline{Q}) = T \times \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i q_i}{Q_i} + c_i q_i + \frac{Q_i}{2} h_i + 2,5h_o Q_i - 2,5h_o q_i a_i \right), \quad (10)$$

где $a_i = f_i(Q_i)$, $\forall i \in \{\overline{1, n}\}$.

Используя аналитическое выражение для дисперсии непрерывной случайной величины $t_i \in [a_i, b_i]$ подчиненной заданному закону бета-распределения (3)

$$D_i = \frac{12}{(b_i - a_i)^4} \int_{a_i}^{b_i} (t_i - m_i)^2 (t_i - a_i)(b_i - t_i)^2 dt$$

с учётом соотношений (4), (5) и (8) получим функциональную зависимость

$$a_i = f_i(Q_i), \quad \forall i \in \{\overline{1, n}\},$$

заданную в неявном виде уравнением

$$F_i(Q_i, a_i) = 0, \quad (11)$$

$$F_i(Q_i, a_i) = 4,59a_i^4 - \frac{27}{q_i} a_i^3 Q_i + \quad (12)$$

где

$$+ \frac{58,5}{q_i^2} a_i^2 Q_i^2 - \frac{55}{q_i^3} a_i Q_i^3 + \frac{18,75}{q_i^4} Q_i^4;$$

$$0 < a_i < \frac{Q_i}{q_i}; \quad \forall i \in \{\overline{1, n}\}.$$

Ставится задача оптимизации распределения объёмов поставок товарной продукции торговым подразделениям $\overline{Q}^* = (Q_1^*, \dots, Q_n^*)$, которое обеспечивает минимизацию транспортно-складских затрат всех внутрисистемных операций рассматриваемого производственно-сбытового объединения с распределенной структурой.

Сформированная задача оптимального управления формализуется задачей математического программирования

$$\min_{\overline{Q} \in H} Z(\overline{Q}) = Z(\overline{Q}^*); \quad (13)$$

$$H = \{(Q_1, \dots, Q_n) \in E^n / Q_i > a_i q_i, i = \overline{1, n}\},$$

решение которой должно удовлетворять необходимым условиям первого порядка

$$\nabla Z(\overline{Q}^*) = 0 \quad (14)$$

при выполнении достаточных условий второго порядка

$$\nabla^2 Z(\overline{Q}^*) > 0. \quad (15)$$

Условие (14), которое эквивалентно требованиям

$$\frac{\partial Z}{\partial Q_i}(\overline{Q}^*) = 0; \quad i = \overline{1, n}$$

с учетом выражений (10) – (12) сводится к следующим системам $i = \overline{1, n}$ нелинейных уравнений относительно неизвестных Q_i, a_i :

Выводы

Таким образом в статье:

1. Разработана стохастическая модель регулирования объемов поставок товарной продукции в распределенной производственно-сбытовой системе, которая кроме запасов торговых подразделений учитывает страховые резервы готовой продукции производственного подразделения.

2. Получены системы уравнений, решение которых позволяет определить оптимальные объемы поставок товарной продукции, исходя из минимизации издержек всех внутрисистемных операций логистики производственно-сбытового объединения с распределенной структурой.

3. Полученные результаты позволяют повысить эффективность функционирования распределенной производственно-сбытовой системы в условиях неопределенности спроса на готовую продукцию за счет экономии оборотных средств.

Список литературы

1. Черчмен У. Введение в исследование операций / У. Черчмен, Р. Акоф, Л. Арноф; пер. с англ. В.Я. Алтаева и др.; под ред. Л.Я. Лернера. – М.: Наука, 1967. – 488 с.
2. Реклейтис Г. Оптимизация в технике / Г. Реклейтис, А. Рейвидран, К. Рэгсдел. В 2-х кн. – Кн. 1 пер. с англ. В.Я. Алтаева, В.И. Моторина. – М.: Мир, 1986. – 354 с.

Поступила в редколлегию 8.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Левыкин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{h_i}{2} - \frac{K_i q_i}{Q_i^2} + 2,5h_o \right) \frac{\partial F_i}{\partial a_i}(Q_i, a_i) + \\ + 2,5q_i h_o \frac{\partial F_i}{\partial Q_i}(Q_i, a_i) = 0; \\ F_i(Q_i, a_i) = 0, \end{array} \right. \quad (16)$$

позволяющих найти решение исходной задачи математического программирования (13).

Так как для рассматриваемой целевой функции (10) матрица Гессе является диагональной

$$\nabla^2 Z(\bar{Q}) = \text{diag} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Q_1^2}, \dots, \frac{\partial^2 Z}{\partial Q_n^2} \right),$$

то решение $Q_i^*, a_i^*, i = \overline{1, n}$, полученных систем уравнений (16) при выполнении условий

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Q_i^2}(Q_i^*, a_i^*) > 0; 0 < a_i^* < \frac{Q_i^*}{q_i}, i = \overline{1, n},$$

где

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Q_i^2} = T \cdot \left[\frac{2K_i q_i}{Q_i^3} - 2,5q_i h_o \times \right. \\ \left. \times \frac{2 \frac{\partial F_i}{\partial Q_i} \frac{\partial F_i}{\partial a_i} \frac{\partial^2 F_i}{\partial Q_i \partial a_i} - \left(\frac{\partial F_i}{\partial a_i} \right)^2 \frac{\partial^2 F_i}{\partial Q_i^2} - \left(\frac{\partial F_i}{\partial Q_i} \right)^2 \frac{\partial^2 F_i}{\partial a_i^2}}{\left(\frac{\partial F_i}{\partial a_i} \right)^3} \right]$$

определяет собой искомый вектор оптимальных объемов поставок продукции $\bar{Q}^* = Q_1^*, \dots, Q_n^*$ торговым подразделениям исследуемой производственно-сбытовой системы с распределенной структурой.

ОПТИМІЗАЦІЯ ВНУТРІШНЬОСИСТЕМНИХ ВИТРАТ ЛОГІСТИКИ ВИРОБНИЧО-ЗБУТОВОГО ОБ'ЄДНАННЯ З РОЗПОДІЛЕНОЮ СТРУКТУРОЮ

О.І. Лисенко, О.І. Шостак, І.О. Гончар

У статті розглянуті питання підвищення ефективності функціонування розподіленої виробничо-збутової системи в умовах невизначеності попиту на готову продукцію шляхом вибору оптимальних запасів торгових підрозділів внутрішньосистемних операцій логістики, що мінімізують витрати, з урахуванням витрат на зберігання страхових резервів виробничої ланки. Оптимальні об'єми постачань готової продукції визначаються з розгляду розроблених на основі формалізації логістичних процесів систем нелінійних рівнянь з натуральними показниками, для вирішення яких можуть бути використані стандартні методи.

Ключові слова: виробничо-збутова система, розподілена структура, управління запасами, витрати, операції логістики, невизначеність попиту, закон бета-розподілення.

OPTIMIZATION OF SYSTEM COSTS OF LOGISTIC OF PRODUCTION-SALE ASSOCIATION WITH THE DISTRIBUTED STRUCTURE

A.I. Lysenko, E.I. Shostak, I.A. Gonchar

In the article the questions of increase of efficiency of functioning of the distributed production-sale system are considered in the conditions of vagueness of demand on the prepared products by the choice of optimum supplies of auction subdivisions of minimizing costs system operations of logistic taking into account expenses on storage of insurance backlogs of production link. The optimum volumes of supplying to the prepared products are determined from consideration of the logistic processes of the systems of nonlinear equalizations developed on the basis of formalization with natural indexes for the decision of which standard methods can be utilized.

Keywords: production-sale system, distributed structure, control of inventories, costs, operations of logistic, vagueness of demand, β -law.