

УДК 621.396.967.15

А.В. Челпанов, Г.В. Акулінін, Є.О. Меленті

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

## ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ БАЛІСТИЧНИХ ЦІЛЕЙ З ГРУПУВАННЯМ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

Розглядаються методи уточнення параметрів траєкторій балістичних цілей, зокрема, з групуванням вимірювань координат при використанні методу найменших квадратів (МНК). Визначені основні алгоритми обробки послідовності вимірювань із спрощенням ітераційних процедур МНК.

**Ключові слова:** балістичні цілі, оцінка параметрів траєкторії, методи вторинної обробки радіолокаційної інформації.

### Вступ

**Постановка проблеми, аналіз останніх досліджень і публікацій.** До основних задач, які вирішуються при супроводженні балістичних цілей (БЦ) – балістичних ракет (БР) та космічних об'єктів (КО), слід віднести поточну оцінку параметрів траєкторії БЦ (орбітальних параметрів КО) [1, 2], та їх уточнення на основі використання відомих залежностей між параметрами балістичної траєкторії [3, 4].

Більш точна оцінка орбітальних параметрів для тривалого прогнозування (при веденні каталогу КО) здійснюється з використанням усієї вибірки вимірювань та результатів поточної обробки, зокрема, за методом найменших квадратів (МНК) [3].

Для спрощення обчислень доцільне групування вимірювань [5].

Тому в роботі розглядається можливість реалізації алгоритму обробки радіолокаційної інформації з групуванням вимірювань координат.

### Виклад основного матеріалу

За результатами супроводження балістичних цілей (БР і КО) і рекурентної обробки вимірювань координат (позначок) формуються поточні оцінки параметрів траєкторії і сукупність використаних позначок (опорних точок).

Для уточнення оцінок параметрів траєкторії балістичних цілей (БЦ) доцільно після селекції аномальних спостережень здійснювати додаткову обробку послідовності позначок.

Потенційна точність оцінок параметрів траєкторії визначається тривалістю спостереження (супроводження) цілі і, відповідно, кількістю позначок. Тому у залежності від часу супроводження  $\Delta t_c$  доцільні наступні додаткові методи уточнення параметрів траєкторії БЦ [3]:

– при  $\Delta t_c < 1$  хв. – уточнення кутових швидкостей на основі використання відомих залежностей між параметрами балістичної траєкторії;

– при  $\Delta t_c = (1...2)$  хв. – уточнення кутових складових швидкості цілі з використанням МНК;

– при  $\Delta t_c > 2$  хв. – доцільне використання МНК для уточнення усіх шести параметрів траєкторії БЦ.

Траєкторія БЦ однозначно визначається шестивимірним вектором, який містить три координати та три їх похідні у будь-якій системі координат, чи значення компонентів (елементів) орбіти КО, зокрема,  $a$  – велика напіввісь,  $e$  – ексцентриситет,  $i$  – нахил орбіти тощо.

При використанні МНК оцінки параметрів обчислюються на основі виконання критерію мінімуму функціоналу:

$$\Phi(A) = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^n p_{ki} [x_{ki} - x_k(A, t_i)]^2 = \min, \quad (1)$$

де  $k$  визначає номер координати (параметру руху) цілі, зокрема, у сферичній системі координат (ССК)  $x_1 = R$ ,  $x_2 = \beta$ ,  $x_3 = \gamma$ ,  $x_4 = \dot{R}$  (дальність, азимут, кут місця, радіальна швидкість);

$$p_{ki} - \text{вага вимірювань, } p_{ki} = \frac{1}{\sigma_{x_{ki}}^2};$$

$\sigma_{x_{ki}}^2$  – дисперсія помилки вимірювання.

В якості параметрів траєкторії можливо використовувати орбітальні параметри чи коефіцієнти поліному, який описує траєкторію цілі:

$$x(t) = \sum_{s=0}^{s_0} \frac{1}{s!} x^{(s)} \tau^s, \quad (2)$$

де  $s_0$  – степінь поліному;

$x^{(s)}$  – похідна по часу порядку  $s$ .

Обробка інтервалів супроводження зі значною кількістю позначок вимагає великих витрат часу на обчислення, який можливо зменшити при введенні попереднього групування вимірювань (позначок).

Можливості групування визначаються часом супроводження  $\Delta t_c$ , періодом супроводження (над-

ходження позначок)  $T_c$  та необхідною кількістю позначок  $m$  для оцінки  $k$  параметрів траєкторії.

Для достатньо точного визначення  $k$  параметрів траєкторії необхідно  $m > 3 \cdot k$  позначок.

Наприклад, при  $\Delta t_c = 5$  хв.,  $T_c = 5$  с отримаємо

$$n = \frac{\Delta t_c}{T_c} = 60$$

позначок за час супроводження цілі.

Необхідна кількість позначок  $m$  для оцінки  $k = 6$  параметрів траєкторії  $m \geq 3 \cdot k = 18 \approx 20$ .

Тому є можливість групування позначок на інтервалах часу

$$T_r = \frac{n}{m} T_c = 15 \text{ с.}$$

Кількість позначок в групі

$$N = \frac{T_r}{T_c} = 3.$$

Згруповані на інтервалах часу  $T_{rj} = t_j - t_{j-1}$  позначки використовуються далі для оцінки параметрів траєкторії (зокрема, за критеріями МНК).

Повну помилку оцінки параметрів траєкторії цілі  $\hat{x}(t)$  можливо розбити на дві складові – помилку фільтрації  $\varepsilon_1(t)$  і помилку апроксимації  $\varepsilon_2(t)$ :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t);$$

$$\varepsilon_1(t) = \hat{x}(t) - x(t);$$

$$\varepsilon_2(t) = x(t) - x_0(t),$$

де  $x_0(t)$  – апроксимація траєкторії (позначок) за рахунок групування.

Мінімізація помилок  $\varepsilon_1(t)$  забезпечується використанням методів теорії оптимальної обробки (зокрема, МНК).

Метод групування повинен забезпечити найбільш ймовірне значення параметру руху цілі на інтервалах  $T_{rj}$ .

Відповідне рішення (метод групування) заснований на визначенні апостеріорної щільності ймовірності [5]:

$$P_j(t, x) = c_j p_{je}(A_j) \cdot \exp[F_j(A_j) - E(A_j)], \quad (3)$$

де  $p_{je}$  – екстрапольована щільність ймовірності, отримана по результатах спостереження у попередньому інтервалі часу  $T_{rj-1}$ :

$$p_{je}(A_j) = \int \Pi(A_j / A_{j-1}) \cdot p_j(A_{j-1}) dA,$$

де  $A$  – вектор оцінок параметрів;

$\Pi$  – щільність ймовірності переходу;

$[F_j(A_j) - E(A_j)]$  – функціонал правдоподібності при спостереженні  $x(t)$  на інтервалі часу  $T_{rj}$ .

При дискретності відліку (періоді надходження вимірювань)  $T_c$  отримаємо:

$$F_j(A_j) = \frac{2T_c}{N_0} \sum_i^N x_i \cdot s_i;$$

$$E(A_j) = \frac{T_c}{N_0} \sum_i^N S_i^2,$$

де  $x_i$  – значення  $i$ -ої позначки на інтервалі  $T_{rj}$ ;

$S_i$  – очікуване значення результату вимірювання;

$N_0$  – величина, що відповідає спектральній щільності потужності шумів.

На основі (3) формується оптимальна оцінка згрупованого значення параметру.

Спрощенням алгоритму групування є два основних варіанти:

а) формування вектору  $A_j$  як середнього (чи середньозваженого) значення параметру;

б) оцінка параметрів поліному і формування  $A_j$  як згладженого значення на момент

$$t_{j0} = \frac{1}{2}(t_j + t_{j-1}).$$

Перший варіант не забезпечує заданої точності апроксимації, зокрема для балістичної траєкторії цілі.

Для другого варіанту формуються оцінки параметрів поліному, наприклад, для  $N = 3$ :

$$\hat{x} = x_3;$$

$$\hat{\dot{x}} = \frac{1}{T_c} \left( \frac{x_3}{2} - 2x_2 + \frac{3x_1}{2} \right);$$

$$\hat{\ddot{x}} = \frac{1}{T_c^2} (x_3 - 2x_2 + x_1);$$

$$x_{j0} = \hat{x} - \hat{\dot{x}}T_c - \frac{1}{2}\hat{\ddot{x}}T_c^2.$$

Помилки оцінки параметрів  $x_j$  визначаються значеннями  $N$  і середньоквадратичними помилками одиничних вимірювань  $\sigma_x$ .

Наприклад, при рівноточних та рівнодискретних вимірювань для квадратичної траєкторії [1]:

$$\sigma_{x_j}^2 = \frac{3(3N^2 - 3N + 2)}{N(N+1)(N+2)} \sigma_x^2.$$

Обробка отриманої вибірки згрупованих позначок на основі методу найменших квадратів здійснюється з використанням ітераційних процедур, які передбачають послідовне наближення оцінок параметрів траєкторії до тих, що забезпечують виконання умови (1), тобто пошук мінімуму функціоналу [4].

За початкове наближення приймаються оцінки параметрів траєкторії, отримані за результатами рекуррентної обробки у сферичній системі координат (ССК).

Для оцінки значень орбітальних параметрів ці параметри перераховуються в геоцентричну систему координат (ГСК):  $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ .

Далі на кожному  $n$ -тому кроці (ітерації) визначаються значення функціоналу  $\Phi(A_n)$  і частинні похідні функціоналу (1) по координатам та похідним в ГСК:

$$\Phi_x^{(n)} = \frac{\partial \Phi(A_n)}{\partial x}; \Phi_y^{(n)}; \dots \Phi_z^{(n)}.$$

Для пошуку наступних значень параметрів траєкторії, які забезпечують виконання умови (1), формується нормований шестивимірний градієнт:

$$q^{(n)} = q_k^{(n)}, \quad k = 1, 2, \dots, 6,$$

$$q_1^{(n)} = \frac{\Phi_x^{(n)}}{|\dot{\Phi}|}; \dots q_6^{(n)} = \frac{\Phi_z^{(n)}}{|\dot{\Phi}|};$$

де

$$|\dot{\Phi}| = \sqrt{\sum_{k=1}^6 (\Phi_{\phi_k}^{(n)})^2}, \quad \phi_k \rightarrow x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}.$$

Далі обчислюються два значення  $\Phi(A)$  для нових величин вектору параметрів  $A_n$  і формується точка мінімуму.

$$A_n^0 = A_n - q_n \cdot p_0,$$

де  $p_0$  – значення зсуву (зміни) параметру, наприклад, середньоквадратична помилка (СКП) вимірювання.

Процес ітерації зупиняється якщо забезпечується виконання умови  $q_n \cdot p_0 < \delta$ , де  $\delta$  – деякий допуск.

На заключному кроці ітерації уточнені параметри траєкторії із ГСК перераховуються в параметри елементів орбіти КО.

## Висновки

Підвищення точності оцінки параметрів траєкторії балістичних цілей можливо за рахунок додаткової обробки інформації, отриманої в ході рекуррентного згладжування вимірювань (позначок) за час супроводження цілі. Одним із основних методів уточнення поточних оцінок параметрів є метод найменших квадратів, який реалізується шляхом послідовних ітерацій. Для зменшення об'єму обчислень при значній кількості вимірювань (позначок), доцільно здійснювати їх групування.

## Список літератури

1. Кузьмін С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин. – К.: КВІЦ, 2000. – 428 с.
2. Фарина А. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей: пер. с англ. / А. Фарина, Ф. Студер. – М.: Радио и связь, 1993. – 340 с.
3. Саврасов Ю.С. Алгоритмы и программы в радиолокации / Ю.С. Саврасов. – М.: Радио и связь, 1985. – 216 с.
4. Иванов Н.М. Баллистика и навигация космических аппаратов. Учебник. / Н.М. Иванов, Л.Н. Лысенко. – М.: Дрофа, 2004. – 544 с.
5. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.

Надійшла до редколегії 17.04.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Д. Карлов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ЦЕЛЕЙ С ГРУППИРОВАНИЕМ НАБЛЮДЕНИЙ

А.В. Челпанов, Г.В. Акулинин, Е.А. Меленти

*Рассматриваются методы уточнения параметров траекторий баллистических целей, в частности, с группированием измерений координат при использовании метода наименьших квадратов (МНК). Определены основные алгоритмы обработки последовательности измерений с упрощением итерационных процедур МНК.*

**Ключевые слова:** баллистическая цель, оценка параметров траектории, методы вторичной обработки радиолокационной информации

## DEFINING THE PARAMETERS OF BALLISTIC TARGETS WITH GROUPING OBSERVATIONS

A.V. Chelpanov, G.V. Akulinin, E.A. Melenty

*Examines methods refine the parameters of the trajectories of ballistic targets, in particular grouping coordinates measurements using the method of least squares (MLS). The basic algorithms for processing a sequence of measurements with iterative procedures simplification MLS's.*

**Keywords:** ballistic target, trajectory parameter estimation methods, secondary radar data processing.