

# Кібернетика та системний аналіз

УДК 004.31, 004.056.55, 003.26

А.Л. Берднікова, Ю.С. Манжос

Національний аерокосмічний університет «ХАІ», Харків

## АНАЛІЗУВАННЯ ЖИТТЄВОГО ЦИКЛУ МОДЕЛЮВАННЯ КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

*Розглянуто життєвий цикл моделювання космічних об'єктів та побудовано ймовірнісні моделі переходів. Запропоновано систему рівнянь Колмогорова, що визначає потоки ймовірностей станів моделі життєвого циклу. Досліджено тривалості ітерацій етапів життєвого циклу, ймовірності внесення дефектів під час виконання реальних програмних проектів та їх вплив на програмні ризики. Досліджено чисельні розв'язки математичної моделі життєвого циклу для різноманітних вхідних даних. Запропоновано способи зменшення ризиків.*

**Ключові слова:** математична модель, життєвий цикл, рівняння Колмогорова, ймовірність, верифікація програмного забезпечення.

### Вступ

Розроблення об'єктів космічної техніки вимагає приділяти велику увагу якості програмного забезпечення (ПЗ) їх систем керування, що реалізує значну частку функціональності. Для цього використовують складну багатоконтурну технологію розроблення програмних комплексів. На першому етапі створюється математична модель (ММ) об'єкту керування. На підставі ММ розробляється програмна модель (ПМ) об'єкту. Далі – розробляються моделі алгоритмів, які тестуються на моделі об'єкту. Потім модель об'єкту використовується для верифікації вбудованого ПЗ та супроводу космічної техніки під час життєвого циклу [1]. Нерідко розроблення ПЗ системи керування потребує використання кількох моделей об'єктів, наприклад через зміну механічних характеристик апарату під час експлуатації. Крім того ПМ майбутнього космічного апарату дозволяє адаптувати або повторно використати вже існуюче ПЗ для створення нової системи керування, що значно зменшує час розробки космічної системи. Таким чином, для створення якісного ПЗ систем керування та зменшення різноманітних ризиків дуже важливо мати математичну та програмну моделі космічного об'єкту. Слід відмітити, що математичними моделями космічних апаратів [2, 3] є найчастіше системи диференційних рівнянь, що характеризуються нелінійністю, високим порядком та жорсткістю [4, 5]. Це вимагає використання спеціальних методів для їх інтегрування [6, 7], що обумовлює досить високі ризики.

Таким чином, розроблення адекватних моделей об'єктів космічної техніки є актуальною задачею, що дозволяє зменшити ризики під час життєвого циклу складних космічних систем.

Необхідною умовою підвищення якості ПЗ систем керування є можливість кількісного оцінювання ризиків. Цій темі і присвячена стаття.

**Постановка задач досліджень.** Визначення кількісних характеристик ризиків розроблення систем керування космічними апаратами є дуже складною проблемою, тому надалі будуть розглядатися тільки ті ризики, що обумовлені побудовою сукупністю моделей космічних об'єктів. Це дослідження вимагає розгляду таких питань:

1. Проаналізувати життєвий цикл моделювання об'єктів космічної техніки та визначити статистичні характеристики його етапів.
2. Побудувати ймовірнісну модель переходів між станами життєвого циклу.
3. Побудувати і дослідити математичну модель життєвого циклу.
4. Визначити найвпливовіші фактори ризиків та запропонувати засоби їх зменшення.

Розглянемо більш детально ці питання.

### Основний розділ

#### Життєвий цикл моделювання об'єктів космічної техніки

Життєвий цикл розроблення ПЗ, що моделює об'єкти космічної техніки зручно подати у вигляді графа, зображено на рис. 1.

На першому етапі формуються вимоги користувача до ММ об'єкту та сукупність прийнятно-здавальних тестів за допомогою яких буде здійснюватися верифікація математичної та програмної моделей. По закінченню формування вимог користувача розпочинається математичне проектування, метою якого є побудова математичної моделі, що є адекватною реальному об'єкту. На цьому етапі формується система диференційних або інтегро-диференційних рівнянь, яка у разі необхідності лінеаризується та обов'язково досліджується на стійкість. У певних випадках цей етап потребує додаткового уточнення вимог користувача. Після чого формується лінійна ММ на підставі якої розпочинається розроблення

ПМ, відповідність якої математичній моделі перевіряється за допомогою функціональних та математичних тестів на етапі автономного моделювання. Початкові дані для автономного моделювання формуються на підставі характеристик об'єкту, які визначаються за результатами досліджень поведінки реального космічного об'єкту або його фізичної моделі. За результа-

тами верифікації може відбуватися додаткове корегування програмної або математичної моделі космічного апарату. Результатом ЖЦ є програмна та математична моделі, що є адекватними реальному об'єкту та призначені для верифікації вбудованого ПЗ системи керування або для довгострокового супроводження космічного об'єкту під час його польоту.

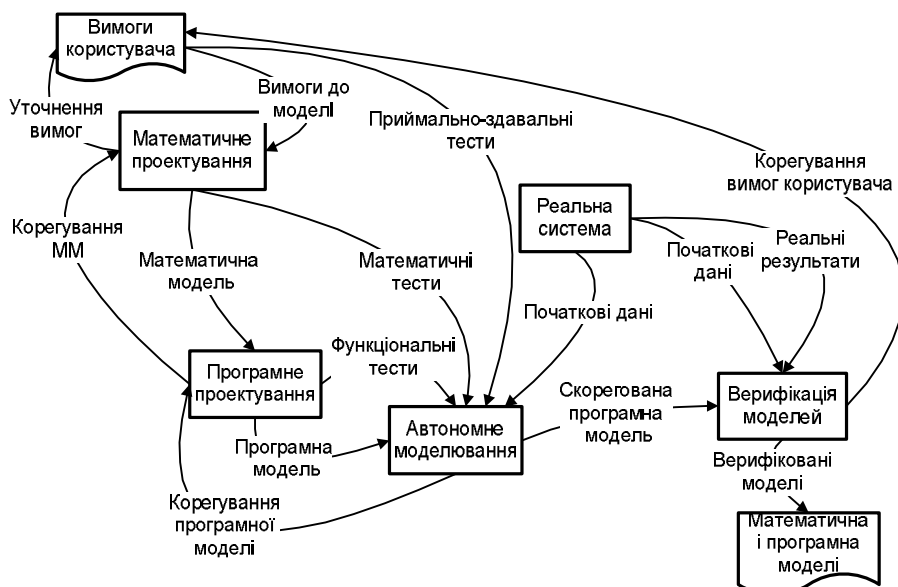


Рис. 1. Життєвий цикл розроблення моделей об'єктів космічної техніки

### Ймовірнісні моделі переходів

Аналізування життєвого циклу (ЖЦ) та пов'язаних з ним ризиків зручно виконати з використанням методів теорії випадкових процесів [1]. Відправною точкою аналізу мають бути множини станів, що відповідають етапам ЖЦ: «вимоги користувача» – UR; «математичне проектування» – MD; «програмне проектування» – SD; «автономне моделювання» – AM; «верифікація алгоритмів вбудованого ПЗ» – V, а також статистичні дані, які накопичені під час розроблення ПЗ систем керування космічних апаратів, у яких приймав участь один з авторів статті.

Теорія випадкових процесів пропонує два підходи до аналізу технічних систем [8]: дискретний та безперервний. У першому підході використовуються дискретний час, множини станів системи та переходів між ними, що мають певні ймовірності. Другий підхід використовує безперервний час, множини станів та інтенсивностей переходів між ними.

Статистичне аналізування часових витрат на різні етапи ЖЦ показало, що вони розподілені за експоненціальним законом [8, 9], тому для подальшого аналізування доцільно обрати безперервну модель, у якій інтенсивність переходів буде випадковою величиною, оберненою до тривалості відповідного етапу ЖЦ. Наявність ітеративних повторів етапів, обумовлена внесенням та ліквідацією відповідних дефектів, потребувала розщеплення окремих станів ЖЦ у множини станів ймовірнісної моделі.

Внесення дефектів на кожному із станів визначається відповідними ймовірностями та додатковими станами.

Таким чином була побудована так звана комбінована ймовірнісна модель, яка використовує елементи як дискретної так і безперервної моделей, побудованих за методологією теорії випадкових процесів, що відображена на рис. 2, яку розглянемо більш детально.

У комбінованій ймовірнісній моделі більшості етапів ЖЦ відповідають певні множини станів, що мають безперервну природу, та вузол, що має дискретну природу. Відповідність між станами моделі та етапами життєвого циклу, а також призначення станів подано у табл. 1.

Початковим станом комбінованої моделі є UR, що відповідає формуванню вимог користувача, тривалість якого  $T_{UR}$ . З інтенсивністю  $\lambda_{UR} = 1/T_{UR}$  з цього стану здійснюється перехід до стану PUR, що позначений пунктирним колом і моделює внесення дефектів у вимоги користувача. Надалі будемо вважати, що відсутність дефектів у вимогах користувача має ймовірність  $P_{UR}$ , а наявність дефектів у вимогах користувача – ймовірністю  $1 - P_{UR}$ . Далі здійснюється математичне проектування, якому відповідають стани MD<sub>1</sub> (відсутність дефектів у вимогах користувача) та MD<sub>2</sub> (наявність дефектів у вимогах користувача).

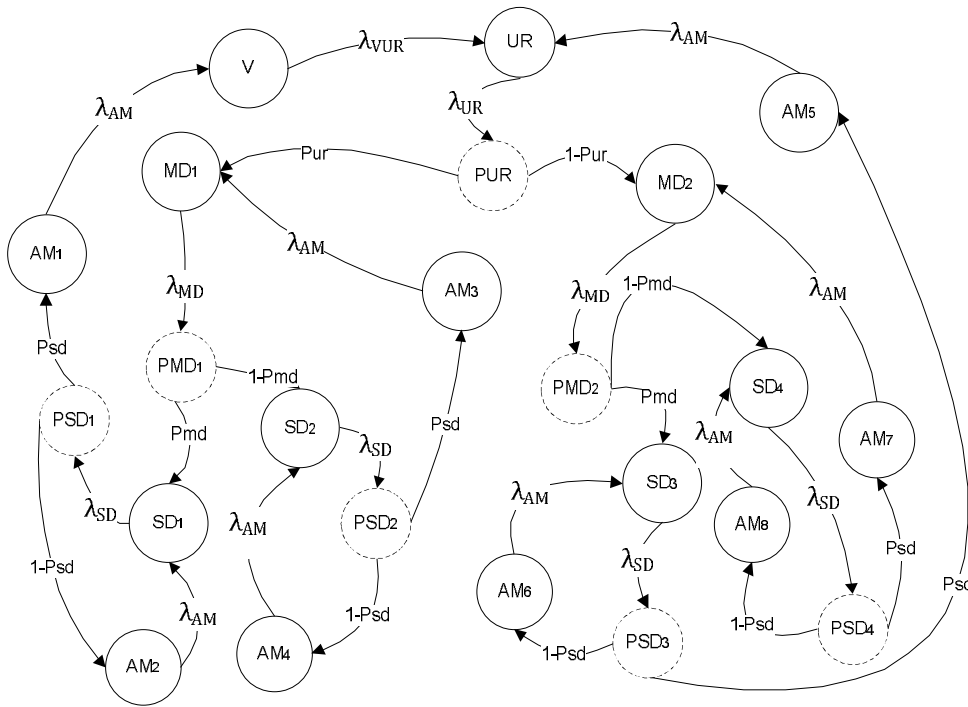


Рис. 2. Комбінована ймовірнісна модель переходів між станами життєвого циклу розроблення моделей об'єктів космічної техніки

Таблиця 1

Етапи життєвого циклу та стани моделі

Етап циклу	Стан моделі	Призначення стану
Вимоги користувача	UR	Моделює тривалість формування вимог користувача
	PUR	Моделює внесення дефектів до вимог користувача
Математичне проектування	MD <sub>1</sub> , MD <sub>2</sub>	Моделює тривалість математичного проектування (побудову математичної моделі та її корегування)
	PMD <sub>1</sub> , PMD <sub>2</sub>	Моделює внесення дефектів у математичну модель під час її розроблення або корегування
Програмне проектування	SD <sub>1</sub> ...SD <sub>4</sub>	Моделює тривалість програмного проектування (побудову програмної моделі та її корегування)
	PSD <sub>1</sub> ...PSD <sub>4</sub>	Моделює внесення дефектів у програмну модель під час її розробки або корегування
Автономне моделювання	AM <sub>1</sub> ...AM <sub>8</sub>	Моделює тривалість автономного моделювання
Верифікація	V	Моделює тривалість верифікації ( натурних випробувань) моделей об'єктів космічної техніки

Із стану MD<sub>1</sub>, тривалість якого T<sub>MD</sub>, з інтенсивністю λ<sub>MD</sub> = 1/T<sub>MD</sub> здійснюється перехід до стану PMD<sub>1</sub>, що моделює внесення дефектів у математичну модель з ймовірністю 1 - P<sub>MD</sub>, та їх відсутність з ймовірністю P<sub>MD</sub>. У разі відсутності дефектів у математичній моделі, відбувається перехід до стану SD<sub>1</sub>, інакше – до стану SD<sub>2</sub>.

Зі стану SD<sub>1</sub>, що відповідає програмному проектуванню та має тривалість T<sub>SD</sub>, з інтенсивністю λ<sub>SD</sub> = 1/T<sub>SD</sub> відбувається перехід до стану PSD<sub>1</sub>, що моделює внесення програмних дефектів. З цього стану з ймовірністю P<sub>SD</sub> відбувається перехід до стану AM<sub>1</sub> (у разі відсутності програмних дефектів) та з ймовірністю 1-P<sub>SD</sub> до стану AM<sub>2</sub> (у разі наявності програмних дефектів), що відповідає одній з ітерацій автономного моделювання.

Автономне моделювання, що відповідає відсутності дефектів у вимогах користувача, математичній та програмній моделях, позначене станом AM<sub>1</sub> і має тривалість T<sub>AM</sub>. З цього стану з інтенсивністю λ<sub>AM</sub> = 1/T<sub>AM</sub> відбувається перехід до стану V, що відповідає етапу верифікації моделей об'єкту та алгоритмів системи керування за допомогою даних про поведінку реальної системи. У космічній галузі цей етап називається натурними випробуваннями, під час яких здійснюється політ та дослідна експлуатація об'єктів космічної техніки. Тривалість цього етапу T<sub>VUR</sub> визначається терміном життя поточного покоління космічної техніки. За результатами верифікації здійснюється корегування, або повна переробка вимог користувача. Після завершення натурних випробувань життєвий цикл об'єктів космічної техніки повторюється і з інтенсивністю λ<sub>VUR</sub> = 1/T<sub>VUR</sub> здійснюється перехід до

початкового стану комбінованої ймовірнісної моделі життєвого циклу.

У випадку існування програмних дефектів, коректної ММ та вимогах користувача здійснюється перехід до стану  $AM_2$ , що відповідає автономному моделюванню, з якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося до стану  $SD_1$  для корегування програмної моделі.

У випадку існування дефектів математичної моделі ми переходимо до стану  $SD_2$ , що відповідає програмному проектуванню на підставі некоректної математичної моделі. З цього стану з інтенсивністю  $\lambda_{SD}$  ми переходимо до стану  $PSD_2$ , який моделює внесення програмних дефектів з ймовірністю  $P_{SD}$ , що визначає відсутність програмних дефектів, ми переходимо до стану автономного моделювання  $AM_3$  за результатами якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося на стан  $\lambda_{AM}$  до стану  $MD_1$  для корегування математичної моделі. У випадку внесення додаткових програмних дефектів у некоректну математичну модель із стану  $PSD_2$  з ймовірністю  $1-P_{SD}$  ми переходимо до однієї з ітерацій автономного моделювання, що позначена станом  $AM_4$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до стану  $SD_2$ . Ітераційні цикли між станами:  $MD_1, PMD_1, SD_1, SD_2, PSD_1, PSD_2, AM_2, AM_3, AM_4$  повторюються до вилучення математичних та програмних дефектів.

Зі стану  $PUR$  з ймовірністю  $1-P_{UR}$ , що відповідає ймовірності існування дефектів у вимогах користувача, здійснюється перехід до стану  $MD_2$  – математичному проектуванню, з якого з інтенсивністю  $\lambda_{MD}$  здійснюється перехід до стану  $PMD_2$ , що моделює внесення додаткових, математичних, дефектів, з ймовірністю  $1-P_{MD}$  здійснюється перехід до стану  $SD_4$ , а у випадку їх відсутності з ймовірністю  $P_{MD}$  до стану  $SD_3$ . Зі стану  $SD_3$ , що відповідає розробці та корегуванню програмної моделі на підставі некоректних вимог користувача та відповідній ним математичній моделі, з інтенсивністю  $\lambda_{SD}$  переходимо до стану  $P_{SD3}$ , що моделює внесення програмних дефектів. З цього стану з ймовірністю  $P_{SD}$ , що відповідає відсутності програмних дефектів, здійснюється перехід до автономного моделювання, позначеного станом  $AM_5$ , звідки з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося до усунення дефектів у вимогах користувача. Зі стану  $PSD_3$  з ймовірністю  $1-P_{SD}$ , що відповідає ймовірності внесення додаткових, програмних, дефектів, здійснюється перехід до автономного моделювання, що відповідає стану

$AM_6$ . По завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося до стану  $SD_3$  для усунення програмних дефектів.

У випадку внесення дефектів у математичну модель, побудовану на підставі некоректних вимог користувача, зі стану  $PMD_2$  з ймовірністю  $1-P_{MD}$  ми переходимо до програмного проектування, позначеного станом  $SD_4$ , з якого з інтенсивністю  $\lambda_{SD}$  переходимо до стану  $PSD_4$ , що моделює внесення програмних дефектів. Зі стану  $PSD_4$  з ймовірністю  $1-P_{SD}$ , що відповідає існуванню додаткових програмних дефектів, переходимо до автономного моделювання  $AM_8$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до корегування програмної моделі, позначеного станом  $SD_4$ . Цикл:  $SD_4, PSD_4, AM_8, SD_4$  повторюється до повного усунення програмних дефектів.

У випадку відсутності додаткових програмних дефектів зі стану  $PSD_4$  з ймовірністю  $P_{SD}$  переходимо до автономного моделювання  $AM_7$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до корегування математичної моделі позначеного станом  $MD_2$ . Цикл розробки повторюється до повного усунення дефектів у математичній моделі.

Для подальших досліджень кількісних характеристик життєвого циклу розроблення об'єктів космічної техніки розглянута вище комбінована ймовірнісна модель необхідно перетворити на форму, що дозволяє використати всю міць математичного апарату теорії випадкових процесів, тобто перейти від використання ймовірностей до інтенсивностей переходів. В основі перетворення буде використана операція над фрагментами графа, що зображена на рис. 3:

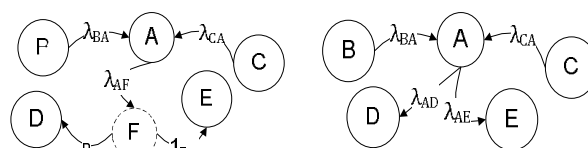


Рис. 3. Перетворення фрагмента графа

Можливість такого перетворення обумовлена статистичними характеристиками процесів ЖЦ, зображених на рис. 1.

У першому наближенні можливо вважати, що потоки подій, які відповідають завершенню ітерацій етапів життєвого циклу є стаціонарним, тобто ймовірність появи  $k$  – подій на проміжку часу  $(t, t + \tau)$  залежить тільки від кількості цих подій та довжини часового інтервалу  $\tau$ , але не від моменту початку інтервалу  $t$ . Тобто математичне очікування кількості подій за одиницю часу – середня інтенсивність подій, або щільність потоку, має постійне значення.

Потоки подій, що відповідають окремим ітераціям етапів життєвого циклу розробки моделей об'єктів космічної техніки, не має післядії, тобто ймовірність дій на протязі інтервалу  $(t, t + \tau)$  не залежить від кількості та моментів появи подій до моменту  $t$ . Тобто має місце взаємна незалежність появ певної кількості подій у інтервали, що не перетинаються. Потоки подій є ординарними, тобто ймовірність появи двох або більше подій на протязі елементарного проміжку часу  $(t, t + \tau)$  набагато менше у порівнянні з появою лише однієї події, або, іншими словами ймовірність одночасної появи кількох подій дорівнює нулю. Потоки подій, що мають перелічені вище властивості називають найпростішими. Кількість однорідних подій на інтервалі  $(t, t + \tau)$  розподілена по закону Пуасона, а випадковий час  $X$  появи чергової події підкорюється експоненціальному розподілу, головною характеристикою якого є інтенсивність або щільність потоку подій. Щільність ймовірності подій залежить як від інтенсивності подій, так і від часу:

$$f(t, \rho) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ \rho e^{-\rho t} & t > 0 \end{cases}$$

де  $\rho$  – інтенсивність подій;  $t$  – час.

Для перетворення, що зображено на рис. 3, необхідно визначити по відомій ймовірності його інтенсивність. Залежність ймовірності від інтенсивності та часу визначається як  $P = \int_0^T \rho e^{-\rho t} dt$ , де  $P$  – ймовірність події, а  $T$  – її середня тривалість. При цьому будемо і надалі вважати стаціонарність потоків подій, тобто незалежність інтенсивності подій від часу. Тоді:

$$P = 1 - e^{-\rho T} \Big|_0^T, \text{ звідки } e^{-\rho T} = 1 - P \text{ і } \rho = -\frac{\ln(1-P)}{T}.$$

Таким чином, якщо існує повна група подій  $P_E, P_{\bar{E}}$ , розподілених по експоненційному закону, то їх інтенсивності визначаються як:

$$\rho_E = -\frac{\ln(1-P_E)}{T} \quad \rho_{\bar{E}} = -\frac{\ln(1-P_{\bar{E}})}{T} = -\frac{\ln(P_E)}{T}. \quad (1)$$

Використання перетворення, зображеного на рис. 3 надало можливість перейти до наступної, приведеної, ймовірнісної моделі переходів між станами життєвого циклу, що зображена на рис. 4.

Головною особливістю є відсутність дискретних елементів комбінованої моделі та введення нових інтенсивностей й переходів, які мають відношення до наявності трьох рівнів дефектів: вимог, математичних та програмних моделей.

Початковим станом моделі є стан  $UR$ , що відповідає формуванню вимог користувача, з якого у разі відсутності дефектів вимог, з інтенсивністю

$\rho_{UR}$  відбувається перехід до стану  $MD_1$ . У випадку наявності дефектів вимог, з інтенсивністю  $\rho_{\bar{UR}}$  відбувається перехід до стану  $MD_2$ .

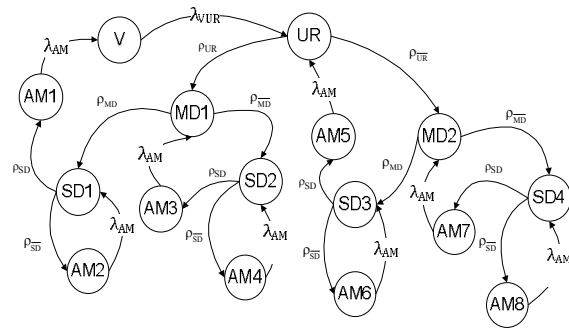


Рис. 4. Приведена ймовірнісна модель переходів між станами життєвого циклу розроблення моделей об'єктів космічної техніки

У разі відсутності дефектів вимог після переходу до стану  $MD_1$  проектується математична модель об'єкту, яка може бути коректною. Це обумовить перехід з інтенсивністю  $\rho_{MD}$  до стану  $SD_1$ .

Під час програмного проектування, що відповідає стану  $SD_1$ , можливо внесення дефектів у програмну модель. Це обумовлює перехід з інтенсивністю  $\rho_{\bar{SD}}$  до стану  $AM_2$ , що відповідає етапу автономного моделювання, по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається повернення до стану  $SD_1$  для коригування програмної моделі до повного вилучення програмних дефектів. Якщо у стані  $SD_1$  програмні дефекти не вносяться, то з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід до стану  $AM_1$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається перехід стану верифікації (натурних випробувань), після завершення яких з інтенсивністю  $\lambda_{VUR}$ , що визначається тривалістю існування поколінь космічної техніки, відбувається повернення до початкового стану моделі життєвого циклу.

У випадку наявності дефектів ММ з інтенсивністю  $\rho_{\bar{MD}}$  відбувається перехід зі стану  $MD_1$  до стану  $SD_2$ . Якщо у стані  $SD_2$  програмні дефекти не вносяться, то з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід до стану  $AM_3$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається перехід до стану  $MD_1$ , що відповідає корегуванню математичної моделі. Цикл  $MD_1 \rightarrow SD_2 \rightarrow AM_3 \rightarrow MD_1$  повторюється до повного усунення дефектів математичної моделі.

У випадку привнесення програмних дефектів під час однієї з ітерацій програмного проектування позначеної станом  $SD_2$  з інтенсивністю  $\rho_{\bar{SD}}$  переходимо до автономного моделювання позначеного

станом  $AM_4$  по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається повернення до стану  $SD_2$  для коригування програмної моделі до повного вилучення програмних дефектів.

Якщо вимоги користувача, сформовані на початковому етапі, мають дефекти ми потрапляємо з ймовірністю  $\rho_{\overline{UR}}$  до стану  $MD_2$ , що відповідає побудові математичної моделі на підставі некоректних вимог. У цьому випадку сама ММ може також отримати додаткові, математичні, дефекти. Це моделюється переходом з інтенсивністю  $\rho_{\overline{MD}}$  зі стану  $MD_2$  до стану  $SD_4$ . Якщо додаткові, математичні, дефекти відсутні, то з інтенсивністю  $\rho_{MD}$  відбувається перехід зі стану  $MD_2$  до стану  $SD_3$ .

Під час програмного проектування, що відповідає стану  $SD_3$ , можлива поява програмних дефектів, що обумовлює з інтенсивністю  $\rho_{\overline{SD}}$  перехід до стану  $AM_6$ . Далі відбувається повернення до стану  $SD_3$  де буде відбуватися корегування програмної моделі до повного усунення усіх програмних дефектів. Якщо ж у стані  $SD_3$  програмних дефектів не було додано, то з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід до автономного моделювання  $AM_5$ , після завершення якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається повернення до початкового стану  $UR$  для корегування вимог користувача.

Зі стану  $SD_4$  (програмного проектування) на підставі некоректних вимог та некоректної математичної моделі, у випадку привнесення програмних дефектів з інтенсивністю  $\rho_{\overline{SD}}$  переходимо до автономного моделювання  $AM_8$  по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до стану  $SD_4$  для корегування програмної моделі.

У випадку відсутності програмних дефектів з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід зі стану  $SD_4$  до автономного моделювання  $AM_7$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається перехід до стану  $MD_2$  корегування математичної моделі.

### Математична модель життєвого циклу

Граф, зображений на рис. 4, дозволяє побудувати систему алгебрично-диференціальних рівнянь Колмогорова (2):

$$\begin{cases} V_{UR} + V_{MD1} + V_{MD2} + \sum_{i=1}^4 V_{SDi} + \sum_{i=1}^8 V_{AMi} + V_V = 1; \\ \dot{V}_{UR} = \lambda_{VUR} V_V + \lambda_{AM} V_{AM5} - \rho_{UR\Sigma} V_{UR}; \\ \dot{V}_{MD1} = \rho_{UR} V_{UR} + \lambda_{AM} V_{AM3} - \rho_{MD\Sigma} V_{MD1}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_{MD2} = \rho_{\overline{UR}} V_{UR} + \lambda_{AM} V_{AM7} - \rho_{MD\Sigma} V_{MD2}; \\ \dot{V}_{SD1} = \rho_{MD} V_{MD1} + \lambda_{AM} V_{AM2} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD1}; \\ \dot{V}_{SD2} = \rho_{\overline{MD}} V_{MD1} + \lambda_{AM} V_{AM4} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD2}; \\ \dot{V}_{SD3} = \rho_{MD} V_{MD2} + \lambda_{AM} V_{AM6} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD3}; \\ \dot{V}_{SD4} = \rho_{\overline{MD}} V_{MD2} + \lambda_{AM} V_{AM8} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD4}; \\ \dot{V}_{AM1} = \rho_{SD} V_{SD1} - \lambda_{AM} V_{AM1}; \\ \dot{V}_{AM2} = \rho_{\overline{SD}} V_{SD1} - \lambda_{AM} V_{AM2}; \\ \dot{V}_{AM3} = \rho_{SD} V_{SD2} - \lambda_{AM} V_{AM3}; \\ \dot{V}_{AM4} = \rho_{\overline{SD}} V_{SD2} - \lambda_{AM} V_{AM4}; \\ \dot{V}_{AM5} = \rho_{SD} V_{SD3} - \lambda_{AM} V_{AM5}; \\ \dot{V}_{AM6} = \rho_{\overline{SD}} V_{SD3} - \lambda_{AM} V_{AM6}; \\ \dot{V}_{AM7} = \rho_{SD} V_{SD4} - \lambda_{AM} V_{AM7}; \\ \dot{V}_{AM8} = \rho_{\overline{SD}} V_{SD4} - \lambda_{AM} V_{AM8}; \\ \rho_{UR\Sigma} = \rho_{UR} + \rho_{\overline{UR}}; \\ \rho_{MD\Sigma} = \rho_{MD} + \rho_{\overline{MD}}; \\ \rho_{SD\Sigma} = \rho_{SD} + \rho_{\overline{SD}}. \end{cases} \quad (2)$$

Ця система визначає ймовірності знаходження в кожному зі станів моделі на підставі потоків ймовірностей для кожного зі станів, а також підсумкової ймовірності знаходження у кожному зі станів, що має у будь-який момент дорівнювати одиниці. При побудові системи рівнянь функції ймовірностей знаходження у станах моделі були позначені як  $V_k(t)$ , де  $k$  – назва відповідного стану моделі, які було розглянуто у попередньому розділі.

Необхідною умовою є нормування повної групи подій для кожного зі станів моделі:

$$V_{UR}(t) + V_{MD1}(t) + V_{MD2}(t) + \sum_{i=1}^4 V_{SDi}(t) + \sum_{i=1}^8 V_{AMi}(t) + V_V(t) = 1 \quad (3)$$

Таким чином маємо систему алгебро-диференціальних рівнянь Колмогорова (2) для моделі життєвого циклу: Іntenсивності невідомих переходів  $\rho$  визначаються через ймовірності та тривалості подій як

$$\begin{cases} \rho_{MD} = \frac{-\ln(1 - P_{MD})}{T_{MD}}; & \rho_{\overline{MD}} = \frac{-\ln P_{MD}}{T_{MD}}; \\ \rho_{SD} = \frac{-\ln(1 - P_{SD})}{T_{SD}}; & \rho_{\overline{SD}} = \frac{-\ln P_{SD}}{T_{SD}}; \\ \rho_{UR} = \frac{-\ln(1 - P_{UR})}{T_{UR}}; & \rho_{\overline{UR}} = \frac{-\ln(P_{UR})}{T_{UR}}. \end{cases} \quad (4)$$

Початкові умови для інтегрування системи (2):

$$\begin{cases} V_{UR}(0) = 1; V_{MD1}(0) \dots V_{MD2}(0) = 0; \\ V_{SD1}(0) \dots V_{SD4}(0) = 0; V_{AM1}(0) \dots V_{AM8}(0) = 0; \\ V_V(0) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

відповідають природній ситуації, коли розроблення моделей розпочинається з визначення вимог.

Через те, що між етапами ЖЦ та станами моделі існує відображення, що відповідає табл. 1, функції ймовірностей знаходження на етапах ЖЦ визначаються як:

$$\begin{cases} L_{UR}(t) = V_{UR}(t); \\ L_{MD}(t) = V_{MD1}(t) + V_{MD2}(t); \\ L_{SD}(t) = V_{SD1}(t) + \dots + V_{SD4}(t); \\ L_{AM}(t) = V_{AM1}(t) + \dots + V_{AM8}(t); \\ L_V(t) = V_V(t). \end{cases} \quad (6)$$

При цьому для будь-якого моменту має виконуватися умова

$$L_V(t) + L_{AM}(t) + L_{SD}(t) + L_{MD}(t) + L_{UR}(t) = 1. \quad (7)$$

Подальше дослідження моделі ЖЦ вимагає визначення невідомих інтенсивностей та ймовірностей внесення різноманітних дефектів під час виконання реальних програмних проектів з розроблення програмного забезпечення систем керування.

### Дослідження статистичних характеристик життєвого циклу

Необхідні дані були отримані шляхом статистичного оброблення тривалостей різних ітерацій

етапів життєвого циклу. Ці дані було отримано з робочих журналів, де реєструвалися знайдені програмні дефекти та помилки у даних, що стосувалися розроблення кількох космічних систем – великогабаритних модулів орбітальних станцій Мир, МКС, а також безпілотних космічних апаратів. Довжина виборки була обмежена 200 ітераціями.

Узагальнені статистичні характеристики етапів ЖЦ вміщені у табл. 2.

Таблиця 2

Характеристики етапів

Етап	Тривалість, днів	Ймовірність невнесення дефектів
Визначення вимог	5	0,8
Математичне проектування	5	0,8
Програмне проектування	15	0,8
Автономне моделювання	20	–

Результати дослідження у вигляді гістограм відображені на рис. 5 – 8. На кожному з графіків по осі абсцис відкладена тривалість відповідних етапів, а по осі ординат – кількість етапів відповідної тривалості.

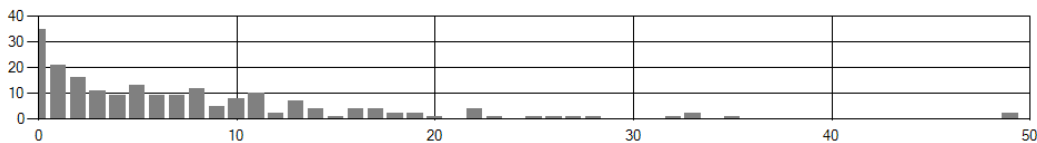


Рис. 5. Гістограма тривалості визначення вимог

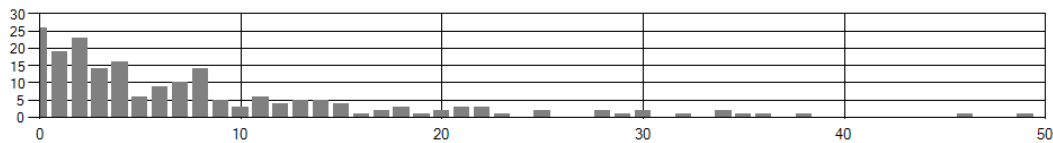


Рис. 6. Гістограма тривалості математичного проектування

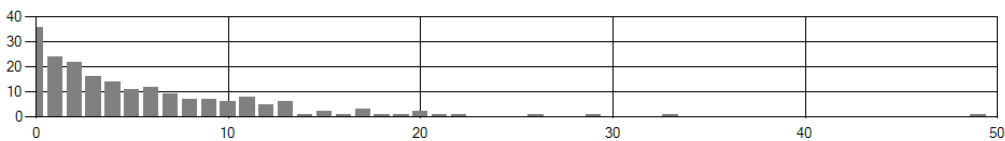


Рис. 7. Гістограма тривалості програмного проектування

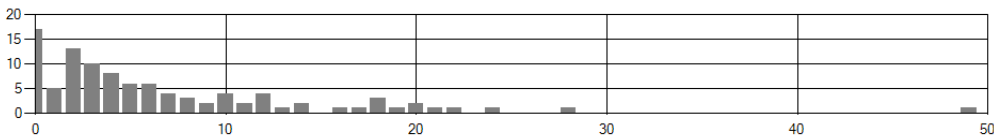


Рис. 8. Гістограма тривалості автономного моделювання

Як видно з графіків, тривалості етапів ЖЦ підпорядковуються експоненційному розподілу, що підтверджує можливість використання апарату теорії випадкових процесів для дослідження кількісних характеристик життєвого циклу. Таким чином, ми маємо всі необхідні дані для дослідження ЖЦ шляхом інтегрування системи рівнянь Колмогорова (4).

### Кількісний аналіз життєвого циклу

Результати чисельного моделювання системи Колмогорова (1) для початкових вимог (5) з урахуванням відповідності між станами моделі та етапами ЖЦ (6) та характеристик етапів, відображених у табл. 2, подано на рис. 9.

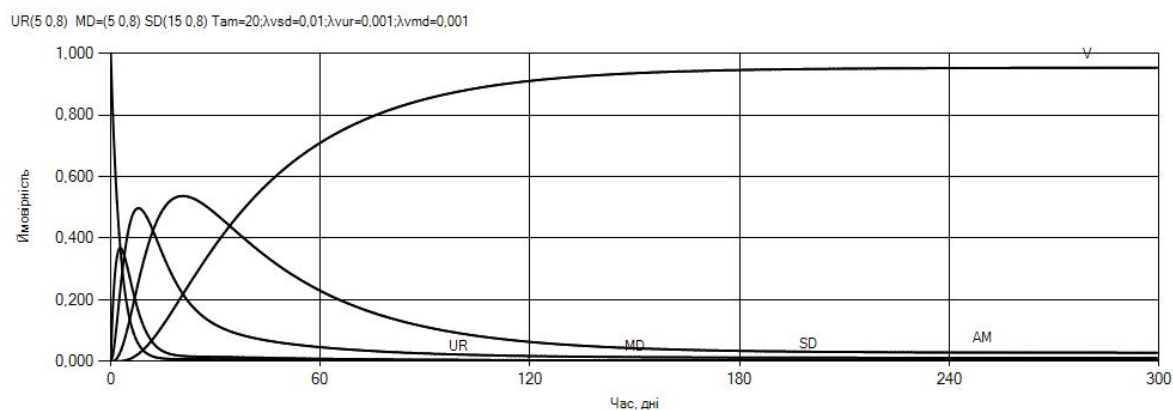


Рис. 9 Функції ймовірностей знаходження проекту на різних етапах:  
 V – етап верифікації програмного забезпечення системи керування;  
 AM – автономне моделювання; SD – програмне проектування;  
 MD – математичне проектування; UR – визначення вимог

Як видно з графіку, зображеному на рис. 9, через досить високу ймовірність внесення додаткових дефектів на кожному з етапів, а також їх значну тривалість, значення ймовірності знаходження на етапі верифікації 0,9 досягається приблизно на 120 день роботи. Ці данні відповідають реальності.

Як ризик слід вважати ймовірність незнаходження ЖЦ на етапі верифікації V, яка для обраних даних сягає 0,1 на 180 день розроблення, що є досить неприємним значенням, якщо урахувати, що за цей період були витрачені кошти на обладнання, заробітну платню висококваліфікованим фахівцям.

Наприклад, як подано на рис. 10, збільшення ймовірності відсутності внесення дефектів на етапах ЖЦ до 0,9 зменшує ймовірність ризику на 120 день розробки до 5 відсотків.

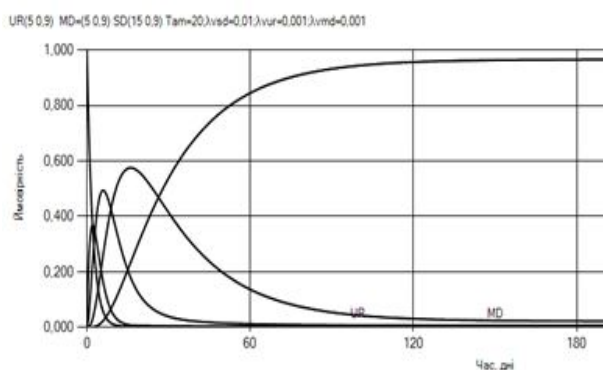


Рис. 10 Функції ймовірностей знаходження проекту на різних етапах для ймовірностей відсутності дефектів, що дорівнює 0,9

Зменшення етапу програмного проектування з 15 до 5 днів, як це показано на рис. 11 зменшує ризику досить незначно.

Подальше істотне зменшення ризиків можливо за рахунок скорочення тривалості автономного моделювання. Так скорочення автономного моделювання до 10 днів (за умовою виконання всіх перевірок ПМ об'єкту) дозволяє досягти 4 відсоткового

ризиків уже на 60 день розробок, як це показано на рис. 12.

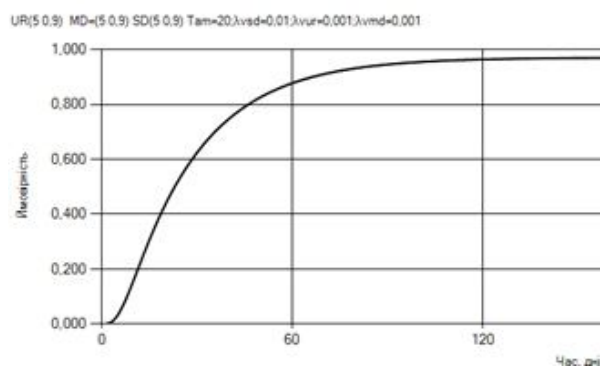


Рис. 11. Функція ймовірностей знаходження проекту на етапу верифікації для ймовірностей відсутності дефектів, що дорівнює 0,9 та тривалості програмного проектування 5 днів

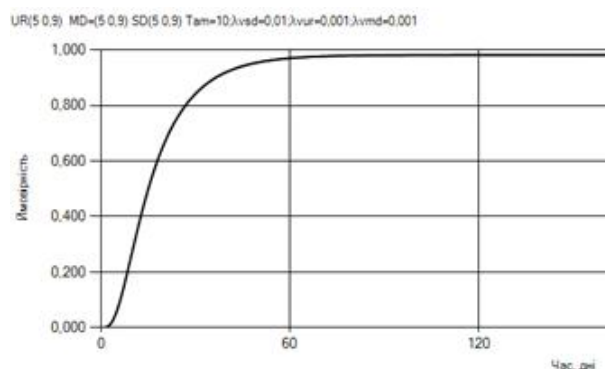


Рис. 12. Функція ймовірностей знаходження проекту на етапу верифікації для ймовірностей відсутності дефектів, що дорівнює 0,9 та тривалості програмного проектування 5 днів, автономного моделювання 10 днів

Подальше зменшення ризиків можливо за рахунок більш якісної програмної розробки. Так зменшення ймовірності внесення програмних дефектів до 1% дозволяє досягти 3 відсоткових ризиків на 60 день, як це показано на рис. 13.



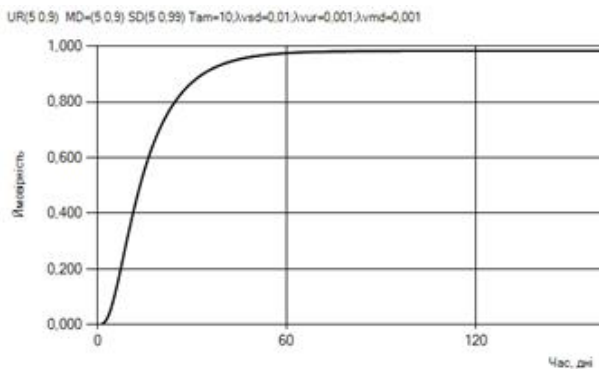


Рис. 13. Функція ймовірностей знаходження проекту на етапу верифікації для ймовірностей відсутності дефектів вимог користувача та ММ 0,9, програмних дефектів 0.99 тривалості програмного проектування 5 днів, автономного моделювання 10 днів

## Висновки

Якість ПЗ, що моделює космічний апарат, обумовлює якість космічного апарату в цілому. Скорочення термінів розроблення математичної та програмної моделей космічного апарату надає можливість скоротити терміни розроблення системи керування та спростити супроводження довготривалих космічних місій.

Зменшення ризиків розроблення ПМ космічних об'єктів можливо за рахунок зменшення впровадження нових інформаційних технологій, що дозволять верифікувати вимоги користувача, автоматизувати побудову математичної моделі та генерації програмної моделі. Це зменшить вплив людського фактору на всіх етапах життєвого циклу та знизить залишкові дефекти у математичній та програмній моделі. Завдяки чому зменшаться ризики та скоротяться витрати на розроблення нових зразків космічної техніки.

## Список літератури

1. Полет космических аппаратов. Примеры и задачи. 2-е изд. Переработанное и дополненное / Ю.Ф. Авдеев, А.И. Беляков, А.В. Брыков, В.Л. Горьков, М.М. Григорьев, Б.Л. Журин, В.А. Иванов, Г.С. Титов, В.М. Ягудин. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.
2. Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел / В.В. Белецкий. – М.: Наука, 1997. – 432 с.
3. Салмин В.В. Многошаговые алгоритмы управления движением космических аппаратов / В.В. Салмин // Космические исследования. – 1979. – Т. XVII, Вып. 6. – С. 835-845.
4. Степанов В. Курс дифференциальных уравнений / В. Степанов. – М.: Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 473 с.
5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. – М.: МГУ, 1984. – 296 с.
6. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1978. – 250 с.
7. Арнольд В.И. Математические методы классической механики / В.И. Арнольд. – Едиториал УРСС, 1989. – 408 с.
8. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособ. для вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 2-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.
9. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

Надійшла до редколегії 4.08.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.В. Рубан, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## АНАЛИЗИРОВАНИЕ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА МОДЕЛИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

А.Л. Бердникова, Ю.С. Манжос

*Рассмотрен жизненный цикл моделирования космических объектов и построены вероятностные модели переходов. Предложена система уравнений Колмогорова, определяющая потоки вероятностей состояний модели жизненного цикла. Исследованы продолжительности итераций этапов жизненного цикла, вероятности внесения дефектов во время реальных программных проектов и их влияние на программные риски. Исследованы численные решения математической модели жизненного цикла для разнообразных исходных данных. Предложены способы уменьшения рисков.*

**Ключевые слова:** математическая модель, жизненный цикл, уравнения Колмогорова, вероятность, верификация программного обеспечения.

## ANALYSIS OF LIFE CYCLE OF DESIGN OF SPACE OBJECTS

A.L. Berdnikova, Yu.S. Manzhos

*A life-cycle of space objects simulation have been illustrated. The probabilistic model of transitions was constructed. The system of Kolmogorov equations defining the flow state lifecycle model probabilities was proposed. The duration of iterations and probability of defects for each phase of lifecycle for real space elaboration was investigated. The numerical solution for life cycle for different source data was investigated. The methods for risk reduction was proposed.*

**Keywords:** complex system, life cycle, Kolmogorov equation, probability, verification.