

УДК 623.4.011

А.Б. Скорик, А.А. Зверев, И.С. Ткаченко, Р.Ю. Вареник

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПУСКОВОГО КОМПЛЕКСА ЗРК**

*В статье рассматриваются вопросы построения математической модели пускового комплекса реализующего наклонный старт ЗУР малой дальности с полуактивным самонаведением. Приводятся основные математические соотношения и алгоритмы выработки команд, обеспечивающие перерасчет данных целеуказания самоходной огневой установки в систему координат пускового комплекса, перевод пускового комплекса в стартовое положение, расчет данных полетного задания ЗУР и наведения следящих систем РГС ракеты на цель.*

**Ключевые слова:** наклонный старт ракеты, пусковой комплекс, параллакс, полетное задание ЗУР, алгоритмы выработки команд наведения, самоходная огневая установка.

**Введение****Постановка проблемы и анализ литературы.**

В научных исследованиях, ведущихся на кафедре "Вооружения ЗРВ" ХУПС значительное внимание уделяется разработке моделей информационного взаимодействия всех элементов современного зенитного ракетного комплекса.

Одним из аспектов такой работы, есть создание математической модели функционирования пускового комплекса (ПК), размещенного на некотором удалении от самоходной огневой установки (СОУ).

В качестве прототипа рассматривается пусковая заряжающая установка ЗРК малой дальности "БУК-М1", однако в модель внесены некоторые коррективы, позволяющие снять ограничения, связанные с использованием в ПЗУ 9А39М1 аналоговой вычислительной машины.

Актуальность данной работы связана с тем, что до настоящего времени в известной литературе вопросы информационного взаимодействия огневых средств современных ЗРК рассмотрены недостаточно.

Материалы, раскрывающие суть проблематики данного вопроса, изложены в работах [1 – 3].

**Цель статьи.** На примере ПЗУ 9А39М1 ЗРК малой дальности "БУК-М1" провести анализ особенностей подготовки пускового комплекса и ракет к старту, рассмотреть вопросы построения математической модели пускового комплекса, реализующего наклонный старт ЗУР малой дальности с полуактивным самонаведением.

**Основной материал**

Несмотря на широкое использование в современных ЗРК пусковых установок с вертикальным стартом [1], ПУ с наклонным стартом остаются достаточно востребованы. К достоинствам таких ПУ следует отнести следующее: возможность захвата цели РГС ракеты на ПУ до старта; масса ракет с на-

клонным стартом, примерно на 4 – 5% меньше массы ракет с вертикальным стартом.

Следует отметить также, что рассматриваемая модель с наклонным стартом легко адаптируется и для ПК с вертикальным стартом, где вместо углов наведения пусковой установки рассчитываются соответствующие углы склонения ракеты.

В ЗРК "БУК-М1" пуск ракеты может осуществляться как с СОУ, так и с ПЗУ, поэтому, после захвата цели многофункциональной РЛС на автосопровождение, ЦВМ СОУ рассчитывает координаты цели и упрежденной точки встречи ракеты с целью для пускового устройства СОУ (рис. 1). Расчет производится в земной системе координат с началом в точки стояния СОУ (ЗСК СОУ).

Рассчитанные значения координат, поступают на ПК в качестве ЦУ [2]:

$\beta$  – азимут цели СОУ ("+" по часовой стрелке);

$\varepsilon$  – угол места цели СОУ ("+" против часовой стрелки);

$D$  – дальность до цели, км ( $D \geq 3$  км);

$\dot{D}$  – радиальная скорость цели, м/с;

$\Delta\beta_y$  – поправка на упреждение по азимуту СОУ;

$\Delta\varepsilon_y$  – поправка на упреждение по углу места СОУ;

$t_y$  – время полета ракеты в точку встречи.

Используя данные ЦУ, в аппаратуре пускового комплекса для подготовки пуска ЗУР решаются задачи по расчету:

– координат точки стояния и параллакса ПК и СОУ;

– углов визирования цели в системе координат ПК;

– координат упрежденной точки встречи в СК ПК;

– сигналов наведения пусковой установки;

– данных полетного задания ЗУР и команд наведения следящих систем РГС.

Рассмотрим особенности решения задачи подготовки пуска ЗУР на пусковом комплексе.

### Расчет координат точки стояния и параллакса ПК

Информация ЦУ рассчитывается на СОУ в сферической системе координат, начало отсчета которой находится в точке стояния СОУ (рис. 2).

На основе данных предварительного ориентирования и топопривязки пускового комплекса необходимо провести расчет параллакса и перерасчет данных ЦУ в сферическую систему координат, центр которой находится в центре тяжести ПК (рис. 2).

В процессе перерасчета используются следующие данные [2]:

- $X_T, Y_T$  – координаты ПЗУ;
- $\lambda_{гпк}$  – курсовой угол ПЗУ;
- $\varphi_1$  – угол ориентирования СОУ относительно линии базы ("+" по часовой стрелке);
- $\varphi_2$  – угол ориентирования ПЗУ относительно линии базы ("+" по часовой стрелке);
- $B$  – база - расстояние между СОУ и ПЗУ;
- $\nu$  – крен поперечный ПЗУ;
- $\gamma$  – крен продольный ПЗУ.

Если при занятии позиции использовался автоматический способ топопривязки [2], то осуществляется перерасчет данных  $X_T, Y_T, \lambda_{гпк}$  в координаты  $\varphi_1, \varphi_2, B$ .

$$B = \sqrt{X_T^2 + Y_T^2}. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = \pm \arcsin \frac{|Y_T|}{B}, \quad X_T > 0; \pm Y_T; |X_T| > |Y_T|; \\ \varphi_1 = \pm \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{X_T}{B} \right), \quad X_T > 0; \pm Y_T; |X_T| < |Y_T|; \\ \varphi_1 = \pm \left( \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{X_T}{B} \right), \quad X_T < 0; \pm Y_T; |X_T| < |Y_T|; \\ \varphi_1 = \pm \left( \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{Y_T}{B} \right), \quad X_T < 0; \pm Y_T; |X_T| > |Y_T|; \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \alpha_{гпк}. \quad (3)$$

Из рис. 2 видно, что курсовой угол цели  $\Psi$  в ЗСК СОУ может быть найден как

$$\Psi = \begin{cases} \beta - \varphi_1, & |\Psi| \leq \pi; \\ \beta - \varphi_1 - 2\pi \text{Sign} |\Psi|, & |\Psi| > \pi. \end{cases} \quad (4)$$

Выражение для расчета параллакса по азимуту  $\Delta\Psi_{отст}$  (рис. 2) может быть найдено из рассмотрения прямоугольных треугольников СОУ–ПК– $O_1$  и ПК– $O_1$ – $O$ . При условии:  $[\text{ПК}; O_1] \ll [O; O_1]$ , после несложных преобразований получим расчетное выражение

$$\Delta\Psi_{отст} = \frac{B}{D} \cdot \frac{\text{Sin}\Psi}{\left( \text{Cos}\varepsilon - \frac{B}{D} \cdot \text{Cos}\Psi \right)}. \quad (5)$$

Исходя из геометрических соотношений, приведенных на рис. 2, параллакс по углу места цели

$\Delta\varepsilon_{отст}$  может быть найден как:

$$\Delta\varepsilon_{отст} = \frac{B}{D} \cdot \text{Cos}\Psi \text{Sin}\varepsilon. \quad (6)$$

Аналогично рассмотренному выше, рассчитывается параллакс по азимуту  $\Delta\Psi_{отст.y}$  и углу места  $\Delta\varepsilon_{отст.y}$  для расчетной упрежденной точки встречи

$$\Delta\Psi_{отст.y} = \frac{B}{D_y} \cdot \frac{\text{Sin}\Psi_y}{\left( \text{Cos}\varepsilon_y - \frac{B}{D_y} \cdot \text{Cos}\Psi_y \right)}; \quad (7)$$

$$\Delta\varepsilon_{отст.y} = \frac{B}{D_y} \cdot \text{Cos}\Psi_y \text{Sin}\varepsilon_y. \quad (8)$$

### Расчет углов визирования цели в связанной системе координат ПК

Полученные значения параллакса позволяют провести перерасчет углов визирования цели, рассчитанных относительно точки стояния СОУ, в аналогичные координаты относительно точки стояния ПК (пересчет в ЗСК ПК).

Расчет азимута цели  $\beta_1$  и угла места цели  $\varepsilon_1$  в ЗСК ПК проводится по следующему алгоритму.

$$\beta_{п}^* = \psi + \varphi_2 + \Delta\Psi_{отст}; \quad (9)$$

$$\beta_1 = \beta_{п}^* - \pi \text{Sign} \beta_{п}^*; \quad (10)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + \Delta\varepsilon_{отст}. \quad (11)$$

Далее, с учетом углов крена  $\nu, \gamma$  осуществляется перерасчет углов визирования цели в связанную СК начало которой находится в центре тяжести ПК (ССК ПК).

Для этого, первоначально определяются поправочные коэффициенты  $a$  и  $\nu$ , и далее рассчитываются азимут  $\beta_{п}$  и угол места  $\varphi_{в}$  цели в ССК ПК.

$$a = -\gamma \text{Sin}\beta_1 + \nu \text{Cos}\beta_1; \quad (12)$$

$$\nu = \text{tg}\varepsilon_1 (\gamma \text{Cos}\beta_1 + \nu \text{Sin}\beta_1); \quad (13)$$

$$\beta_{п} = \begin{cases} \Delta\beta_1 - \nu - \varphi_{гп}, & \beta_{п} \leq \pi; \\ \Delta\beta_1 - \nu - \varphi_{гп} - 2\pi \text{Sign} \beta_{п}, & \beta_{п} > \pi; \end{cases} \quad (14)$$

$$\varphi_{в} = \varepsilon_1 - a. \quad (15)$$

### Расчет координат упрежденной точки встречи

При определении координат упрежденной точки встречи ракеты с целью, вначале расчеты проводятся в ЗСК СОУ, при этом определяются: курсовой угол  $\Psi_y$ , угол места  $\varepsilon_y$  и дальность  $D_y$  до расчетной точки встречи ракеты с целью.

$$\Psi_y = \begin{cases} \Psi + \Delta\beta_y, & |\Psi| \leq \pi; \\ \Psi + \Delta\beta_y - 2\pi \text{Sign} |\Psi|, & |\Psi| > \pi; \end{cases} \quad (16)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon + \Delta\varepsilon_y; \quad (17)$$

$$D_y = 0,7t_y + 2\text{Cos}\varepsilon_y - 2,5. \quad (18)$$

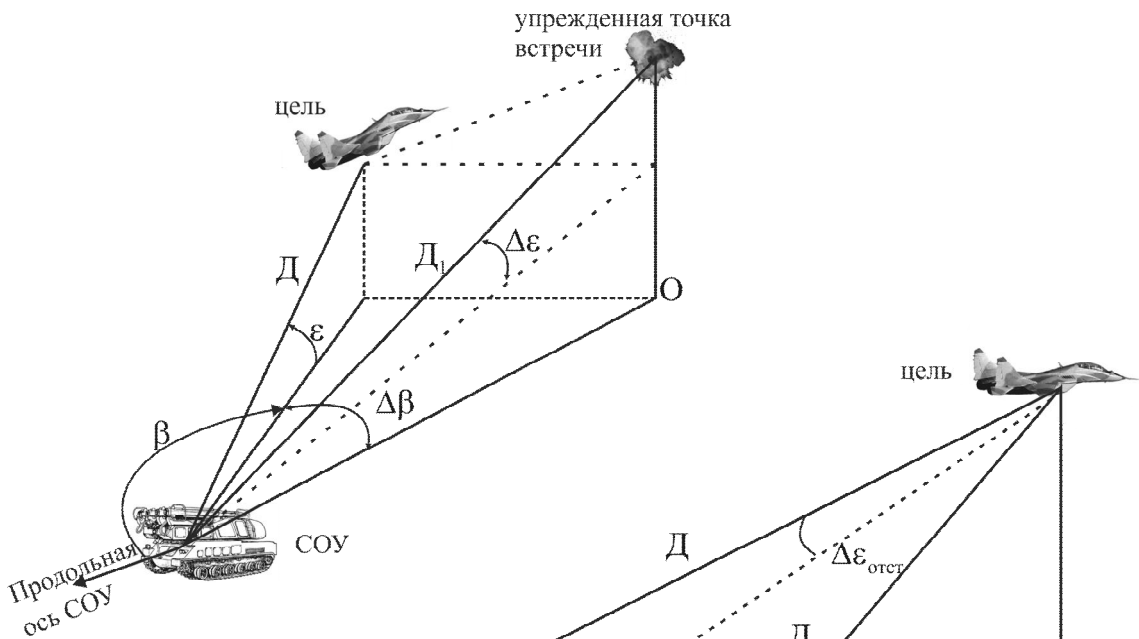


Рис. 1. Схема определения координат ЦУ

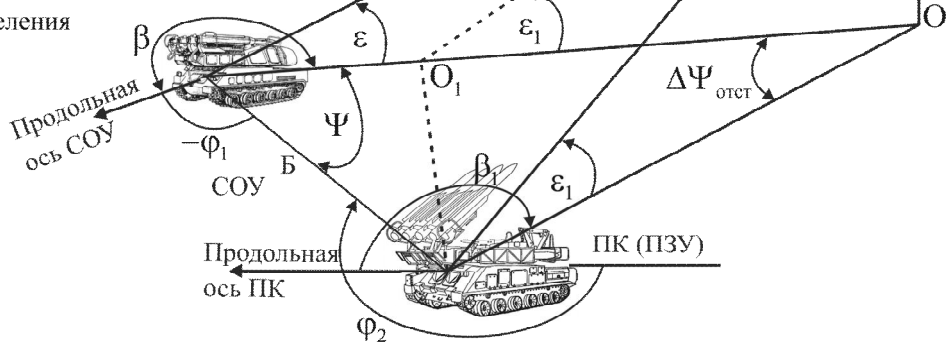


Рис. 2. Схема взаимного положения СОУ, ПК и цели

Далее, в ЗСК пускового комплекса рассчитываются:

упрежденное время  $t_{y1}$ ,

угол места  $\epsilon_{1y}$ ,

дальность  $D_{y1}$ ;

азимут  $\varphi_{\Gamma y}$  упрежденной точки встречи.

$$t_{y1} = t_y \left( 1 - \frac{B}{D} \cos \psi \cdot \cos \epsilon \right); \quad (19)$$

$$\epsilon_{1y} = \epsilon_y + \Delta \epsilon_{отст.y1} + 0,33 t_{y1}; \quad (20)$$

$$D_{y1} = 0,7 t_{y1} + 10 \cos \epsilon_{y1} - 10; \quad (21)$$

$$\varphi_{\Gamma y}^* = \Psi_y - \varphi_2 + \Delta \Psi_{отст.y}; \quad (22)$$

$$\varphi_{\Gamma y} = \varphi_{\Gamma y}^* - \pi \text{Sign} \varphi_{\Gamma y}^*. \quad (23)$$

### Расчет сигналов управления ПК

Расчет сигналов управления основанием  $\Delta_{ГП}$  и качающейся частью  $\Delta_{ВП}$  пусковой установки (ПУ) пускового комплекса осуществляется по следующему алгоритму.

Вначале производится расчет минимального угла пуска ПК  $\Theta_{\min}$ , который зависит от дальности

упрежденной точки встречи  $D_{y1}$

$$\Theta_{\min} = \begin{cases} 10^\circ, & D_{y1} \leq 7 \text{ км} \\ 10^\circ + \frac{30}{18} (D_{y1} - 7), & 7 < D_{y1} \leq 25 \text{ км} \\ 40^\circ, & D_{y1} > 25 \text{ км} \end{cases} \quad (24)$$

После чего, рассчитанный минимальный угол пуска  $\Theta_{\min}$  сравнивается с расчетным углом места упрежденной точки встречи  $\epsilon_{1y}$ . Для обеспечения полета ракеты по энергетически выгодной траектории угол пуска ЗУР не может быть меньше угла места цели в расчетной точке встречи.

$$\varphi'_{\text{By}} = \begin{cases} \Theta_{\min} & \text{при } \Theta_{\min} \geq \epsilon_{1y} \\ \epsilon_{1y} & \text{при } \Theta_{\min} < \epsilon_{1y} \end{cases}, \quad (25)$$

Окончательно, значение требуемого угла вертикального наведения ПУ определяется с учетом ограничения на минимальный ( $10^\circ$ ) и максимальный ( $54^\circ$ ) для рассматриваемого ПК угол пуска ракеты.

$$\varphi_{\text{By}} = \begin{cases} \varphi'_{\text{By}} & \text{при } 10^\circ < \varphi'_{\text{By}} < 54^\circ \\ 54^\circ & \text{при } \varphi'_{\text{By}} > 54^\circ \end{cases}. \quad (26)$$

Сигналы управления пусковым устройством по азимуту  $\Delta_{\text{ГП}}$  и углу места  $\Delta_{\text{ВП}}$  рассчитываются как разность между требуемым и отработанным положением ПУ.

В качестве требуемого значения поворота ПУ по азимуту используется значение азимута  $\Phi_{\text{Гу}}$  упрежденной точки встречи, рассчитанного с использованием выражений (22, 23).

$$\Delta_{\text{ВП}} = \Phi_{\text{Ву}} - \Phi_{\text{ВП}}, \quad (27)$$

$$\Delta_{\text{ГП}} = \Phi_{\text{Гу}} - \Phi_{\text{ГП}}. \quad (28)$$

В аппаратуре ПК контролируется процесс отработки координат ПУ.

Координаты считаются отработанными, если выполняется условие

$$|\Delta_{\text{ГП}}| \leq 4,5^\circ, |\Delta_{\text{ВП}}| \leq 4,5^\circ. \quad (29)$$

При выполнении условия (29) формируются команды ОТР АЗ, ОТР УМ, которые разрешают аппаратуре стартовой автоматики ПК (АСА ПК) осуществлять наведение следящих систем РГС ракеты на цель.

#### Расчет данных полетного задания ЗУР и команд наведения следящих систем РГС

До старта, в бортовой вычислитель ракеты вводится полетное задание [3], в котором передаются следующие координаты:

- $\omega_a, \omega_n$  – угловые скорости вращения линии ракеты – цель в каналах азимута и наклона;
- $D_{\text{ц}}$  – дальность ракета цель;
- $\dot{D}_{\text{ц}}$  – радиальная скорость цели;
- $t_{\text{ЭТ}}$  – время включения контура управления ЗУР;
- $t_{\text{ДВ}}$  – время дальнего взведения радиовзрывателя.

Кроме передачи полетного задания, аппаратура ПК обеспечивает отработку следящими системами РГС ракеты углового направления на цель и наведение по радиальной скорости  $\dot{D}_{\text{ц}}$  (используется скорость, выдаваемая по ЦУ с самоходной огневой установки).

При использовании наклонного старта начальное положение системы координат, связанной с ракетой (ССК ЗУР), совпадает с положением ПУ пускового комплекса, которое (как было рассмотрено выше) ориентируется относительно упрежденной точки встречи.

В исходном положении продольная ось антенны РГС совпадает с продольной осью ракеты. В процессе предстартовой подготовки угловая следящая система РГС разворачивает антенну в направлении цели по азимуту  $\Phi_a$  и наклону  $\Phi_n$  (рис. 3).

При развороте антенны необходимо учитывать положение цели по азимуту  $\beta_{\text{п}}$ , углу места  $\phi_{\text{в}}$  в ССК ПК и положение пусковой установки по углу места  $\Phi_{\text{ВП}}$ .

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Cos}\phi_{\text{в}}\text{Cos}\beta_{\text{п}}\text{Sin}\Phi_{\text{ВП}} \\ \text{Cos}\phi_{\text{в}}\text{Sin}\beta_{\text{п}} \\ \text{Sin}\phi_{\text{в}}\text{Cos}\Phi_{\text{ВП}} \end{bmatrix}; \quad (30)$$

$$\Phi_a = \text{arcSin}\left(\frac{0,707}{\text{Cos}\phi_{\text{н}}}(\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_2)\right); \quad (31)$$

$$\Phi_n = \text{arcSin}(0,707(\alpha_3 - \alpha_1 + \alpha_2)). \quad (32)$$

В выражениях (31, 32) учитывается дополнительный разворот системы координат РГС по крену на  $45^\circ$ .

Для упрощения формирования команд наведения в ракете 9М38М1 конструктивно РГС развернута по крену на  $45^\circ$  [3], что обеспечивает совмещение плоскостей азимута и наклона РГС с плоскостями управления ракеты по курсу и тангажу (рис. 3).

Для увеличения быстродействия координаты считаются отработанными РГС, если выполняются условия

$$\begin{aligned} |\Phi_a - \Phi_{a.\text{отр}}| &\leq 4,5^\circ, \\ |\Phi_n - \Phi_{n.\text{отр}}| &\leq 4,5^\circ, \\ |\dot{D} - \dot{D}_{\text{отр}}| &\leq 120 \text{ м / с.} \end{aligned} \quad (33)$$

где  $\Phi_{a.\text{отр}}$ ,  $\Phi_{n.\text{отр}}$ ,  $\dot{D}_{\text{отр}}$  – отработанные следящими системами РГС углы и радиальная скорость.

Условие (33) контролируется для каждой ракеты, и при его выполнении в АСА формируются команды ОТР.ЦУ I ... ЦУ IV, которые используются аппаратурой ПК для контроля готовности ракет к пуску.

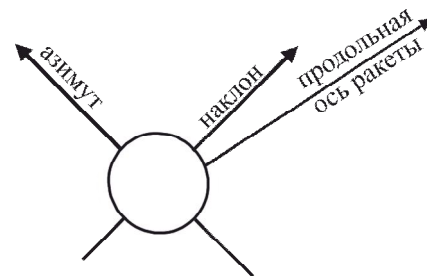


Рис. 3. Ориентация РГС ЗУР

Расчет угловой скорости осуществляется в следующей последовательности.

Первоначально, производится расчет угловой скорости цели по азимуту  $\dot{\beta}_1$  и углу места  $\dot{\phi}_{\text{в}}$  в ССК пускового комплекса

$$\dot{\beta}_1 = \frac{d\beta_1}{dt}, \quad (34)$$

$$\dot{\phi}_{\text{в}} = \frac{d\phi_{\text{в}}}{dt}, \quad (35)$$

Далее, найденные значения угловых скоростей цели из ССК ПК необходимо пересчитать в СК, связанную с антенной РГС ЗУР (СКА).

Значение угловых скоростей  $\omega_a$ ,  $\omega_n$  в СКА находят с использованием следующих выражений

$$\begin{aligned} \sin \chi &= \\ &= \frac{0,707 \cos \varphi_{\text{ВП}} \cos \varphi_a - \sin \varphi_{\text{ВП}} \sin \varphi_a}{\cos \varphi_B}; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\cos \chi = \sqrt{1 - \sin^2 \chi}, \quad (37)$$

$$\omega_a = \dot{\beta}_1 \cdot \cos \varphi_B \cdot \cos \chi + \dot{\varphi}_B \sin \chi, \quad (38)$$

$$\omega_n = \dot{\varphi}_B \cos \chi + \dot{\beta}_1 \cos \varphi_B \sin \chi. \quad (39)$$

Время  $t_{\text{ЭТ}}$  рассчитывается исходя из дальности  $D_{y1}$  до точки встречи.

Время  $t_{\text{ДВ}}$  рассчитывается исходя из времени полета ракеты до точки встречи.

$$\begin{aligned} t_{\text{ЭТ}} &= \\ &= \begin{cases} 2,6с, & D_{y1} \leq 7\text{км}; \\ 2,6с + \frac{5}{18}(D_{y1} - 7), & 7 < D_{y1} \leq 25\text{км}; \\ 8с, & D_{y1} > 25\text{км}; \end{cases} \end{aligned} \quad (40)$$

$$t_{\text{ДВ}} = \begin{cases} 3,1с, & t_{y1} \leq 15,1с \\ t_{y1} - 12, & t_{y1} > 15,1с \end{cases}. \quad (41)$$

В случае, если стрельба ведется по скоростной цели, в РГС ракеты до старта выдается команда Ск.Ц. Формирование команды Ск.Ц. осуществляется в зависимости от угла места и скорости полета цели.

Расчет команды осуществляется по следующему алгоритму

$$\text{СкЦ при} \begin{cases} \varepsilon \geq 2^\circ \text{ та } \leq |\dot{D}| \geq 150\text{м / с}, \\ \varepsilon < 2^\circ \text{ та } \leq |\dot{D}| \geq 200\text{м / с}. \end{cases} \quad (42)$$

В аппаратуре пускового комплекса при проверке условий пуска может быть сформирована команда "Запрет пуска" – ЗП.

Данная команда формируется в случае, если СОУ находится на линии пуска ракеты.

$$\text{ЗП при} \begin{cases} |\varphi_{\text{ГП}} - \varphi_2| \leq 5^\circ, \\ |\beta - \varphi_1| \leq 5^\circ. \end{cases} \quad (43)$$

Проверка условия (43) является завершающей операцией подготовки пускового комплекса и ракет к пуску (в рассматриваемой модели).

## Выводы

На примере ПЗУ 9А39М1 ЗРК малой дальности "БУК-М1" проведен анализ особенностей подготовки пускового комплекса и ракет к старту.

Получена математическая модель, описывающая процесс расчета исходных данных для реализации наклонного старта ракеты с полуактивной головкой самонаведения.

## Список литературы

1. Проектирование зенитных управляемых ракет. Учебник /Под ред. И.С. Голубева, В.Г. Светлова. – М., МАИ, 1999. – 725 с.
2. Пусковая заряжающая установка 9А39М1. Техническое описание. Ч.3., Воениздат, 1990. – 94 с.
3. Зенитная управляемая ракета 9М38М1. Техническое описание. Воениздат, 1984. – 128 с.

Поступила в редколлегию 11.02.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Малайчук, Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара, Днепропетровск.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПУСКОВОГО КОМПЛЕКСУ ЗРК

А.Б. Скорик, О.О. Зверев, І.С. Ткаченко, Р.Ю. Вареник

У статті розглядаються питання побудови математичної моделі пускового комплексу, який забезпечує похилий старт ЗРК малої дальності з напівактивним самонаведенням. Наводяться основні математичні співвідношення та алгоритми формування команд, що забезпечують перерахунок даних цілевказівки самохідної вогневої установки в систему координат пускового комплексу, переклад пускового комплексу в стартове положення, розрахунок даних польотного завдання ЗРК і наведення слідкуючих систем РГС ракети на ціль.

**Ключові слова:** похилий старт ракети, пусковий комплекс, паралакс, польотне завдання ЗРК, алгоритми вироблення команд наведення, самохідна вогнева установка.

## MATHEMATICAL MODELING OF THE STARTING COMPLEX SAM

A.B. Skoryk, A.A. Zverev, I.S. Tkachenko, R.Yu. Varenik

The article discusses a mathematical model of the starting complex, providing an sloping launch short-range missiles with semi-active homing. The basic mathematical relationships and algorithms for generating commands to make recalculation of data targeting self-propelled carrier fire in the coordinate system of the starting complex, translating launch complex in the starting position, the calculation of the data of the flight task missiles and guided missile tracking systems radar seeker on the target.

**Keywords:** sloping start missiles, launch complex, parallax, flight mission SAM, the algorithms generate guidance commands, self-propelled carrier fire.