# УДК 621.396.677

В.В. Воїнов<sup>1</sup>, М.М. Демков<sup>1</sup>, П.В. Опенько<sup>2</sup>, А.Ф. Шевченко<sup>1</sup>

1 Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

<sup>2</sup> Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ

# РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІЗУ ХАРАКТЕРИСТИК СПРЯМОВАНОСТІ КРУГОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ ПРИ МАЛИХ ФАЗОВИХ ПОМИЛКАХ

Отримані математичні співвідношення та проведений чисельний аналіз середньої діаграми спрямованості кругової циліндричної антенної решітки за потужністю для випадку малих значень фазових помилок. Наведені результати можуть бути корисні для оцінки досяжних переваг від застосування вісесиметричних решіток в РЛС з урахуванням статистики антени.

Ключові слова: РЛС, циліндрична антенна решітка, діаграма спрямованості.

### Загальна постановка задачі

Актуальним питанням контролю повітряного простору є створення та підтримання суцільного первинного радіолокаційного поля в тому числі на малих висотах. Відсутність надійного радіолокаційного контролю малих висот створює передумови їх незаконного використання. Так суттєво зростає рівень небезпеки терористичних загроз з повітря з огляду на можливості широкого застосування безпілотних літальних апаратів та чисельних польотів малої авіації на цих висотах. При цьому будувати мало висотне радіолокаційне поле доцільно за рахунок створення мереж РЛС кругового огляду з електронним скануванням на базі фазованих антенних решіток з осьовою симетрією, зокрема циліндричних кругових антенних решіток (ЦАР). Оскільки використання ЦАР, та інших решіток з осьовою симетрією, дозволяє реалізувати такі переваги у РЛС спеціального призначення [5]:

 – спрощене керування режимами огляду простору, в порівнянні з механічним обертанням антен, за рахунок можливості орієнтації головного максимуму діаграми спрямованості в довільному азимутальному напрямку з високою швидкістю;

– розширення зони дії РЛС за рахунок відсутності коливань коефіцієнтів спрямованої дії по азимуту в порівнянні з плоскими і лінійними антенними решітками (АР);

– можливості роботи у широкій смузі частот зі сталими характеристиками спрямованості (XC) за рахунок більшого діапазону та смуги частот спектру сигналів, що обробляються вісесиметричними антенними решітками в порівнянні з плоскими та інші.

Водночас зі статистичної теорії антен відомо, що потенційні переваги у XC можуть обмежуватися помилками, як в конструктивному виконанні так і у встановленому амплітудно-фазовому розподілі (АФР) [1]. Якщо результати статистичного аналізу лінійних та плоских антенних решіток достатньо докладно досліджені [1], то аналіз середніх характеристик спрямованості вісесиметричних решіток не набув широкого розповсюдження. Це в першу чергу пов'язано зі складністю аналізу таких антен, які в загальному випадку являють собою систему неколінеарних струмів розподілених на випромінюючому об'ємі.

Це обумовлює актуальність мети статті яка полягає у аналізі середньої діаграми спрямованості (ДС) за потужністю циліндричної колової антенної решітки при малих фазових помилках. Для аналізу обрано загальний підхід до аналізу статистичних характеристик апертурних антен [2] та метод чисельного моделювання характеристик спрямованості вісесиметричних АР представлений в [3].

### Основна частина

Розглянемо антенну решітку складену з ізотропних дискретних випромінювачів розташованих у вільному просторі вздовж утворюючої та напрямної колового циліндра з шагом  $d_m$  та  $d_{\phi}$  відповідно (рис. 1).



Рис. 1. Геометрична модель ЦАР

Діаграма спрямованості (ДС) решітки на головній поляризації поля, при АФР  $\dot{A}(\vec{r}_{n,m})$  з фазовими помилками  $\phi(\vec{r}_{n,m})$ , які нормовано до свого середньоквадратичного значення  $\sigma_{\omega}$ , можна записати як

$$\begin{split} \dot{\mathbf{f}}(\vec{\mathbf{k}}_{0}) &= \sum_{n} \sum_{m} \Xi_{n,m} \left( \phi_{0} \right) \dot{\mathbf{A}} \left( \vec{\mathbf{r}}_{n,m} \right) \times, \\ &\times \exp \left\{ j \sigma_{\phi} \phi \left( \vec{\mathbf{r}}_{n,m} \right) + j \vec{\mathbf{k}}_{0} \cdot \vec{\mathbf{r}}_{n,m} \right\}, \end{split}$$
(1)

де  $\Xi_{n,m}(\phi_0) = 0;1$  - дискретна функція яка визначає границі кутового сектору збудження випромінювачів решітки  $\phi_0$  в залежності від обраного напрямку головного максимуму [3], яку далі для спрощення будемо включати у  $\dot{A}(\vec{r}_{n,m}); \vec{r}_{n,m} = (r_x, r_y, r_z)_{n,m}$  – радіус-вектор випромінювача що нормовано до характерних розмірів ЦАР (X,Y,Z) як  $r_{(x,y,z)n,m}; \vec{k}_0 = (\pi/\lambda) \cdot (X \sin \theta \cos \phi; Y \sin \theta \sin \phi; Z \cos \phi)$  – нормований до електричних розмірів решітки радіус-вектор точки спостереження з кутовими координатами  $\theta, \phi; \lambda$  – довжина хвилі.

Відповідно до (1) діаграма спрямованості ДС решітки за потужністю має вигляд:

$$\begin{aligned} \left| \dot{f} \left( \vec{k}_{0} \right) \right|^{2} &= \sum_{n} \sum_{m} \sum_{p} \sum_{q} \dot{A} \left( \vec{r}_{n,m} \right) \dot{A}^{*} \left( \vec{r}_{p,q} \right) \times \\ &\times \exp \left\{ j \sigma_{\phi} \left( \phi \left( \vec{r}_{n,m} \right) - \phi \left( \vec{r}_{p,q} \right) \right) + j \vec{k}_{0} \left( \vec{r}_{n,m} - \vec{r}_{p,q} \right) \right\}. \end{aligned}$$
(2)

Розглянемо статистичні характеристики при впливі випадкової фазової помилки в кожному випромінювачі. Будемо вважати, що в процесі виготовлення та експлуатації ЦАР вдалося запобігти великим фазовим помилкам, тобто всі помилки є малими, а їх дисперсії  $\sigma_{\omega}^2 \ll 1$ . Тоді можна записати:

$$e^{j\sigma_{\phi}\left(\phi\left(\vec{r}_{n,m}\right)-\phi\left(\vec{r}_{p,q}\right)\right)} \approx 1 + j\sigma_{\phi} \times \left(\phi\left(\vec{r}_{n,m}\right)-\phi\left(\vec{r}_{p,q}\right)\right) = 0,5\sigma_{\phi}^{2}\left(\phi\left(\vec{r}_{n,m}\right)-\phi\left(\vec{r}_{p,q}\right)\right)^{2},$$
(3)

Середня ДС за потужністю має вигляд:

$$\mathbf{M}(|\dot{\mathbf{f}}(\vec{\mathbf{k}}_{0})|^{2}) = \sum_{n} \sum_{m} \sum_{p} \sum_{q} \dot{A}(\vec{\mathbf{r}}_{n,m}) \dot{A}^{*}(\vec{\mathbf{r}}_{p,q}) \times \\ \times \exp\{j\sigma_{\sigma} \mathbf{M}(\phi(\vec{\mathbf{r}}_{n,m}) - \phi(\vec{\mathbf{r}}_{p,q}))\} \exp\{j\vec{\mathbf{k}}_{0}(\vec{\mathbf{r}}_{n,m} - \vec{\mathbf{r}}_{p,q})\}.$$
(4)

 $\exp\{JO_{\phi}M(\psi(I_{n,m}) - \psi(I_{p,q}))\}\exp\{JK_0(I_{n,m} - I_{p,q})\}$ . Будемо вважати, що середнє значення фазових

помилок  $\mathbf{M}(\phi(\vec{r}_{n,m})) = 0$ , оскільки при його ненульовому значенні воно може бути включено до  $\dot{A}(\vec{r}_{n,m})$ . Тоді випадковий фазовий множник в (2), з урахуванням малості фазових помилок прийме вигляд:

$$e^{j\sigma_{\phi}\mathbf{M}\left(\phi(\mathbf{r}_{n,m})-\phi(\mathbf{r}_{p,q})\right)} \approx 1 - 0,5\sigma_{\phi}^{2} \times \\ \times \mathbf{M}\left(\phi(\mathbf{\vec{r}}_{n,m})-\phi(\mathbf{\vec{r}}_{p,q})\right)^{2} + \mathbf{M}\left(\phi(\mathbf{\vec{r}}_{n,m})-\phi(\mathbf{\vec{r}}_{p,q})\right) \times (5) \\ \times j\sigma_{\phi} = (1 - \sigma_{\phi}^{2}) + \sigma_{\phi}^{2}K_{n,m;p,q}$$

де 
$$K_{n,m;p,q} = \begin{cases} \mathbf{M} \left( \phi(\vec{r}_{n,m}) \cdot \phi(\vec{r}_{p,q}) \right), n \neq p; m \neq q; \\ 1, \qquad n = p; m = q. \end{cases}$$

нормований до дисперсії коефіцієнт кореляції фазових помилок. З урахуванням (5) середню ДС за потужністю запишемо у вигляді:

$$\begin{split} \mathbf{M} & \left( \left| \dot{\mathbf{f}} \left( \vec{\mathbf{k}}_{0} \right) \right|^{2} \right) = \left( 1 - \sigma_{\phi}^{2} \right) \cdot \left| \dot{\mathbf{f}} \left( \vec{\mathbf{k}}_{0} \right) \right|^{2} + \sigma_{\phi}^{2} \cdot \dot{\mathbf{I}} \left( \vec{\mathbf{k}}_{0} \right). \quad (6) \\ & \mathbf{M} \left( \vec{\mathbf{k}}_{0} \right) = \sum_{n} \sum_{m} \sum_{p} \sum_{q} \mathbf{K}_{n,m;p,q} \dot{\mathbf{A}} \left( \vec{\mathbf{r}}_{n,m} \right) \dot{\mathbf{A}}^{*} \left( \vec{\mathbf{r}}_{p,q} \right) \times \\ & \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \right) \right) \left( \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \right) \left( \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \right) \right) \left( \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \right) \left( \mathbf{M} \right) \right) \right) \right) \\ & - \left( \sum_{k} \exp \left( \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \right) \left( \mathbf{M} \right) \left( \mathbf{M} \left( \mathbf{M} \right) \right) \right) \right) \right) \\ & - \left( \sum_{k} \sum_{k$$

діаграма розсіювання.

З аналізу (6) виходить, що середня ДС за потужністю складається: з когерентної частини – зменшеної в  $(1 - \sigma_{\phi}^2)$  - разів ДС, та частково когерентної складової  $\sigma_{\phi}^2 \cdot \dot{I}(\vec{k}_0)$  - яка має спрямований характер і визначається видом коефіцієнту кореляції фазових помилок  $K_{n,m;p,q}$ .

За умови малості радіусів кореляції, будемо вважати, що форма коефіцієнта кореляції не грає важливої ролі при умові його монотонного зменшення з відстанню [2], а зв'язок між випромінювачами ЦАР по діагоналі не розглядається. Тоді для некорельованих помилок коефіцієнт кореляції має вигляд:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n},\mathbf{m};(\mathbf{p},\mathbf{q})} = \begin{cases} 1, \ \mathbf{n} = \mathbf{p} \cup \mathbf{m} = \mathbf{q}; \\ 0, \ \mathbf{n} \neq \mathbf{p} \cup \mathbf{m} \neq \mathbf{q}. \end{cases}$$
(7)

Тоді середня ДС (2) може бути записана як:

$$\mathbf{M}\left(\left|\dot{f}\left(\vec{k}_{0}\right)\right|^{2}\right) = \left(1 - \sigma_{\phi}^{2}\right) \cdot \left|\dot{f}\left(\vec{k}_{0}\right)\right|^{2} + \sigma_{\phi}^{2} \sum_{n} \sum_{m} \Xi_{n,m}(\phi_{0}) \left|\dot{A}\left(\vec{r}_{n,m}\right)\right|.$$
(8)

Як виходить з аналізу виразу (8) при некорельованих фазових помилках діаграма розсіювання не має спрямованості і має вигляд рівномірного фону, що залежить від обраного амплітудного розподілу в решітці та дисперсії фазових помилок, що якісно співпадає із результатами отриманими для лінійної антенної решітки [1] за винятком додаткового впливу розмірів кутового сектору збудження ф<sub>0</sub>.

Інтерес представляє випадок корельованих помилок. Для спрощення аналізу оберемо коефіцієнт кореляції трикутної форми, однаковий у площинах напрямної і утворюючої ЦАР (рис. 2):

$$K_{n,m;(p,q)} = \begin{cases} 1 - \frac{e(a)}{E(A)}, e(a) = |n(p) - m(q)| < E(A); \\ 0, e(a) \ge E, \end{cases}$$
(9)

де e, a - радіус кореляції помилок, який зручно вимірювати в одиницях кроку решітки; E(A) - максимальний радіус кореляції помилок. Як показали обчислення, для прийнятих припущень, при корельованих фазових помилках діаграма розсіювання у азимутальній площині має більш спрямований характер ніж в кутомісній площині, та близька до діаграми розсіювання кільцевої антенної решітки [4]. Зі збільшенням дисперсії фазової помилки, більш інтенсивно «запливають» нулі ДС та збільшується частка розсіяної потужності випромінювання поза головним максимумом.



кореляції фазових помилок

В якості прикладу на рис. 3, 4 наведені середні діаграми спрямованості кругової циліндричної антенної решітки та діаграми розсіювання, нормовані до максимального значення ДС решітки без помилок з фазовим розподілом, який забезпечує формування головного максимуму ДС в напрямку  $\theta_F = 0, 5\pi; \phi_F = 0$ , для різних значень дисперсії фазових помилок з трикутним коефіцієнтом кореляції, E(A) = 2.



Рис. 3. Середні характеристики спрямованості по потужності ЦАР при різній дисперсії фазової помилки

Моделювання проведене для наступних вихідних даних: діаграма спрямованості випромінювача решітки симетрична косинусна в обох площинах; амплітудний розподіл в решітці - косинусний симетричний відносно напрямку головного максимуму; кількість випромінювачів в елементарному кільці N = 141 та елементарній лінійці N = 51; шаг решітки  $d_{\phi} = d_m = 0, 6\lambda$ ; радіус решітки a = 33 $\lambda$ ; куго-

вий сектор збудження  $\phi_0 = 77^0$ .

Як видно з аналізу рис. З при малих значеннях фазових помилок середні характеристики діаграми спрямованості за потужністю для циліндричної кругової антенної решітки близькі за характером до середніх ДС лінійної [1] та кільцевої антенної решітки [4] в головних площинах випромінювання.

## Висновки

Таким чином за результатами проведеного аналізу середньої діаграми спрямованості по потужності циліндричної кругової антенної решітки, при малих значеннях фазових помилок, можна зробити наступні висновки:

– середня діаграма спрямованості за потужністю складається: з когерентної частини – тобто зменшеної в  $(1 - \sigma_{\phi}^2)$  - разів неспотвореної діаграми, та частково когерентної складової яка має спрямований характер і визначається видом коефіцієнту кореляції фазових помилок, обраним видом амплітудно-фазового розподілу та розміром кутового сектору збудження решітки;

– при некорельованих фазових помилках діаграма розсіювання не має спрямованості і має вигляд рівномірного фону, що залежить від обраного амплітудного розподілу в решітці та дисперсії фазових помилок, що якісно співпадає із результатами отриманими для лінійної антенної решітки за винятком додаткового впливу розмірів кутового сектору збудження;

– при корельованих фазових помилках діаграма розсіювання у азимутальній площині має більш спрямований характер ніж в кутомісній площині. Зі збільшенням дисперсії фазової помилки, більш інтенсивно «запливають» нулі ДС та збільшується частка розсіяної потужності випромінювання поза головним максимумом діаграми;

– при малих значеннях фазових помилок середні характеристики діаграми спрямованості за потужністю циліндричної кругової антенної решітки близькі за характером до середніх ДС за потужністю лінійної та кільцевої антенної решітки в головних площинах випромінювання.

# Список літератури

1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн / Я.С. Шифрин. – М.: Сов. радио, 1970. – 384 с. 2. Замятин В.И. К вопросу о статистических характеристиках поля апертурных антенн / В.И. Замятин // Антенны. – М.: Связь. – 1974. – Вып. 19. – С. 45-56;

3. Метод математичного моделювання характеристик спрямованості вісесиметричних активних антенних решіток / В.Д. Карлов, И.Г. Леонов, О.В. Лукашук, А.Ф. Шевченко // Системи озброєння і військова техніка. – 2008. – №1(13). – С. 97–102.

4. Levagin G.A. The statistical tests method application for calculating of the axisymmetric antennas characteristics / G.A. Levagin, I.M. Bondarenko, V.N. Chepiga // IV International Conference on Antenna Theory and Techniques, 9-12 September 2003, Sevastopol, Ukraine. – 2003. P. 168-170.

5. Josefsson L. Conformal array theory and design / L. Josefsson, P. Persson // New Jersey IEEE press. – Whiley-Interscience publication, 2006. – 488 p.

Надійшла до редколегії 2.12.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Ю.М. Седишев, Академія наук прикладної радіоелектроніки, Харків.

## РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК НАПРАВЛЕННОСТИ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ МАЛЫХ ФАЗОВЫХ ОШИБКАХ

В.В. Воинов, М.М. Демков, П.В. Опенько, А.Ф.Шевченко

Получены математические соотношения и проведен численный анализ средней диаграммы направленности круговой цилиндрической антенной решетки по мощности для случая малых значений фазовых ошибок. Приведенные результаты могут быть полезны для оценки достижимых преимуществ от применения осесимметричных решеток в РЛС с учетом статистики антенны.

Ключевые слова: РЛС, цилиндрическая антенная решетка, диаграмма направленности.

#### THE RESULTS OF DIRECTIONAL CHARACTERISTICS OF CIRCULAR CYLINDRICAL ANTENNA ARRAY WITH SMALL VALUES OF PHASE ERRORS

V.V. Voinov, M.M. Demkov, P.V. Openko, A.F. Shevchenko

The mathematical expression and numerical results of mean power pattern of circular cylindrical antenna array with small values of phase errors are obtained and presented. The results will be allowed to estimations of advantages of circular cylindrical array using for radar with an allowance for antenna statistic.

Keywords: radar, cylindrical array, diagram of orientation.