УДК 629.113 DOI: 10.30748/zhups.2018.56.19

Mykhailo Hrubel[1], Roman Nanivskyi[1], Mariia Sokil[2]

[1] *National Army Academy named after Hetman Petro Sahaidachnyi, Lviv*
[2] *National University "Lviv Polytechnics", Lviv*

OSCILLATION OF A SPRUNG PART OF VEHICLES WITH NON-CONSERVATIVE SPECIFICATIONS OF SHOCK ABSORBERS

The research method concerning the impact of strength specifications of the sprung system on combat wheeled vehicles regarding the transverse oscillations of the sprung part , along with the efficiency of fire conduction from the stationary installed small arms have been developed. It is illustrated the magnitude of the dispersion due to the indicated oscillations of the sprung part hence the progressive strength specifications of shock absorbers during motion along a bumpy road as far as a dimension of the dispersion spector increase in comparison with the regressive one.

Keywords: *sprung system, combat vehicle, amplitude, oscillation frequency.*

Statement of the problem

The main system of vehicles designated to prevent personnel, cargoes, equipment from excessive overloading, that is caused by movement along a bumpy road, is a suspension system.

Its determinant dynamic specifications are defined as the following ones a regenerating power of resilient shock absorbers and a power of damper devices' resistance. The main task of resilient shock absorbers is to reduce a vertical and angular shifting of a sprung part to compare to shifting of unsprung one by stimulating it to vibrations. Simultaneously damper devices are aimed at damping vibrations. In a combination they must provide such rates of a sprung part's vibrations which, on the one hand, are in accordance with ergonomic requirements due to an influence on the human organism, and on the other hand, to minimize the influence of external factors on vibration of a fixed equipment to operate appropriately. The study pertaining the sprung part's vibrations of special purpose vehicles under the condition, that a regenerating power of shock absorbers has nonlinear non-conservative specifications, is a subject of the research paper. Additionally, it underlines its relevance to an estimated objective.

Analysis of basic research and publications. The impact of dynamic characteristics of shock absorbers on vibrations of a sprung part is demonstrated in a wide range of researches, e.g. [1–3], a suspension with a nonlinear rule of change of regenerating power can provide an appropriate smoothness of a vehicle's movement. Meanwhile, the principal theoretical analyses concerning the strength effect on the dynamics of the sprung part was functioning under as a linear or quasi-linear regulation of its transformation [4–5].

The obtained results are valid to be used for research of dynamics and endurance of vehicles' movement along a slightly bumpy road. In this case deformations of resilient elements are not significant. Thus, a regenerating power can be linearized with a sufficient degree of accuracy.

A vehicle's path along a road with significant bumps (first it concerns to the special purpose vehicles (SPV)) requires more detailed approach to research a sprung part's dynamics: construction and developing of analysis methods for qualitatively new models of sprung part's vibrations. Some of them are regarded, e. g. in [6–7]: a regenerating power of shock absorbers has nonlinear conservative specifications, and it can be described by a degree of deformation. For significant sizes of resilient elements' deformation, a regenerating power depends on the deformation progress too. So analytically they should be determined by qualitatively new non-conservative specifications.

Purpose of the article. The objective of the paper is to calculate the nonlinear including non-conservative specifications of the dispersion system.

Method of solving

The research regards vertical vibrations of a sprung part of a wheeled SPV, physical model of which is displayed in the fig. 1. It shows that m – mass of a sprung part, and its position for a researched movement is identified by a position of a weight center. A relative position of the last one we will identify in relation to a position of a static balance by coordinate z (t). A nonlinear regenerating power of resilient shock absorbers has non-conservative specifications and it is defined by the function

$$f\left(z,\frac{dz}{dt}\right)=\left(\alpha_1+\alpha_2\left(\frac{dz}{dt}\right)^{\nu_1}\right)\left(z+\Delta_{\text{ст.}}\right)^{\nu_2+1}, \quad (1)$$

in which $\alpha_1,\alpha_2,\nu_1,\nu_2$ are constant, which agree with their conditions of existence in a system of a vibration process.

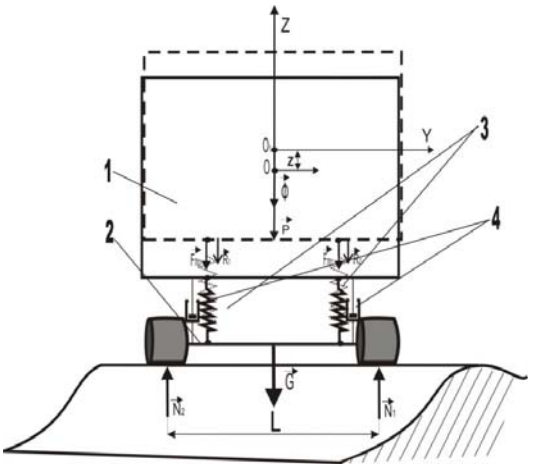


Fig. 1. A physical model of SPV for researching dynamics of a sprung part

In this case differential equation of a sprung part's vibrations (without considering an effect of damper devices) is determined by the function

$$m\ddot{z} + \left(\alpha_1 + \alpha_2\left(\frac{dz}{dt}\right)^{\nu_1}\right)\left(z + \Delta_{ст.}\right)^{\nu_2+1} = P. \qquad (2)$$

It describes a vibration process of a sprung part, if the function $f\left(z, \frac{dz}{dt}\right)$ agrees with the conditions of existence in (2) of a periodical solution [8–10]. Considering the above mentioned it must be odd by argument z and even by argument $\frac{dz}{dt}$.

Thus, below we will consider that parameters ν_1, ν_2 become function: $\nu_1 = \frac{2(r_1 - s_1)}{2s_1+1}$, $\nu_2 + 1 = \frac{2r_2+1}{2s_2+1}$, $r_i, s_i = 0, 1, 2, \ldots$, $i = 1, 2$.

Note 1. The research does not regard the influence of damper devices on sprung part's vibrations. Such a task can be a subject of a separate consideration.

By a substitution of alternates $z^* = z + \Delta_{ст.}$ equation (2) transforms into

$$m\ddot{z}^* + \alpha_2\left(\frac{dz^*}{dt}\right)^{\nu_1}\left(z^*\right)^{\nu_2+1} = P - \alpha_1\left(z^*\right)^{\nu_2+1}. \qquad (3)$$

We will show that under the condition $\nu_1 < 1$ and a little quantity of maximum dimension regarding a right part of the equation (3) to compare with maximum dimension $\alpha_2\left(\frac{dz^*}{dt}\right)^{\nu_1}\left(z^*\right)^{\nu_2+1}$, dynamics can be described analytically. For a still case, by the way of using a principal idea of vibration methods [11], the function is

$$m\ddot{\bar{z}}^* + \alpha_2\left(\frac{d\bar{z}^*}{dt}\right)^{\nu_1}\left(\bar{z}^*\right)^{\nu_2+1} = 0. \qquad (4)$$

We present the periodical solution with Ateb-functions [12–13] in the following

$$\bar{z}^*(t) = a\begin{cases} sa\left(\frac{1}{1-\nu_1}, \nu_2+1, \omega(a)t+\theta\right); \\ ca\left(\nu_2+1, \frac{1}{1-\nu_1}, \omega(a)t+\theta\right). \end{cases} \qquad (5)$$

a, θ are constant in it, as well as a function $\omega(a)$ is being verified (6)

$$\omega(a) = \frac{\nu_2+2}{2}\left(\frac{\alpha_2}{m}\frac{2-\nu_1}{(1-\nu_1)(\nu_2+2)}\right)^{\frac{1}{2-\nu_1}} a^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2-\nu_1}}. \qquad (6)$$

Pertaining the influence of a right part of equation (3) on a dynamic process, the estimated constraints on it allow us to apply the Van-der-Pol's method [14] for a solution of an appropriate vibration equation. Equation (5) is the same as in equation (4), the only difference is that parameters a and θ are unknown functions of time, so $z^*(t) = a(t)\,ca\left(\nu_2+1, \frac{1}{1-\nu_1}, \psi\right)$, $\psi = \omega(a)t + \theta$, we get

$$\frac{dz^*}{dt} = -\frac{2a(t)}{\nu_2+2}\left(\omega(a) + \frac{d\theta}{dt}\right) \times \left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1}, \nu_2+1, \psi\right)\right)^{\frac{1}{1-\nu_1}} + \frac{da}{dt}ca\left(\nu_2+1, \frac{1}{1-\nu_1}, \psi\right). \qquad (7)$$

The above differentiation has confirmed the function according to Van-der-Pol's method is

$$-\frac{2a(t)}{\nu_2+2}\frac{d\theta}{dt}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1}, \nu_2+1, \psi\right)\right)^{\frac{1}{1-\nu_1}} + \frac{da}{dt}ca\left(\nu_2+1, \frac{1}{1-\nu_1}, \psi\right) = 0, \qquad (8)$$

from it

$$\frac{d^2z^*}{dt^2} = -\frac{2}{\nu_2+2}\left\{\frac{2a}{(2-\nu_1)}\omega(a)\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1}, \nu_2+1, \psi\right)\right)^{\frac{\nu_1}{1-\nu_1}} \times \left(ca\left(\nu_2+1, \frac{1}{1-\nu_1}, \psi\right)\right)^{\nu_2+1} \times \left(\omega(a) + \frac{d\theta}{dt}\right) + \frac{da}{dt}\left(\omega(a) + a\frac{d\omega}{da}\right)\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1}, \nu_2+1, \psi\right)\right)^{\frac{1}{1-\nu_1}}\right\}. \qquad (9)$$

Considering the above presented, including an obvious identity $\omega(a) + a\frac{d\omega}{da} = \frac{2+\nu_2}{2-\nu_1}\omega(a)$, from (3) we find the following differential equation for connection $\frac{da}{dt}$ and $\frac{d\theta}{dt}$ is

$$\frac{2a}{(2-\nu_1)}\left(ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right)^{\nu_2+1}\frac{d\theta}{dt}+\frac{da}{dt}\frac{2+\nu_2}{2-\nu_1}\omega(a)\times$$
$$\times\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)=$$
$$=-\frac{\nu_2+2}{2\omega(a)}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{\nu_1}{\nu_1-1}}\times$$
$$\times\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_1+1}ca^{\nu_1+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\omega(a)t+\theta(t))\right)\right\}. \quad (10)$$

Differential equations (8–9) determine derivatives in the function

$$\frac{da}{dt}=-\frac{2-\nu_1}{2\omega(a)}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)\times$$
$$\times\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right\}; \quad (11)$$

$$\frac{d\theta}{dt}=-\frac{(\nu_2+2)(2-\nu_1)}{2a\omega(a)}\left(ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi)\right)\right)\times$$
$$\times\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right\}. \quad (12)$$

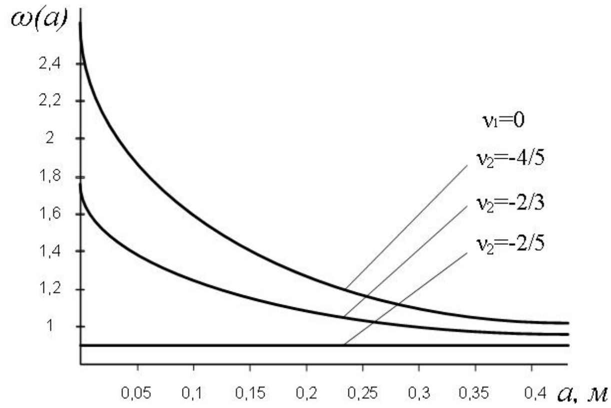
Keeping in mind that for one period of sprung part vibrations, the main specifications of its dynamic transformational process to an insignificant magnitude, we can substitute a system of differential equations for a simpler one – averaged.

$$\frac{da}{dt}=-\frac{2-\nu_1}{4\Pi\omega(a)}\int_0^{2\Pi}sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\times$$
$$\times\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right\}d\psi=0; \quad (13)$$

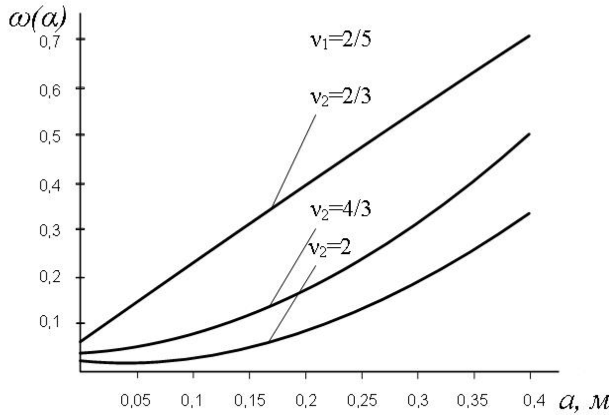
$$\frac{d\theta}{dt}=-\frac{(\nu_2+2)(2-\nu_1)}{4\Pi a\omega(a)}\int_0^{2\Pi}ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\times$$
$$\times\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi)\right)\right\}d\psi= \quad (14)$$
$$=\frac{(\nu_2+2)(2-\nu_1)a^{\nu_2}}{4\Pi\omega(a)}\frac{\alpha_1}{m}\frac{2\Gamma\left(\frac{1-\nu_1}{2-\nu_1}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2+3}{\nu_2+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\nu_1}{2-\nu_1}+\frac{\nu_2+3}{\nu_2+2}\right)}.$$

In the fig. 2 we display figures a) and b) the dependence of frequency of its own vibrations related to $\omega_0^{\frac{2}{2-\nu_1}}$ on amplitude at different dimensions of parameters ν_1 and ν_2 ($\eta=\omega(a)/\omega_0^{\frac{2}{2-\nu_1}}$).

Note 2. The research presents the dependence of frequency of the sprung part vibrations, which keeps its state at the first approach. Moreover, it an effect of damper devices under condition that maximum magnitude of resistance is low comparing to maximum dimension of non-conservative power [14].



a



b

Fig. 2. Dependence of frequency of its own vibrations of a non-conservative system related to amplitude

Conclusions

The obtained results and presented graphic dependences demonstrate:

1. Higher figures of frequency corresponds to higher figures of vibration amplitude for progressive specifications of a regenerating conservative power ($\nu_1=0,\nu_2>0$), for a regressive one ($\nu_1=0,\ -1<\nu_2<0$) – vice versa, lower dimensions of frequency corresponds to lower dimensions of vibration amplitude. That is typical to ensure ergonomic requirements for the suspensions of the wheeled vehicles. Presented graphics show that for the progressive suspension mentioned requirements are provided for the amplitude of vertical oscillation;

2. For a non-conservative power $\nu_1=-\nu_2$, a dynamic process of a sprung part is isochronous. For the conservative specifications of the regenerating force of ergonomic requirements are provided for the parameter

$\nu_1>0$, therefore desired oscillation frequency of sprung part can be achieved by selecting parameter ν_2 despite of the amplitude of oscillation (analogue of linear system).

References

1. Artiushchenko, A.D. and Suiarkov, O.G. (2013), "Doslidzhennia vplyvu kharakterystyk pidvisky avtomobilia maloho klasu na plavnist khodu ta ii modernizatsiia" [Research of influence of suspension characteristics of a small class automobile on the smoothness of movement and its modernization], *Visnyk NTU "KHPI"*, No. 32 (1004).
2. Dushchenko, V.V. (2007), "Nedostatki, prichiny ikh vozniknoveniia i protivorechiia razvitiia izvestnykh fizicheskikh printsypov deistviia upruhikh elementov sistem podresorivaniia voennykh husenichnykh i kolesnykh mashyn" [Disadvantages, reasons for their occurrence and contradiction of the development of the known physical principles of the action of elastic elements of sprung system of military caterpillar and wheeled vehicles], Kharkiv, *Vestnik NTU "KHPI"*, No. 33.
3. Melnikov, A.A. (1998), "*Teoriia avtomobilia. Kolebaniia i plavnost khoda*" [*Theory of the car. Vibrations and smoothness of movement*], Nizhnii Novgorod, Nizhnehorodskii hosudarstvennyi tekhnicheskii universitet.
4. Rotenberg, R.V. (1972), "*Podveska avtomobilia*" [*An automobile suspension*], Moscow, Mashynostroenie.
5. Lobas, L.G. and Verbytskyi, V.G. (1990), "*Kachestvennye i analiticheskie metody v dinamike kolesnykh mashyn*" [*Qualitative and analytical methods in dynamics of wheeled vehicles*], Kyiv, Naukova dumka.
6. Sokil, B.I., Velychko, L.D. and Chagan, Y.A. (2011), "Rozrobka metodu rozrakhunku neliniinykh pozdovzhnio-kutovykh kolyvan husenychnykh transportnykh zasobiv" [Development of a calculation method of non-linear longitudinal and angular vibrations of tracked vehicles], *Visnyk NU "LP"*, Lviv, No. 702.
7. Hrubel, M.H., Nanivskyi, R.A. and Sokil, M.B. (2014), Influence of characteristics of wheeled vehicle suspensions along curved stretches of a track, Slovak Republik: *Liptovscy Mikulas*, Vol. 9.
8. Kukles, I.S. (1963), "*O dvukh problemakh teorii nelineinykh kolebanii*" [*About two problems of non-linear vibrations theory*], Kyiv, AN USSR.
9. Ziemba, S. (1957), [*Free Vibrations with Damping jf Marked Nonlinear Character*], Warsaw, Państwowe wydawnictwo naukowe.
10. Ziemba, S. (1958), "*O pewnej metodzie badania niesprężystości stałych*" [*On a certain method for studying the non elasticity of solids*], Warsaw, Państwowe wydawnictwo naukowe.
11. Cole, J. (1972), "*Metody vozmushchenii v prikladnoi matematike*" [*Perturbation methods in applied mathematics*], Moscow, Mir.
12. Senyk, P.M. (1969), "*Obernennia nepovnoi Beta-funkcii*" [*Revolving of incomplete Beta-function*], Kyiv, *Ukrainian mathematical Journal*, 21, No. 3.
13. Senyk, P.M. and Voznyi, A.M. (1969), "*Pro tabuliuvannia periodychnykh Ateb-funkcii*" [*About tabulation of periodic Ateb-functions*], Kyiv, *AN USSR*, No. 12.
14. Boholiubov, N.N. and Mitropolskii, Y.A. (1974), "*Asimptoticheskie metody v teorii nelineinykh kolebanii*" [*Asymphtotic methods in non-linear vibrations theory*], Nauka, Moscow.

Надійшла до редколегії 6.03.2018
Схвалена до друку 17.04.2018

Відомості про авторів:

Грубель Михайло Григорович
кандидат технічних наук доцент
професор
Національна академія Сухопутних Військ
імені гетьмана Петра Сагайдачного,
Львів, Україна
https://orcid.org/0000-0002-4820-6935

Сокіл Марія Богданівна
кандидат технічних наук доцент
доцент
Національний університет "Львівська політехніка",
Львів, Україна
https://orcid.org/0000-0003-3352-2131

Information about the authors:

Mykhailo Hrubel
Candidate of Technical Sciences
Associate Professor Professor
of National Army Academy
named after Hetman Petro Sahaidachnyi,
Lviv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-4820-6935

Mariia Sokil
Candidate of Technical Sciences
Associate Professor Senior Lecturer
of National University "Lviv Polytechnics",
Lviv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-3352-2131

Нанівський Роман Антонович
кандидат технічних наук
старший викладач
Національна академія Сухопутних Військ
імені гетьмана Петра Сагайдачного,
Львів, Україна
https://orcid.org/0000-0001-6504-1178

Nanivskyi Roman
Candidate of Technical Sciences
Senior Instructor
of National Army Academy
named after Hetman Petro Sahaidachnyi,
Lviv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0001-6504-1178

КОЛИВАННЯ ПІДРЕСОРЕНОЇ ЧАСТИНИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ІЗ НЕКОНСЕРВАТИВНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ АМОРТИЗАТОРІВ

М.Г. Грубель, Р.А. Нанівський, М.Б. Сокіл

У даній статті розроблено методику дослідження впливу силових характеристик системи підресорювання бойових колісних машин на поперечні коливання підресореної частини, а від так – ефективність ведення вогню з ходу із стаціонарно встановленої стрілецької зброї. Проводячи аналіз системи підресорювання бойових колісних машин, хотілося б зазначити, що покращення силових характеристик системи підресорювання, підвищення стійкості її руху та зменшення впливу коливань на екіпаж в умовах сьогодення є актуальною задачею. Саме характеристика система підресорювання бойових колісних машин, служить для захисту екіпажу, вантажів та обладнання від надмірних перевантажень, що зумовлені їх рухом по шляху із нерівностями чи пересіченою місцевістю. Її параметри вибирають за допустимою інтенсивністю і характером коливань підресореної частини (кузова) та коліс, які виникають під час його руху по пересіченій місцевості. Для таких машин система підресорювання із лінійним або близьким до нього законом зміни відновної сили не надає належного захисту від значних перевантажень (зокрема миттєвих) екіпажу, а й призводить до їх значної втомлюваності під час тривалих перевезень в умовах пересіченої місцевості. Як показують експериментальні та окремі теоретичні дослідження силових характеристик системи підресорювання, пружна сила, яка діє на підресорену масу, повинна бути малою для незначних деформацій амортизаторів і стрімко зростати при значних. В статті показано, що величина розсіювання зумовлена вказаними коливаннями підресореної частини зростає, причому для випадку прогресивної силової характеристики пружних амортизаторів під час руху вздовж шляху із поодинокими нерівностями величина області розсіювання є більшою, ніж для регресивної.

Ключові слова: *система підресорювання, бойова колісна машина, амплітуда, частота коливань.*

КОЛЕБАНИЯ ПОДРЕССОРЕННОЙ ЧАСТИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С НЕКОНСЕРВАТИВНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ АМОРТИЗАТОРОВ

М.Г. Грубель, Р.А. Нанивский, М.Б. Сокил

В данной статье разработана методика исследования влияния силовых характеристик системы подрессоривания боевых колесных машин на поперечные колебания подрессоренной части, а от так – эффективность ведения огня с ходу с стационарно установленного стрелкового оружия. Проводя анализ системы подрессоривания боевых колесных машин, хотелось бы отметить, что улучшение силовых характеристик системы подрессоривания, повышение устойчивости ее движения и уменьшения влияния колебаний на экипаж в сегодняшних условиях является актуальной задачей. Именно характеристика система подрессоривания боевых колесных машин, служит для защиты экипажа, грузов и оборудования от чрезмерных перегрузок, обусловленных их движением по пути с неровностями или по пересеченной местности. Ее параметры выбирают по допустимой интенсивности и характеру колебаний подрессоренной части (кузова) и колес, которые возникают во время его движения по пересеченной местности. Для таких машин система подрессоривания с линейным или близким к нему законом изменения восстановительной силы не предоставляет надлежащей защиты от значительных перегрузок (в частности мгновенных) экипажа, но и приводит к их значительной усталости во время длительных перевозок в условиях пересеченной местности. Как показывают экспериментальные и отдельные теоретические исследования силовых характеристик системы подрессоривания, упругая сила, действующая на подрессоренную массу, должна быть малой для незначительных деформаций амортизаторов и стремительно расти при значительных. В статье показано, что величина рассеивания обусловлена указанными колебаниями подрессоренной части возрастает, причем для случая прогрессивной силовой характеристики упругих амортизаторов при движении вдоль пути с единичными неровностями величина области рассеяния является большей, чем для регрессивной.

Ключевые слова: *система подрессоривания, боевая колесная машина, амплитуда, частота колебаний.*