

О.А. Вишневський, О.С. Давидов

Київський національний авіаційний університет, Київ

НЕТРАДИЦІЙНИЙ СПОСІБ АПРОКСИМАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ АБРАЗИВНОГО ЗНОШУВАННЯ

Розглядаються експериментальні залежності абразивного зносу поверхонь мідних та сталевих матеріалів нежорстко закріпленими абразивними частинками та пропонується нетрадиційний вдосконалений спосіб їх апроксимації підвищеної точності. Запропонований алгоритм знаходження оптимальної апроксимуючої функції для процесів тертя та зношування дає можливість на ранніх стадіях обґрунтовано і найбільш точно прогнозувати термін зношування деталей або їх покриттів, а також призначати періоди проведення регламентних робіт.

Ключові слова: апроксимація залежностей, абразивний знос, математичне моделювання, середні величини, алгоритм пошуку апроксимуючої функції.

Вступ

Загальна постановка проблеми та її зв'язок з науково-практичними задачами. Абразивне зношування є одним з розповсюджених видів пошкоджуваності елементів авіаційних конструкцій, деталей вузлів тертя автомобілів, деталей сільськогосподарських, будівельних, гірських і інших машин шляхом попадання на їх поверхні в процесі експлуатації часток мінерального походження SiO_2 , глинозему, гірських порід, продуктів зносу поверхонь самих деталей з виступами шорсткостей більш твердих поверхонь з їх твердими структурними складовими (оксидні плівки та ін.)

Витрати, пов'язані з тертям та зносом деталей машин, оцінюють у 3–5 % валового національного продукту, а енергія, що задіяна на компенсацію сил тертя, складає 25 % [1]. За 50 років поняття трибології стало охоплювати всі ланки діяльності людини [2]. У зв'язку з цим виникає необхідність розробки прискорених методик і критеріїв оцінки процесів зношування матеріалів і їхніх покриттів, визначення виду апроксимуючих функцій експериментальних залежностей процесу абразивного зношування з метою визначення порівняльних характеристик їхніх механічних властивостей і показників, а також всебічного дослідження на основі використання математичних методів моделювання процесів абразивного зношування поверхонь деталей.

Огляд публікацій та аналіз невирішених проблем. Види і механізми абразивного зношування конструкційних матеріалів описані в роботах [3–4]. Дослідники відзначають розмаїтість факторів, що визначають той або інший вид зношування і механізм його розвитку. В основі механізму цього процесу лежить взаємодія абразивної частинки з металом, що складається з двох етапів: 1) укорінення абразивної частинки в метал; 2) поступальне переміщення її уздовж поверхні. У більшості випадків дослідження проводили на залізобетонних спла-

вах. Питання дослідження властивостей покриттів, нанесених на різні сталі, на сьогодні ще недостатньо широко вивчені.

Прогрес в науковому приладобудуванні і техніки трибо випробувань зробив можливість швидкої оцінки технічних рішень [5]. Дисципліни трибології та триботехніки присутні у програмах провідних світових університетів [6–7].

Відомо, що задачі на встановлення зв'язку між ваговим зносом і максимальною глибиною лунки або зносом і площею поверхні лунки не знаходили рішення дослідниками. У роботі зроблена спроба знайти розв'язок цієї задачі. Однак отриманий результат виявився громіздким і незручним у використанні.

Використання математичного моделювання та математичної обробки результатів експерименту прогнозує фрикційне зчеплення в дисперсних пресматеріалах [8]. Мікронерівності шорсткої поверхні моделюються сферами. Для моделювання бажано додати елементи математичної обробки результатів експериментів [9–10] У ній не вказані методи побудови універсальної моделі для всіх матеріалів, тобто відсутній універсальний узагальнений принцип побудови моделі абразивного зношування.

В роботі [11] показано зв'язок теоретичних побудов з результатами експериментів. В роботі [12], на основі моделювання абразивного зношування, розглянута можливість прогнозування величини зносу матеріалів незакріпленим абразивом. У цьому зв'язку виникає необхідність створення універсальної і узагальненої моделі, яка повинна враховувати вплив багатьох характерних факторів на процес зношування. Зрозуміло, що для моделювання процесів абразивного зносу, проведення порівняльного аналізу та оцінки матеріалів і покриттів на абразивну зносостійкість необхідно мати точні види апроксимуючих функцій експериментальних залежностей з допомогою яких можна підтвердити або заперечити вірність моделювання.

Мета статті. В даній роботі пропонується спосіб, який полегшує процес визначення оптимального виду апроксимуючих функцій експериментальних залежностей абразивного зносу та значно підвищує точність їх апроксимації, що, в свою чергу, дає можливість підвищити якість прогнозування зносостійкості матеріалів та покриттів при різних умовах експлуатації елементів конструкцій.

Основний розділ

Для перевірки способу були проведені експериментальні випробування ряду матеріалів на абразивну зносостійкість на машині тертя Брінеля.

Для інженерної практики необхідно прогнозувати величину зносу як при дії абразивних частинок різної твердості і розмірів, так і при зміні швидкості їх переміщення по поверхні матеріалів, а також від протяжності шляху тертя та зусиль взаємодії частинки з поверхнею матеріалів.

На рис. 1 показані експериментальні залежності вагового зносу від протяжності шляху тертя для двох матеріалів, які відрізняються своєю твердістю. Наведені експериментальні залежності отримані при умовах стандартного навантаження ($P_0=44,1\text{Н}$) згідно з ГОСТ 23.208-79.

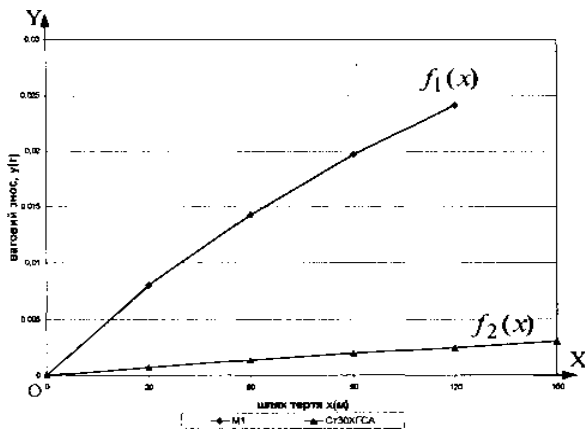


Рис. 1. Експериментальні залежності вагового абразивного зносу поверхонь матеріалів від величини шляху тертя для наступних матеріалів:

а – для міді МІ ($f_1(x)$);

б – для Ст. 30 ХГСА нормалізованої ($f_2(x)$)

Співвідношення між величиною вагового абразивного зносу поверхонь матеріалів підтверджується відповідними значеннями твердості даних матеріалів, наведених у табл. 1. (виміри твердості проводилися на приладі ТШ-2М)

При цьому, застосування методу найменших квадратів для апроксимації експериментальних залежностей алгебраїчними поліномами базується на знаходженні коефіцієнтів полінома A_0, A_1, A_2, \dots [6].

$$Y=A_0+A_1x+A_2x^2+\dots+A_mx^m. \quad (1)$$

Таблиця 1

Значення твердості матеріалів

| Марка матеріалу | Стан | HB(d) мм | HB 5/750 |
|-----------------|---------------|----------|----------|
| Мідь МІМ | | 3,95 | 78,3 |
| 30 ХГСА | Нормалізована | 2,05 | 217 |

Коефіцієнти $A_0+A_1+A_2+\dots+A_m$ дають змогу визначити при яких крива (1) найближче проходить від усіх n заданих точок $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,(x_n,y_n)$, отриманих експериментально. Число n повинно бути зазначено більш ніж $m+1$, тому не можна знайти таку криву яка проходила через усі задані точки.

Значення коефіцієнтів $A_0+A_1+A_2+\dots+A_m$ можна знайти, розв'язуючи лінійну систему рівнянь (2)

$$\begin{cases} nA_0+[x]A_1+[x^2]A_2+\dots+[x^m]A_m=[y]; \\ [x]A_0+[x^2]A_1+[x^3]A_2+\dots+[x^{m+1}]A_m=[xy]; \\ [x^2]A_0+[x^3]A_1+[x^4]A_2+\dots+[x^{m+2}]A_m=[x^2y]; \\ \dots\dots\dots \\ [x^m]A_0+[x^{m+1}]A_1+[x^{m+2}]A_2+\dots+[x^{2m}]A_m=[x^m y], \end{cases} \quad (2)$$

де $[x]=x_1+x_2+\dots+x_n$; $[x^m]=x_1^m+x_2^m+\dots+x_n^m$;

$[x^m y]=x_1^m y_1+x_2^m y_2+\dots+x_n^m y_n$.

За допомогою методу скінчених різниць визначаємо степінь полінома $m=3$, який найкращим чином апроксимує результати досліджень зношування робочих поверхонь деталей і графік на рис. 1.

Тоді матриці для обчислення коефіцієнтів апроксимуючого поліному (1) для визначення величини абразивного зносу для мідних зразків

$$f(t)=A_0+A_1t+A_2t^2+A_3t^3+A_4t^4 \quad (3)$$

мають наступний вигляд (4–5):

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 30 & 270 & 2700 & 28674 \\ 30 & 270 & 2700 & 28674 & 315900 \\ 270 & 2700 & 28674 & 315900 & 3564810 \\ 2700 & 28674 & 315900 & 3564810 & 41179023 \\ 28674 & 315900 & 3564810 & 41179023 & 47471469 \end{pmatrix}; \quad (4)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0,0662 \\ 0,5775 \\ 5,6673 \\ 59,4837 \\ 650,2437 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Коефіцієнти A_0, A_1, \dots, A_4 знайдемо з розв'язку матричного рівняння (7)

$$A \cdot X = B; \quad (6)$$

$$X = \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix}; \quad X := A^{-1} \cdot B; \quad \text{де маємо}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0,0000421 \\ 0,0028627 \\ -0,0000846 \\ 7,3349884 \cdot 10^{-7} \\ 3,4115714 \cdot 10^{-8} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

З врахуванням (4–7) апроксимуючий поліном буде мати наступний вигляд (8):

$$f_1(t) = 3,4115714 \cdot 10^{-8} \cdot t^4 + 7,3349884 \cdot 10^{-7} \cdot t^3 - 0,0000846 \cdot t^2 + 0,0028627 \cdot t + 0,0000421. \quad (8)$$

Для переходу до початкового аргументу x робимо заміну (4).

Тоді

$$f_1(x) = 3,4115714 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 7,3349884 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 - 0,0000846 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 + 0,0028627 \cdot x + 0,0000421.$$

Знайдемо середньоквадратичну похибку δ апроксимації кривої (3) на рис. 2.

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i^2}{n}}, \text{ де } \varepsilon = y_{\text{експерим.}} + y_{\text{апроксим.}}; \delta_1 = 0,0000625.$$

Апроксимація функцій алгебраїчними поліномами в класичній формі методом найменших квадратів потребує значного об'єму обчислень і часу.

Обчислення значно спрощуються, якщо апроксимуюча функція буде знайдена за допомогою програми "Mathcad-2001".

У зв'язку з цим розглянемо визначення видів апроксимуючих функцій до залежностей величин вагового зносу поверхні сталевих та мідних зразків від шляху тертя показаних на рис. 1.

Апроксимуюча функція залежності вагового зносу від шляху тертя для сталі 30 ХГСА нормалізованої має вигляд (7)

$$f_3(x) := -9,92063 \times 10^{-7} + 2,94268 \times 10^{-5} \cdot x - 1,89429 \times 10^{-7} \cdot x^2 + 1,80898 \times 10^{-9} \cdot x^3 - 6,43004 \times 10^{-12} \cdot x^4.$$

Відповідна середньоквадратична похибка $\delta_3 \approx 0,000005773$.

Виконаємо обчислення для мідних зразків при даних (12) при точності 10^{-15}

$$\text{data} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0.0080 \\ 60 & 0.0143 \\ 90 & 0.0197 \\ 120 & 0.0242 \end{pmatrix};$$

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}; \quad S := \text{linf it}(X, Y, F);$$

$$S = \begin{pmatrix} 0,000011428571441 \\ 0,000294682539683 \\ -0,000001071428571 \\ 0,000000002469136 \end{pmatrix},$$

де апроксимуюча функція має вигляд (12):

$$f_2(x) := 0,000011428571441 + 0,000294682539683x - 0,000001071428571x^2 + 0,000000002469136x^3. \quad (9)$$

При цьому середньоквадратична похибка δ апроксимації становить $\delta \approx 0,000042761793695$.

Порівнюючи похибку δ_2 і попередні, можна зробити висновок, що остання апроксимація майже поступається їй і вища за точність вимірювання маси.

Для підвищення точності апроксимуючої функції розглянемо інші її складові компоненти.

При тих самих даних (8) нехай

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ \ln(x+1) \end{pmatrix}, \text{ тоді } S = \begin{pmatrix} 0,000000154545232 \\ 0,000245431417031 \\ -0,00000046679116 \\ 0,000306985138846 \end{pmatrix},$$

а апроксимуюча функція має вигляд (13)

$$f_3(x) := 0,000000154545232 + 0,000245431417031 \cdot x - 0,00000046679116 \cdot x^2 + 0,000306985138846 \cdot \ln(x+1). \quad (10)$$

Величина середньоквадратичної похибки $\delta_3 = 0,000005$ на порядок менша за δ_2 . Цю точність можна збільшити.

Для знаходження оптимальних компонент апроксимуючої функції розглянемо удосконалений нами спосіб, який значно підвищує точність апроксимації і вибору виду емпіричної залежності.

Для цього розглянемо особливий клас монотонних двопараметричних функцій $f(x, a, b)$.

Нехай ці функції будуть визначені одним із наступних рівнянь (11–14)

$$y = (ax^p + b)^{\frac{1}{q}}, \text{ якщо } p \neq 0, q \neq 0; \quad (11)$$

$$y = (a \ln x + b)^{\frac{1}{q}}, \text{ якщо } q \neq 0; \quad (12)$$

$$y = e^{ax^p} + b, \text{ якщо } p \neq 0; \quad (13)$$

$$y = bx^q. \quad (14)$$

Як видно функції (11–14) об'єднані за формою в один клас.

$$M_{Z(t)} = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Z_k^t \right)^{\frac{1}{t}}. \quad (15)$$

Для визначення середнього гармонічного формула має вигляд (16)

$$H_z = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right) \right)^{-1} = M_z(-1), \quad (16)$$

а для середнього геометричного (17)

$$G_z = (z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n)^{\frac{1}{n}} = \lim_{t \rightarrow 0} M_z(t) = M_z(0). \quad (17)$$

Відповідно формули для обчислення значень середнього арифметичного мають вигляд (18)

$$A_z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} = M_z(1), \quad (18)$$

а для обчислення середнього квадратичного (19):

$$S_z = \sqrt{\frac{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2}{n}} = M_z(2). \quad (19)$$

Розглянемо наступні класи середніх величин (20)

$$K_z = \sqrt[3]{\frac{z_1^3 + z_2^3 + \dots + z_n^3}{n}} = M_z(3) \quad (20)$$

і при $t = -2$ маємо

$$F_z = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \dots + \frac{1}{z_n^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}} = M_z(-2). \quad (21)$$

При цьому має місце співвідношення між вище визначеними середніми додатніх величин за формулами (16–19):

$$\min z \leq F_z \leq H_z \leq G_z \leq A_z \leq S_z \leq K_z \leq \max z.$$

Визначимо основну властивість класу функцій (11–14), яка полягає у рівності значення функції від узагальненого середнього від p узагальненому середньому від q .

$$f(M_x(p)) = M_y(q).$$

Для функції $y = bx^q$ p і q візьмемо рівними нулю. Отримаємо $f(M_x(0)) = M_y(0)$, аналогічно можна показати, що $f(G_x) = G_y$.

Розглянемо даний клас функцій зі змінними p і q , які будуть приймати значення $-2; -1; 0; 1; 2; 3$, а потім визначимо 25 різних функцій, які часто використовуються у інженерній практиці при моделюванні різних процесів. Види запропонованих нами функцій і функцій, взятих з роботи [13], зведені в табл. 2.

Таблиця 2

Види функцій

| № | $y = f(x, a, b)$ | p | q | $M_x(p)$ | $M_y(q)$ |
|----|-------------------|-----|-----|----------|----------|
| 1 | $ax + b$ | 1 | 1 | A_x | A_y |
| 2 | ba^x | 1 | 0 | A_x | G_y |
| 3 | $1/(ax + b)$ | 1 | -1 | A_x | H_y |
| 4 | $A \ln x + b$ | 0 | 1 | G_x | A_y |
| 5 | $b + a/x$ | -1 | 1 | H_x | A_y |
| 6 | bx^a | 0 | 0 | G_x | G_y |
| 7 | $x/(bx + a)$ | -1 | -1 | H_x | H_y |
| 8 | $\frac{1}{ba^x}$ | -1 | 0 | H_x | G_y |
| 9 | $1/(a \ln x + b)$ | 0 | -1 | G_x | H_y |
| 10 | $ax^2 + b$ | 2 | 1 | S_x | A_y |

Закінчення табл. 2

| | | | | | |
|----|-------------------------|----|----|-------|-------|
| 11 | ba^{x^2} | 2 | 0 | S_x | G_y |
| 12 | $1/(ax^2 + b)$ | 2 | -1 | S_x | H_y |
| 13 | $\sqrt{ax^2 + b}$ | 2 | 2 | S_x | S_y |
| 14 | $\sqrt{ax + b}$ | 1 | 2 | A_x | S_y |
| 15 | $\sqrt{a \ln x + b}$ | 0 | 2 | G_x | S_y |
| 16 | $\sqrt{a/x + b}$ | -1 | 2 | H_x | S_y |
| 17 | e^{ax+b} | 1 | 0 | A_x | G_y |
| 18 | e^{ax^2+b} | 2 | 0 | S_x | G_y |
| 19 | $\sqrt[3]{ax^2 + b}$ | 2 | 3 | S_x | K_y |
| 20 | $\sqrt[3]{ax + b}$ | 1 | 3 | A_x | K_y |
| 21 | $\sqrt[3]{a \ln x + b}$ | 0 | 3 | G_x | K_y |
| 22 | $\sqrt[3]{a/x + b}$ | -1 | 3 | H_x | K_y |
| 23 | $ax^3 + b$ | 3 | 1 | K_x | A_y |
| 24 | e^{ax^2+b} | 3 | 0 | K_x | G_y |
| 25 | $\sqrt[3]{a/x^2 + b}$ | -2 | 3 | F_x | K_y |

Для визначення оптимальної апроксимуючої формули треба відмітити параметри p і q на рис. 3 і відповідні середні

$$F_x, H_x, G_x, A_x, S_x, K_x, F_y, H_y, G_y, A_y, S_y, K_y.$$

Після цього на відповідних координатних осях треба провести через них прямі лінії, паралельні осям. Ці лінії перетнуться в тридцяти шести точках, кожна з яких відповідає одній із наведених в табл. 2 функцій.

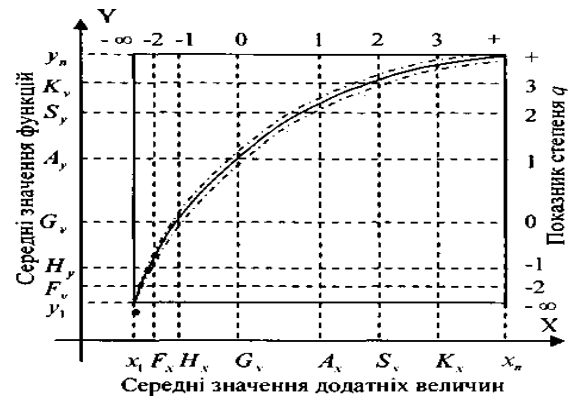


Рис. 2. Алгоритм знаходження оптимальної апроксимуючої функції

За наведеним алгоритмом визначимо оптимальну компоненту для експериментальної залежності абразивного зносу поверхні мідного зразка $f_1(x)$ на рис. 1.

Знайдемо $A_x, A_y, G_x, G_y, S_x, S_y$. Нанесемо отримані значення на вісі OX і OY на рис. 3. Проведемо графік експериментальної залежності $f_1(x)$.

Знаходимо точки перетину прямих $y = S_y$, $y = A_y$, $x = S_x$, $x = A_x$. Серед чотирьох точок пе-

ретину цих прямих P_1, P_2, P_3, P_4 шукаємо точку P найближчу до графіка експериментальної залежності, яка розташована на перетині прямих $y = S_y, y = A_y, x = S_x, x = A_x$.

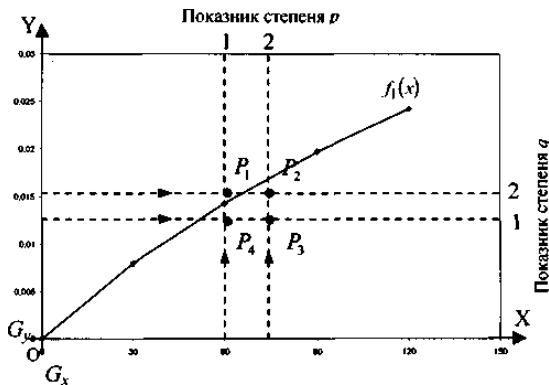


Рис. 3. Метод знаходження оптимальних компонент апроксимуючої функції.

За табл. 2 визначаємо оптимальну компоненту $\sqrt{ax + b}$ для апроксимуючої функції, де $p=1$, а $q=2$. Для визначення параметра b скористуємося тим фактом, що графік проходить через точку $(0;0)$, тобто $b=0$.

Коефіцієнт a буде знайдений за допомогою програми "Mathcad-2001".

При реалізації даного метода знайшли оптимальну компоненту $x\sqrt{\frac{1}{2}}$ та x , тобто

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^{1/2} \end{pmatrix}, \text{ а } S = \begin{pmatrix} 3,1342585 \times 10^{-7} \\ 0,000229 \\ -4,3865154 \times 10^{-7} \\ 0,0002776 \end{pmatrix},$$

де апроксимуюча функція має вигляд

$$f_4(x) := 3,1342585 \times 10^{-7} + 0,000229 \cdot x - 4,3865154 \times 10^{-7} \cdot x^2 + 0,0002776 \cdot x^{1/2}. \quad (22)$$

При цьому середньоквадратична похибка становить $\delta_4 \approx 0,000007081525259$.

Порівнюючи похибки бачимо, що точність апроксимації за функцією (22) підвищилась на порядки в порівнянні δ_4 з δ_2 .

Для значного підвищення точності апроксимації необхідно включати у склад апроксимуючої функції тільки ті компоненти, які можна знайти за новим запропонованим алгоритмом (рис. 2)

$$f(x) = \begin{pmatrix} x^{1/2} \\ x^{2/3} \\ x \\ x^2 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти апроксимуючої функції показує матриця S .

$$S = \begin{pmatrix} 0,001075360784466 \\ 0,000304601392055 \\ -0,000678576681345 \\ -0,000000529388364 \end{pmatrix}.$$

Оптимальна апроксимуюча функція для процесу абразивного зносу мідних зразків буде мати наступний вигляд

$$f(x) = 0,001075360784466 \cdot x^{1/2} + 0,000304601392055 \cdot x - 0,000678576681345 \cdot x^{2/3} - 0,000000529388364 \cdot x^2.$$

Похибка оптимальної апроксимації $\delta \approx 0,00000000002873$, що в мільйон разів перевищує точність реалізації програмою "Mathcad-2001" апроксимації розглянутої залежності алгебраїчним поліномом. При використанні нового алгоритму пошук компонент для оптимальної апроксимуючої функції залежності абразивного зносу сталі 30ХГСА від шляху тертя, за алгоритмом (рис. 2) маємо оптимальні компоненти, в порівнянні з класичним поліномом

$$F(x) = \begin{pmatrix} x^{1/2} \\ x^{2/3} \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти оптимальної функції можна знайти через матрицю S

$$S = \begin{pmatrix} -0,004247324827642 \\ 0,003865537954231 \\ -0,000476207136139 \\ 0,000001166442304 \\ -0,000000002643942 \end{pmatrix}.$$

Оптимальна апроксимуюча функція прийме вигляд

$$f(x) = -0,004247324827642 \cdot x^{1/2} + 0,003865537954231 \cdot x^{2/3} - 0,000476207136139 \cdot x + 0,000001166442304 \cdot x^2 - 0,000000002643942 \cdot x^3.$$

При апроксимації отримуємо похибку $\delta \approx 0,000000000585302$.

Висновки

В даній роботі розглянуто прийоми, які полегшують процес визначення виду оптимальної апроксимуючої функції експериментальних залежностей процесів абразивного зношування з нежорстко закріпленими частинками.

На основі отриманих оптимальних апроксимуючих функцій експериментальних залежностей показано значне збільшення точності моделювання процесу абразивного зношування, що дає можли-

вість на ранніх стадіях обґрунтовано і найбільш точно прогнозувати термін зношування деталей або його покриттів, а також призначати періоди проведення регламентно-ремонтних робіт.

В результаті порівняння точностей виконаних апроксимацій в даній роботі та за відомим методом

найменших квадратів можна констатувати, що розглянутий нами удосконалений підхід апроксимування експериментальних залежностей абразивного зношування поверхонь деталей при нежорстко закріплених абразивних частинках підвищує точність на порядок і більше.

Список літератури

1. Holmberg K. GlobalEnergy Consumption due to Friction in Passenger Car / K. Holmberg, P. Andersson, A. Erdemir // *Tribology International*. – 2012. – № 47. – P. 221-234.
2. Jost P. Brief Notes / P. Jost // *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*. – London, IMechE, 2016. – P. 35-37.
3. Spikes H. Liquid Lubrication Research: 1966 to the Present Day / H. Spikes // *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*. – London, IMechE, 2016. – 287 p.
4. Cann P. Biotribology: Opportunities and Challenges / P. Cann // *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*. – London, IMechE, 2016. – 257 p.
5. Gee M. Measurement in Tribology / M. Gee // *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*. – London, IMechE, 2014. – 257 p.
6. Свириденко А.И. Актуальные направления развития трибологии на страницах журнала / А.И. Свириденко, Н.К. Мушкин, И.Р. Ковалева // *Трение и износ*. – 2015. – № 6. – С. 591-594.
7. Jane, Q., Wang, Chung *Encyclopedian of Tribology*. – New York: Springer, 2013. – 385 p.
8. Крупиц Б. Naciski na scianki formy zamknietej podczas zageszczania mieszanki wapienno-piaskowej / Б. Крупиц, В. Тарасюк // *Трибология*. – 2011. – № 6. – С. 125-131.
9. Демкин Н.Б. Некоторые результаты моделирования контакта шероховатых поверхностей / Н.Б. Демкин, В.В. Измайлов // *Межвуз. сб. научн. тр. Tver' TGTU*. – 2009. – № 2. С. 29-35.
10. Жесткость упругопластического контакта деталей машин: моногр. / М.М. Матлин, А.И. Мозгунова, Е.Н. Казанкина, В.А. Казанкин. – М.: Машиностроение, 2015. – 423 с.
11. Кузьменко А.Г. Теоретические основы и экспериментальная реализация метода испытаний на абразивный износ с определением параметров моделей изнашивания по схеме Malysheva-Vellingera-Uettsa / А.Г. Кузьменко, О.А. Вишнеvский // *Вісник Хмельницького національного університету. Серія технічні науки*. – 2011. – № 3. – С. 7-19.
12. Кузьменко А.Г. Моделирование и прогнозирование изнашивания материалов незакрепленным абразивом / А.Г. Кузьменко, И.П. Белокур, О.А. Вишнеvский // *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. – 2013. – С. 20-25.
13. Poljaev Viktor. Choice of optimum form of the relation between two variables / Viktor Poljaev // *Proceeding of 10th ICGG*. – Kyiv, 2002. – С. 226-227.

References

1. Holmberg, K., Andersson, P. and Erdemir, A. (2012), *GlobalEnergy Consumption due to Friction in Passenger Car*, *Tribology International*, No. 47, pp. 221-234.
2. Jost, P. (2016), *Brief Notes*, *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*, IMechE, London, pp. 35-37.
3. Spikes, H. (2016), *Liquid Lubrication Research: 1966 to the Present Day*, *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*, London, IMechE, 287 p.
4. Cann, P. (2016), *Biotribology: Opportunities and Challenges*, *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*, London, IMechE, 257 p.
5. Gee, M. (2014), *Measurement in Tribology*, *Int Conf “50” Anniversary of the “Jost Report”*, IMechE, London, 257 p.
6. Sviridenok, A.I., Myshkin, N.K. and Kovaleva, I.N. (2015), “Aktual'nyye napravleniya razvitiya tribologii na stranitsakh zhurnala “Treniye i iznos” [Actual trends in the development of tribology in the pages of the journal Friction and Wear], *Treniye i iznos*, No. 6, pp. 591-594.
7. Jane, Q., Wang, Chung (2013), *Encyclopedian of Tribology*, Springer, New York, 385 p.
8. Krupicz, B. and Tarasiuk, W. (2011), *Naciski na scianki formy zamknietej podczas zageszczania mieszanki wapienno-piaskowej*, *Tribologia*, No. 6, pp.125-131.
9. Demkin, N.B. and Izmaylov, V.V. (2009), “Nekotoryye rezultaty modelirovaniya kontakta sherokhovatykh poverkhnostey”, *Mekhanika i fizika protsessov na poverkhnosti v kontakte tverdykh tel, detaley tekhnologicheskogo i energeticheskogo oborudovaniya* [Some Results of Modeling Contact of Rough Surfaces, “Mehanika and physics of surface processes in the contact of solids, details of technological and power equipment], *Mezhvuz. sb. nauch. tr.*, Tver' TGTU, No. 2, pp. 29-35.
10. Matlin, M.M., Mozgunova, A.I., Kazankina, Ye.N. and Kazankin, V.A. (2015), “Zhestkost' uprugoplasticheskogo kontakta detaley mashin: monografiya” [Stiffness of the elastoplastic contact of machine parts: monograph], *Mashinostroyeniye*, Moscow, 423 p.
11. Kuz'menko, A.G. and Vishnevskiy, O.A. (2011), “Teoreticheskiye osnovy i eksperimental'naya realizatsiya metoda ispytaniy na abrazivnyy iznos s opredeleniyem parametrov modeley iznashchivaniya po skheme Malysheva-Vellingera-Uettsa” [Theoretical foundations and experimental implementation of the test method for abrasive wear with the definition of the parameters of the models of the Malyshev-Wellinger-Wetzes pattern], *Visnik Khmel'nits'kogo natsional'nogo universitetu. Seriya tekhnichni nauki*, No 3, pp. 7-19.

12. Kuz'menko A.G., Bilokur, I.P. and Vishnevskiy, O.A. (2013), "Modelirovaniye i prognozirovaniye iznashivaniya materialov nezakreplennym abrazivo" [Modeling and forecasting of wear of materials by loose abrasive], *Vostochno-evropeyskiy zhurnal peredovikh tekhnologii. Prikladnaya mekhanika*, pp. 20-25.

13. Poljaev Viktor (2002), Choice of optimum form of the relation between two variables, *Proceeding of 10th ICGG*, Kyiv, Ukraine, p. 226-227.

Надійшла до редколегії 12.03.2018

Схвалена до друку 17.04.2018

Відомості про авторів:

Вишневський Олег Анатолійович

викладач Промислово-Економічного коледжу
Національного авіаційного університету,
Київ, Україна
e-mail: vishn57@gmail.com.

Давидов Олександр Сергійович

кандидат технічних наук доцент
Національного авіаційного університету,
Київ, Україна
e-mail: Davydov0508@gmail.com

Information about the authors:

Vishnevsky Oleg Anatoliyovich

Instructor of the Industrial and Economic College
of the National Aviation University,
Kyiv, Ukraine
e-mail: vishn57@gmail.com.

Davydov Alexander Sergeevich

Candidate of Technical Sciences Senior Lecturer
of the National Aviation University,
Kyiv, Ukraine
e-mail: Davydov0508@gmail.com

**НЕТРАДИЦИОННЫЙ СПОСОБ АППРОКСИМАЦИИ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ АБРАЗИВНОГО ИЗНАШИВАНИЯ**

О.А. Вишнеvский, А.С. Давыдов

Рассматриваются экспериментальные зависимости абразивного износа поверхности медных и стальных материалов нежёстко закрепленными абразивными частицами и предлагается нетрадиционный усовершенствованный способ их аппроксимации повышенной точности. В данном методе задействованы все виды средних величин: среднее арифметическое; среднее геометрическое; среднее квадратичное; среднее гармоничное и так далее. Рассмотрены базисные компоненты аналитической зависимости величины износа в виде таблицы основных функций, из которых формируется аппроксимирующая функция. Указаны основные правила применения самого алгоритма на конкретном примере зависимости износа поверхности стальных и медных материалов нежёстко закрепленными абразивными частицами.

Предложенный алгоритм нахождения оптимальной аппроксимирующей функции допускает автоматизацию самого поиска с помощью компьютерного программирования и даёт возможность на ранних стадиях обосновано и наиболее точно прогнозировать срок изнашивания деталей или их покрытий, а также назначать периоды проведения регламентных работ.

Прогнозирование сроков изнашивания деталей машин играет ключевую роль в безопасности и эффективности использования гражданской и военной техники. Рассмотренная методика будет играть существенную роль в повышении эффективности производства.

Ключевые слова: аппроксимация зависимостей, абразивный износ, математическое моделирование, средние величины, алгоритм поиска аппроксимирующей функции.

**AN UNCONVENTIONAL METHOD FOR APPROXIMATING
EXPERIMENTAL DEPENDENCES OF ABRASIVE WEAR**

O. Vishnevsky, A. Davydov

Experimental dependences of abrasive wear of a surface of copper and steel materials are considered by nonrigidly fixed abrasive particles and the nonconventional advanced way of their approximation of the increased accuracy is offered. All types of average sizes are involved in this method: arithmetic average; geometrical average; square average; average harmonious and so on. Basic components of analytical dependence of size of wear in the form of the table of the main functions of which the approximating function is formed are considered. The basic rules of application of the algorithm on a concrete example of dependence of wear of a surface of steel and copper materials are specified by nonrigidly fixed abrasive particles.

The offered algorithm of finding of the optimum approximating function allows automation of the search by means of computer programming and gives the chance at early stages is proved and most precisely to predict the term of wear of details or their coverings and also to appoint the periods of carrying out scheduled works.

Forecasting of terms of wear of details of cars plays a key role in safety and efficiency of use of civil and military equipment. The considered technique will play an essential role in increase in production efficiency.

Keywords: approximation of dependences, abrasive wear, mathematical modeling, average sizes, algorithm of search of the approximating function