

УДК 624.072.002.2

## Расчет стержневых элементов при сжатии с эксцентриситетом в двух плоскостях

<sup>1</sup>Голоднов А.И., д.т.н, <sup>2</sup>Балашова О.С., аспирант

<sup>1</sup>ОАО «УкрНИИпроектстальконструкция им. В.Н. Шимановского», Украина

<sup>2</sup>Донбасский государственный технический университет, Украина

**Анотація.** Розроблена методика визначення несучої здатності стислих зварних елементів двотаврового і коробчастого профілю з урахуванням впливу залишкових напружень. Розглядаються сталеві елементи, схильні до осевого стиснення з вигином в одній або двох площинах. Запропонована інженерна методика розрахунку, що враховує можливість просторової форми втрати стійкості.

**Аннотация.** Разработана методика определения несущей способности сжатых сварных элементов двутаврового и коробчатого профиля с учетом влияния остаточных напряжений. Рассматриваются стальные элементы, подверженные осевому сжатию с изгибом в одной или двух плоскостях. Предложена инженерная методика расчета, учитывающая возможность пространственной формы потери устойчивости.

**Abstract.** The method of determination of bearing strength of the compressed welded elements of double-T and box-type type is developed taking into account influence of residual stresses. Steel elements, subject to the axial compression with a bend in one or two planes, are examined. The engineering method of calculation, taking into account possibility of spatial form of loss of stability, is offered.

**Ключевые слова:** стальные конструкции, остаточные напряжения, регулирование, устойчивость.

**Введение. Постановка проблемы.** Как известно, технологические процессы изготовления стальных конструкций сопровождаются локальным термическим разогревом (сварка, резание с применением высокотемпературного нагревания, нагрев и т.п.) и вызывают появление остаточного напряженного состояния (ОНС). Металл при разогреве удлиняется, а «холодный» металл, окружающий зону разогрева, препятствует температурной деформации отдельных участков. В результате таких воздействий возникают локальные пластические деформации и создаются остаточные сварочные напряжения и деформации. Эти напряжения не связаны с действием внешних сил, являются внутренними собственными напряжениями первого рода, уравниваемыми в объеме элемента и вызывающими его деформацию [1].

Требования к несущей способности, деформативности, долговечности и надежности элементов и конструкций при одновременном уменьшении металлоемкости возрастают и вызывают необходимость анализа их ОНС с учетом технологии изготовления и условий эксплуатации. Несмотря на

успехи в развитии современных методов строительной механики, теории упругости и пластичности, механики разрушения и численных методов с использованием вычислительной техники, число задач, имеющих точное решение, ограничено и не удовлетворяет запросы инженерной практики.

Экспериментально подтверждено снижение несущей способности сжатых сварных двутавровых элементов до 37 %. Неблагоприятное влияние ОН определяет разграничение коэффициентов продольного изгиба для расчета сжатых элементов одного профиля. Различие в величинах коэффициентов продольного изгиба для стальных конструкций двутаврового и Н-образного сечения без ОН и с ОН на кромках поясов свыше 49 МПа может достигать 15...17 % [2]. В нормах проектирования стальных конструкций [3] методика определения коэффициента продольного изгиба не учитывает технологию изготовления конструкций, т.е. наличие ОНС [1]. Для элементов коробчатого сечения данных о количественном влиянии ОНС на несущую способность не приведено.

Целенаправленное создание ОНС в стальных конструкциях, положительно влияющего на их работу под нагрузкой, возможно путем регулирования или предварительного напряжения.

**Цель работы.** Разработка методики расчета стальных сварных элементов двутаврового и коробчатого профиля при сжатии с изгибом в одной или двух плоскостях.

**Основная часть.** В соответствии с требованиями действующих нормативных документов [3] расчет на прочность внецентренносжатых и сжато-изгибаемых элементов по формуле (49) выполнять не требуется при значении приведенного эксцентриситета  $m_{ef} \leq 20$ , отсутствии ослабления сечения и одинаковых значениях изгибающих моментов, принимаемых в расчетах на прочность и устойчивость.

Расчет на устойчивость внецентренносжатых и сжато-изгибаемых элементов выполняется как в плоскости действия момента (плоская форма потери устойчивости), так и из плоскости (изгибно-крутильная форма потери устойчивости).

Расчет на устойчивость внецентренносжатых и сжато-изгибаемых элементов постоянного сечения в плоскости действия момента, совпадающей с плоскостью симметрии, выполняется по формуле:

$$\frac{N}{\varphi_e \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c \cdot \quad (1)$$

В этой формуле коэффициент  $\varphi_e$  для сплошностенчатых элементов опре-

деляется по табл. 74 [3] в зависимости от условной гибкости  $\bar{\lambda}$  и приведенного относительного эксцентриситета  $m_{ef}$ .

Внецентренно сжатые элементы, изгибаемые в плоскости наименьшей жесткости ( $I_y < I_x$  и  $e_y \neq 0$ ), при  $\lambda_x > \lambda_y$  рассчитываются по формуле (1), а также проверяются на устойчивость из плоскости действия момента, как центрально-сжатые элементы по формуле

$$\frac{N}{\varphi_x \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c, \quad (2)$$

где  $\varphi_x$  – коэффициент, принимаемый согласно требований п. 5.3 [3]. При  $\lambda_x \leq \lambda_y$  проверку устойчивости из плоскости действия момента выполнять не требуется.

Значения коэффициентов продольного изгиба определяются по формулам, рекомендуемым действующими нормативными документами [3].

Анализ рекомендуемых нормативными документами [2, 3] методик позволил сделать следующие выводы:

1. Расчетные значения продольной силы  $N$  и изгибающего момента  $M$  принимаются для одного и того же сочетания нагрузок из расчета системы по недеформированной схеме в предположении упругих деформаций стали. Подобное предположение не отвечает фактическим условиям эксплуатации конструкций средних гибкостей ( $60 \leq \lambda \leq 120$ ) как в части недеформирования при нагружении, так и упругой работы материала. Переход к деформированной схеме выполнен путем введения коэффициентов продольного изгиба  $\varphi$  или  $\varphi_e$ , которые зависят от гибкости и приведенного эксцентриситета. Влияние остаточных напряжений (ОН) при расчетах на устойчивость сжатых элементов в должной мере не учитывается.
2. Учитывая изложенное в п. 1.8 [3], расчет на устойчивость необходимо выполнять по деформированной схеме с учетом возможного развития пластических деформаций. Наличие ОН и их влияние на устойчивость может быть учтено путем увеличения или уменьшения коэффициентов  $\varphi$  или  $\varphi_e$  [1].
3. В настоящее время существуют методы расчета двутавровых и тавровых (из спаренных уголков) элементов, подверженных осевому сжатию с

изгибом в плоскости большей или меньшей жесткости [1]. Методы расчета элементов двутаврового и коробчатого сечения при изгибе в двух плоскостях по деформированной схеме с учетом неупругой работы материала и наличия ОН отсутствуют. Такой метод расчета позволит избежать необходимости выбора расчетных усилий, введения поправочных коэффициентов, не всегда учитывающих физическую сущность процессов, и определить НДС элементов из расчета физически и геометрически нелинейной системы.

Принимаются предпосылки и допущения, позволяющие выполнить расчет физически и геометрически нелинейной системы с учетом наличия ОНС [1, 4 – 6]:

1. Рассматриваются только продольные напряжения  $\sigma_x$ . Поперечные напряжения  $\sigma_y$  и касательные  $\tau_{xy}$  считаются равными нулю.
2. Деформации определяются гипотезой плоских сечений.
3. Модуль упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона стали постоянными во всем диапазоне температур.
4. Зависимость предела текучести стали от температуры принимается в соответствии с рис. 1. На этом рисунке:  $T$  – температура нагрева.
5. Материал элементов (сталь) представляет собой однородный упруго-пластический материал (рис. 2). На рис. 2:  $\varepsilon_{el} = R_y / E_s$  – условная максимальная упругая деформация ( $R_y$ ,  $E_s$  – соответственно расчетное сопротивление и модуль упругости стали).

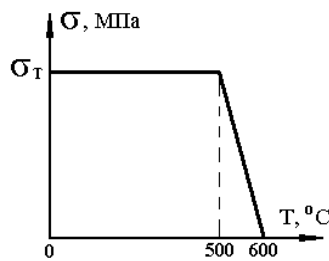


Рис. 1. Зависимость предела текучести стали от температуры [4]

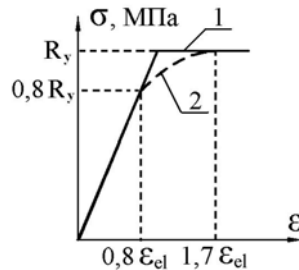


Рис. 2. Диаграммы " $\sigma - \varepsilon$ " стали [9]:  
1 – идеализированная; 2 – унифицированная

6. ОН вследствие прокатки пренебрегают ввиду их относительной малости, сложной и непредсказуемой ориентации.

7. ОНС (эпюры ОД и ОН) принимаются идеализированными. Элемент двутаврового сечения условно расчленяется на составляющие полосы [1, 5]. ОНС определяется как в полосе, сваренной встык (пояса двутавра при сварке поясных швов), так и в полосе с наплавленными валиками на кромках (стенка при сварке поясных швов и пояса при наплавке холостых валиков или термических воздействиях по кромкам). Элемент коробчатого сечения условно расчленяется на составляющие полосы с наплавленными валиками на кромках или наплавленными односторонними швами. ОНС в поясах и стенке двутавровых профилей и в элементах коробчатых профилей при наплавке сварных швов или других видах термических воздействий показано на рис. 3 – 5 [1]. Полосы нагреваются той долей тепла, которая отводится при сварке балки в пояса и стенку. Распределение деформаций после остывания принято по рис. 7.8 [4].

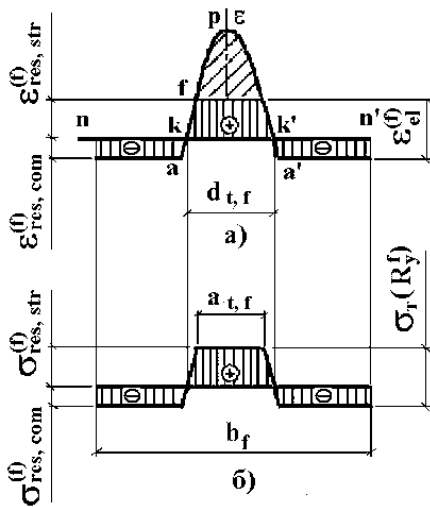


Рис. 3. Идеализированная схема распределения ОД (а) и ОН (б) в поясах двутаврового сечения при сварке поясных швов

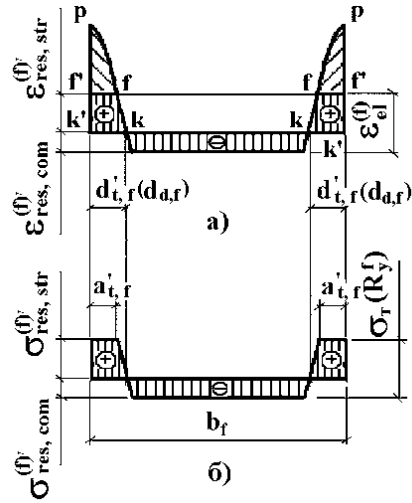


Рис. 4. Идеализированная схема распределения ОД (а) и ОН (б) в поясах двутаврового сечения при наплавке валиков или термических воздействиях на кромках

На этих рис.:  $\varepsilon_{res, str}^{(f)}, \sigma_{res, str}^{(f)}$  – соответственно ОРД и ОРН, возникающие в поясах и элементах коробчатого сечения при сварке поясных швов;  
 $\varepsilon_{res, com}^{(f)}, \sigma_{res, com}^{(f)}$  – соответственно ОСД и ОСН, возникающие в поясах и

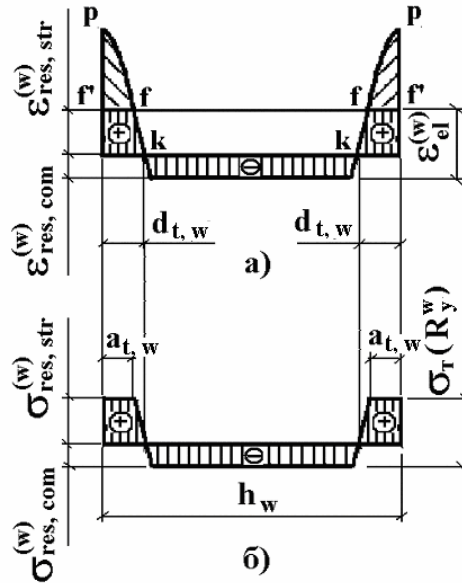


Рис. 5. Идеализированная схема распределения ОД (а) и ОН (б) в стенке двутаврового при сварке поясных швов и в элементах коробчатого сечений

елементах коробчатого сечения при сварке поясных швов;  $\epsilon_{res, str}^{(f)'}$ ,  $\sigma_{res, str}^{(f)'}$  – соответственно ОРД и ОРН, возникающие в поясах и элементах коробчатого сечения при термических воздействиях на кромках;  $\epsilon_{res, com}^{(f)'}$ ,  $\sigma_{res, com}^{(f)'}$  – соответственно ОСД и ОСН, возникающие в поясах и элементах коробчатого сечения при термических воздействиях на кромках;  $\epsilon_{res, str}^{(w)}$ ,  $\sigma_{res, str}^{(w)}$  – соответственно ОРД и ОРН, возникающие в стенке и элементах коробчатого сечения при сварке поясных швов;  $\epsilon_{res, com}^{(w)}$ ,  $\sigma_{res, com}^{(w)}$  – соответственно ОСД и ОСН, возникающие в стенке и элементах коробчатого сечения при сварке поясных швов. Единица измерения напряжений – МПа. Знак «плюс» соответствует растягивающим напряжениям, знак «минус» – сжимающим.

8. Доля тепла, которая отводится при сварке двутаврового профиля в пояса и стенку, определяется по формулам [1, 7]

$$K(f) = \frac{2 \cdot t_f}{2 \cdot t_f + t_w}; \quad (3)$$

$$K(w) = 1 - K(f), \quad (4)$$

где  $t_f$ ,  $t_w$  – толщины соответственно поясов и стенки.

9. При вытяжке поясов способом упреждающего разогрева [8] в двутавровом сечении возникает распределение ОНС, идеализированный вид которого приведен на рис. 6.

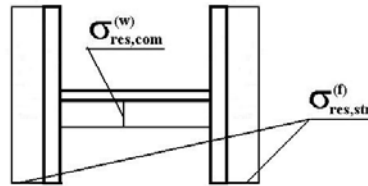


Рис. 6. Идеализированная схема распределения ОН в предварительно напряженном вытяжкой поясов способом упреждающего разогрева сварном двутавровом сечении

10. Общие принципы компоновки сечений обычных и предварительно напряженных различными способами элементов, подверженных сжатию с изгибом, изложены в работах [1, 8, 9]. При проектировании конструкций элементы двутаврового и коробчатого сечений должны иметь отношения высоты стенки (пояса)  $h_w$  ( $b_f$ ) к ее толщине  $t_w$  ( $t_f$ ) в соответствии с требованиями пп. 7.14\*, 7.16\*, 7.22, 7.23\* [3].

11. Нагружение однократное, без разгрузки (упругопластические деформации активны с момента приложения сжимающей нагрузки до наступления критического состояния).

12. Деформирование сжатого элемента происходит или в одной плоскости, или в двух плоскостях. Закрепление элемента допускает возможность пространственной формы потери устойчивости.

13. Исследуется устойчивость II рода (деформации и прогибы растут с начала приложения нагрузки). Нагружение однократное, без разгрузки.

14. Деформации продольной оси и сближение концов сжатого элемента под нагрузкой малы по сравнению с ростом прогиба (можно воспользоваться приближенным выражением для кривизны).

15. ОРН представлены в виде внешних сил, значения которых изменяются в процессе нагружения.

16. Предельное состояние сжатого элемента считается достигнутым, если: достигнут максимум на кривой состояния (предельное состояние первой группы), т.е. выполнен критерий (рис. 7):

$$\frac{dq_I}{df} = 0, \quad (5)$$

где  $q_I$  – модуль вектора силового воздействия;  $f$  – характерное перемещение конструкции;

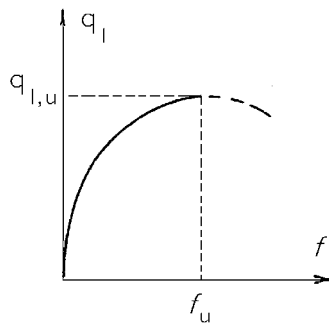


Рис. 7. Диаграмма состояния системы

- разрушено сечение элемента (потеря местной устойчивости сжатого пояса, стенки или достигнута максимальная величина деформаций в сжатом поясе – предельное состояние первой группы);
- произошла потеря устойчивости формы, приводящая к затруднению нормальной эксплуатации (предельное состояние второй группы).

Решение задачи возможно в условно-приближенном и условно-точном вариантах [1]. При условно-приближенном решении форма изогнутой оси принимается в виде полуволны синусоиды. Влияние закрепления концов учитывается коэффициентом приведения длины.

Условно-точное решение может быть получено с использованием модели [1], в которой форма изогнутой оси описывается уравнениями метода начальных параметров. Учитывая сложность задачи изгиба в двух плоскостях, принято решение ограничиться разработкой расчетного метода в условно-приближенном варианте.

Условно-приближенное решение базируется на понятии кривизны «второго расчетного сечения» (по А.В. Геммерлингу [6]). Деформированное



состояние «второго расчетного сечения» в направлении осей X или Y характеризуется соответственно кривизной  $K_x$  или  $K_y$ .

С учетом принятой предпосылки о синусоидальной форме изогнутой оси элемента не представляет затруднений определение выгиба и величины критической нагрузки. Выгиб элемента в направлении осей X или Y (соответственно  $f_x$  или  $f_y$ ) можно определить по формуле (по аналогии с [1]):

$$f = \frac{L^2 \cdot \kappa}{\pi^2}, \quad (6)$$

где  $f$  – выгиб элемента в направлении осей X или Y (соответственно  $f_x$  или  $f_y$ );  $L$ ,  $\kappa$  – приведенная длина и кривизна элемента соответственно в направлении осей X ( $L_x$ ,  $\kappa_x$ ) или Y ( $L_y$ ,  $\kappa_y$ ).

Общий прогиб элемента определяется по формуле:

$$f_{red} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (7)$$

При разработке метода расчета за основу был принят существующий подход, изложенный в монографии [1] и ряде диссертационных работ, с той, однако, разницей, что в существующих методах в качестве задаваемой величины фигурировал радиус кривизны  $\rho$ , а переменной величиной была относительная деформация на сжатой фибре  $\varepsilon_1$ . Учитывая сложность задачи, в качестве задаваемой величины принята относительная деформация на сжатой фибре  $\varepsilon_1$ , а варьируемой – кривизна расчетного сечения  $K$ . Это позволяет определить опорные точки не только диаграммы «нагрузка–прогиб», но и диаграммы «нагрузка–деформация на сжатой фибре» и «нагрузка–кривизна».

Решение задачи в явном виде невозможно в силу большего числа неизвестных, чем уравнений равновесия. В связи с этим последовательно решаются три задачи:

- определение НДС и несущей способности элемента при отсутствии эксцентриситетов приложения нагрузки (условно абсолютно жесткий центрально-сжатый элемент) – алгоритм ЦЕНТР-0;
- определение НДС и несущей способности элемента при сжатии с изгибом в плоскости меньшей жесткости (эксцентриситет приложения

нагрузки в плоскости большей жесткости равен нулю) – алгоритм ЦЕНТР-Х;

— определение НДС и несущей способности элемента при сжатии с изгибом в плоскости большей жесткости (эксцентриситет приложения нагрузки в плоскости меньшей жесткости равен нулю) – алгоритм ЦЕНТР-У.

Полученные в ходе такого расчета данные позволяют получить зависимости «нагрузка–прогиб», «нагрузка–деформация на сжатой фибре» и «нагрузка–кривизна» для трех идеализированных нагружений сжатого элемента. Аналитические выражения для таких зависимостей можно получить с использованием метода наименьших квадратов. Наличие зависимостей позволит выбрать «активную» плоскость деформирования, т.е. плоскость минимальной или максимальной жесткости, в которой наиболее вероятно будет происходить основное деформирование элемента при сжатии с изгибом.

Общий алгоритм решения задачи определения устойчивости элемента, подверженного сжатию с изгибом с учетом наличия ОНС, может быть записан в таком виде:

1. Задаются: геометрическими параметрами двутаврового или коробчатого сечения и элемента в целом, технологическими параметрами, прочностными и деформативными характеристиками материалов элементов (поясов и стенки), условиями на концах и начальными эксцентриситетами приложения нагрузки.
2. Вычисляют ОНС в сечениях элементов двутаврового или коробчатого сечений по известным методикам, например, [1].
3. Выполняют расчет по алгоритмам ЦЕНТР-0, ЦЕНТР-Х и ЦЕНТР-У. По результатам расчета строят графики зависимостей «нагрузка–прогиб» и «нагрузка–деформация на сжатой фибре» для трех идеализированных схем нагружения (рис. 8).
4. Выбирают «активную» плоскость деформирования (кривая 3 на рис. 8) и задаются относительной деформацией на сжатой фибре  $\varepsilon_{1,1}$ . Используя зависимость «нагрузка–деформация на сжатой фибре» для «активной» плоскости деформирования, получают величину нагрузки  $P_1$ , а из других кривых для данной нагрузки получают соответствующие величины деформаций  $\varepsilon_{1,2}$  и  $\varepsilon_{1,0}$  на сжатой фибре (рис. 8), а по этим деформациям – величины кривизн и прогибов.

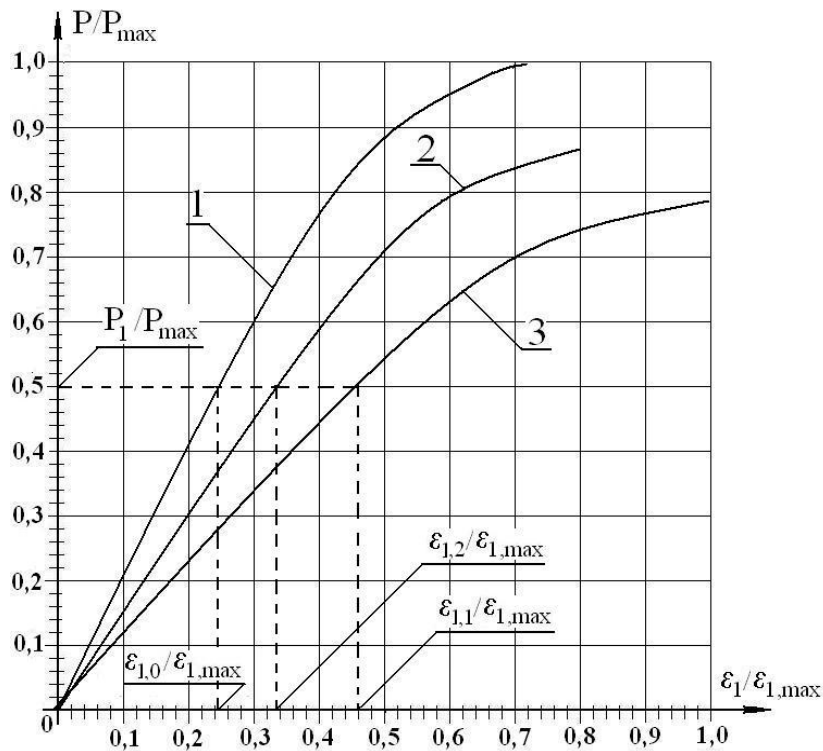


Рис. 8. Зависимости «нагрузка–деформация на сжатой фибре»:

1 – кривая, полученная при расчетах по алгоритму ЦЕНТР-0; 2 – «пассивная» кривая, полученная при расчетах по алгоритму ЦЕНТР-X (ЦЕНТР-Y); 3 – «активная» кривая, полученная при расчетах по алгоритму ЦЕНТР-Y (ЦЕНТР-X)

5. Определяют величины деформаций по граням сечения и, используя уравнения (6), (7) и уравнение равновесия сечения  $\sum X = 0$ , находят усилие в сечении. Используя второе уравнение равновесия  $\sum M_0 = 0$ , проверяют равновесие сечения. Если условия равновесия не удовлетворяются, уточняют соответствующие параметры НДС до тех пор, пока уравнения равновесия не выполняются с заданной точностью.

6. Принимают новое значение деформаций на сжатой фибре  $\varepsilon_{1,1}$  и продолжают расчет по пп. 4, 5. Расчет считается окончательным, если при последующем значении  $\varepsilon_{1,1}$  величина нагрузки  $P_1$  будет меньше, чем при предыдущем значении.

## **Выводы**

1. Расчетные значения продольной силы  $N$  и изгибающего момента  $M$  при расчетах по методикам норм принимаются из расчета системы по недеформированной схеме в предположении упругих деформаций стали. Переход к деформированной схеме выполняется путем введения коэффициентов продольного изгиба. Влияние ОН при расчетах на устойчивость сжатых элементов в должной мере не учитывается.
2. Учитывая изложенное в п. 1.8 [3], расчет на устойчивость необходимо выполнять по деформированной схеме с учетом возможного развития пластических деформаций. Наличие ОН и их влияние на устойчивость может быть учтено путем увеличения или уменьшения коэффициентов  $\varphi$  или  $\varphi_e$  по аналогии с [1, 2].
3. В настоящее время существуют методы расчета двутавровых и тавровых (из спаренных уголков) элементов, подверженных осевому сжатию с изгибом в плоскости большей или меньшей жесткости. Методы расчета элементов двутаврового и коробчатого сечения при изгибе в двух плоскостях по деформированной схеме с учетом неупругой работы материала и наличия ОН отсутствуют.
4. Разработана методика расчета элементов двутаврового и коробчатого профилей при сжатии с изгибом в двух плоскостях и с учетом влияния ОН. Методика базируется на предпосылках и допущениях, традиционно используемых при решении такого рода задач, и позволяет учесть физическую и геометрическую нелинейность материала и конструкции.

## **Литература**

- [1] Голоднов А.И. Регулирование остаточных напряжений в сварных двутавровых колоннах и балках. / Монография. – К.: Вид-во «Сталь», 2008. – 150 с.
- [2] ДБН В.2.3-14:2006. Споруди транспорту. Мости та труби. Правила проектування. / Мінбуд України. – К.: Мінбуд України, 2006. – 359 с.
- [3] СНиП II-23-81\*. Стальные конструкции. / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1990. – 96 с.
- [4] Николаев Г.А., Куркин С.А., Винокуров В.А. Сварные конструкции. Прочность сварных соединений и деформации конструкций: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа, 1982. – 272 с.
- [5] Игнатъева В.С. Метод "фиктивных" температур как основа исследований в области напряженно-деформированного состояния сварных соединений. // Метал. конструкции в стр-ве: Сб. тр. / МИСИ. – М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1979. – Вып. 152. – С. 71 – 88.
- [6] Геммерлинг А.В. Несущая способность стержневых стальных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1958. – 207 с.

- [7] Небылов В.М. Учет сварочных напряжений при расчете элементов конструкций на устойчивость. // Автомат. сварка. – 1961. – № 2. – С. 3 – 14.
- [8] Методические рекомендации по применению облегченных предварительно напряженных сварных двутавров для реконструкции промышленных предприятий. / НИИСП Госстроя СССР; Сост. И.И. Набоков, А.И. Голоднов, Е.П. Лукьяненко и др. – К.: НИИСП, 1988. – 45 с.
- [9] Металлические конструкции. Общий курс: Учебник для ВУЗов. / Е.И. Беле-ня, В.А. Балдин, Г.С. Веденников и др. / Под общ. ред. Е.И. Белени. – 6 изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1985. – 560 с.

*Надійшла до редколегії 12.06.2009 р.*