

УДК 624.012.45

Разработка методики расчета ширины раскрытия трещин составных внецентренно сжатых железобетонных конструкций

Колчунов В.И., д.т.н., Яковенко И.А., аспирант

Национальный авиационный университет, Украина

Анотація. Розроблена методика та отримані залежності для визначення відстані між тріщинами, ширини їх розкриття з урахуванням ефекту порушення суцільності та відносних умовних зосереджених взаємних зміщень бетону і арматури, що базуються на традиційних передумовах теорії залізобетону та положеннях механіки руйнування, яка дозволяє помітно наблизити ці найважливіші розрахункові параметри до дійсних для ефективного проектування складених позацентрово стиснених залізобетонних конструкцій.

Аннотация. Разработана методика и получены зависимости для определения расстояния между трещинами, ширины их раскрытия с учетом эффекта нарушения сплошности и относительных условных сосредоточенных взаимных смещений бетона и арматуры, базирующаяся на традиционных предпосылках теории железобетона и положениях механики разрушения, позволяющая заметно приблизить эти важнейшие расчетные параметры к действительным для эффективного проектирования составных внецентренно сжатых железобетонных конструкций.

Abstract. Design procedure is developed and dependences for definition of cracks spacing and width of their disclosing, taking into account infringement effect of continuity and relative conditional concentrated mutual displacements of concrete and the armature, based on traditional preconditions of the theory of reinforced concrete and rules of the destruction mechanics are gained, allowing considerably to approach these major design variables to valid for effective designing integral eccentric compression of reinforced concrete constructions.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, деформация бетона, трещины.

Железобетонные конструкции, как правило, эксплуатируются в стадии, наступающей после образования трещин, ограничивается лишь ширина их раскрытия. Привлечение к расчету расстояния между трещинами и ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций инструментария механики разрушения безусловно позволяет достичь заметного уточнения этого дифференциального параметра, измеряемого в опытах с помощью микроскопа.

Уже сегодня анализ двухконсольного элемента, используемого в механике разрушения, может принести свои положительные результаты в расчете расстояния между трещинами и ширины раскрытия трещин в составных железобетонных внецентренно сжатых конструкциях.

Для составных внецентренножатых железобетонных конструкций характерным является то, что в стадии II трещины практически сразу (в зоне растягивающих напряжения – развитие трещин неустойчиво) развиваются до нейтральной оси, а затем (попав в зону тормозящих сжимающих напряжений) медленно прорастают лишь на несколько миллиметров. В этом случае длину трещины h_{crc} можно рассматривать как величину постоянную – изменяется лишь раскрытие трещин (рис. 1). В вырезанном двухконсольном элементе параметр h_{crc} является неизменным и появляется возможность упрощенного определения сдвигающих усилий в зонах, прилегающих к трещине – без использования функционала механики разрушения, рассмотренного применительно к железобетону в работе [1]. Можно обойтись использованием обычных методов строительной механики. Тем не менее, построение расчетной схемы для определения усилий в зоне, прилегающей к трещине (аналогичной двухконсольному элементу в механике разрушения), является достаточно сложной неординарной задачей. Необходимо учесть деформационные воздействия, связанные со спецификой сопротивления бетона в околоарматурной зоне при раскрытии трещины, обусловленные эффектом нарушения сплошности [1].

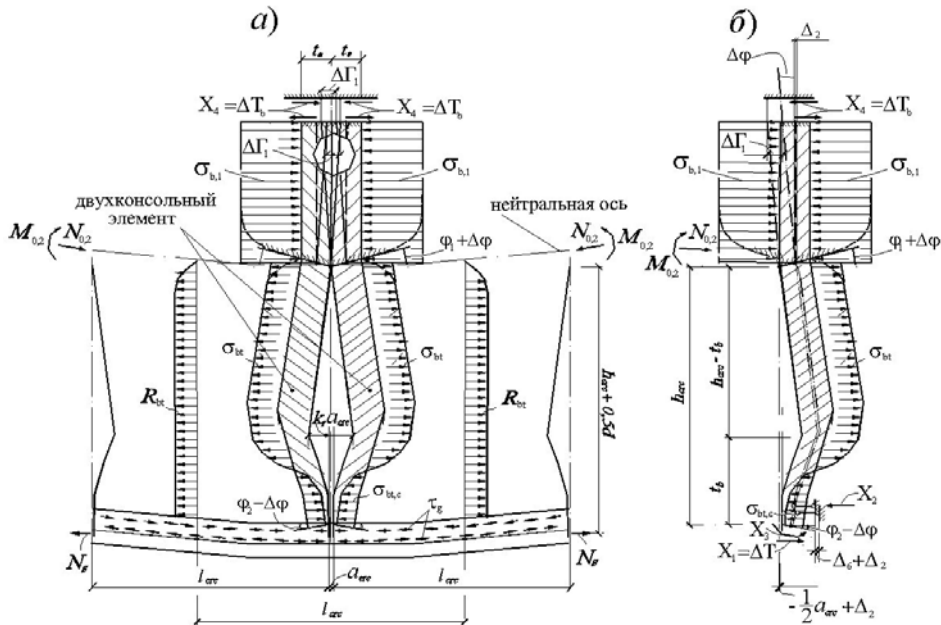


Рис. 1. К реализации зависимостей механики разрушения в железобетоне при внецентренном сжатии: а – характерные эпюры напряжений в растянутом бетоне и вырезание специального двухконсольного элемента в окрестности трещины; б – к расчету податливости консоли

На основании теоремы о взаимности работ работа сил действительного состояния (рис. 2,в) на перемещения первого единичного состояния (рис. 2,г) равна работе сил первого единичного состояния на перемещениях действительного состояния:

$$X_1\delta_{11} + X_2\delta_{21} + X_3\delta_{31} + A_{P1} = (-\Delta_3 + \Delta_2) - \Delta_2 - h_{crc}(\varphi_1 + \Delta\varphi). \quad (1)$$

Аналогично могут быть составлены и следующие два уравнения (рис. 2):

$$X_1\delta_{12} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{32} + A_{P2} = +1(\Delta_6 + \Delta_2) - 1 \cdot \Delta_2 - (h_{crc} - t_b)(\varphi_1 + \Delta\varphi); \quad (2)$$

$$X_1\delta_{13} + X_2\delta_{23} + X_3\delta_{33} + A_{P3} = -1(\varphi_2 - \Delta\varphi) - 1(\varphi_1 + \Delta\varphi); \quad (3)$$

$$X_4\delta_{44} + A_{P4} = 1 \cdot (-\Delta\Gamma_1) - 1 \cdot \Delta_2 + (x_{crc} - h_{b,1}) \cdot \Delta\varphi. \quad (4)$$

С учетом отмеченного была предложена расчетная схема (см. рис. 2).

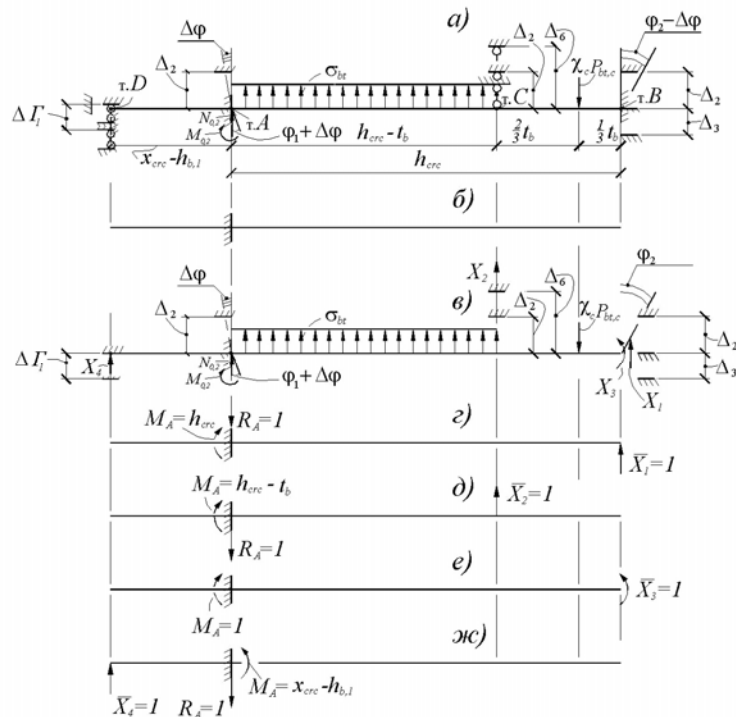


Рис. 2. Построение расчетной схемы для раскрытия статической неопределенности двухконсольного элемента при внецентренном сжатии составного стержня, в зоне, прилегающей к трещине:

a – расчетная схема; *б* – основная система; *в* – эквивалентная система;
г – *ж* – определение реакций от единичных состояний

С учетом того, что $\delta_{21} = \delta_{12}$; $\delta_{31} = \delta_{13}$; $\delta_{32} = \delta_{23}$; $A_{P1} = A_{1P} = 1 \cdot \Delta_{1P}$; $A_{P2} = A_{2P} = 1 \cdot \Delta_{2P}$; $A_{P3} = A_{3P} = 1 \cdot \Delta_{3P}$, $A_{P4} = A_{4P} = 1 \cdot \Delta_{4P}$. Тогда уравнения (1)–(4) приобретают обычный вид канонических уравнений метода сил

$$\begin{cases} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1P} - (-\Delta_3 + \Delta_2) + \Delta_2 + h_{crc} \cdot (\phi_1 + \Delta\phi) = 0, \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + \Delta_{2P} - (\Delta_6 + \Delta_2) + \Delta_2 + (h_{crc} - t_b) \cdot (\phi_1 + \Delta\phi) = 0, \\ X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + \Delta_{3P} + (\phi_2 - \Delta\phi) + (\phi_1 + \Delta\phi) = 0, \\ X_4 \delta_{44} = 1 \cdot (-\Delta\Gamma_1) - 1 \cdot \Delta_2 + (x_{crc} - h_{b,1}) \cdot \Delta\phi. \end{cases} \quad (5)$$

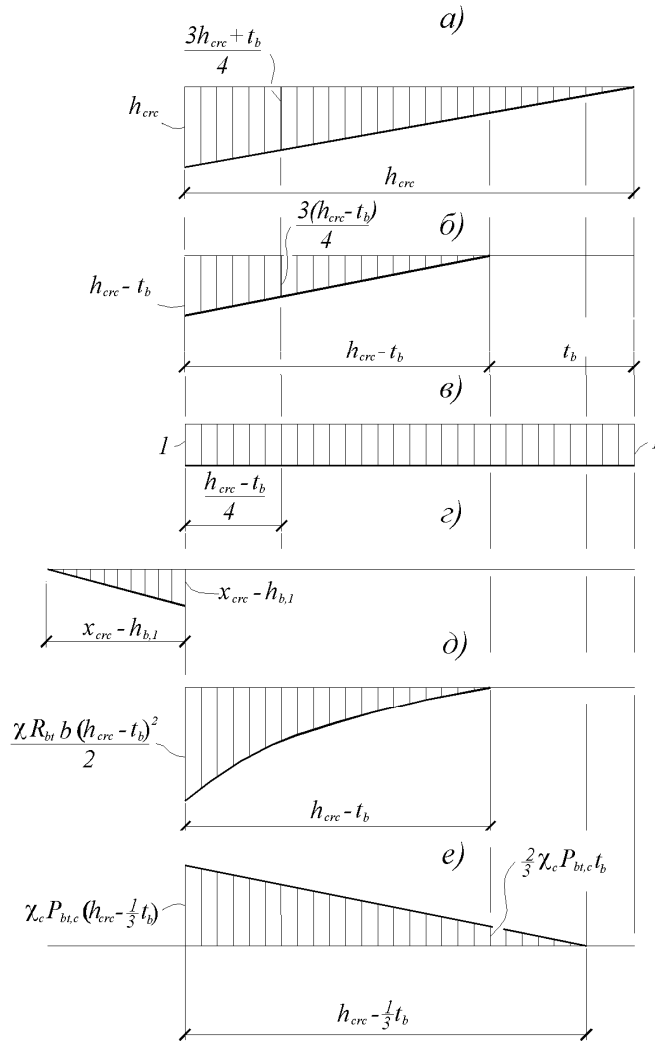


Рис. 3. Единичные (а – в) и грузовые (г, е) эпюры

Вычисляем коэффициенты при неизвестных (рис. 3):

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \frac{1}{3} h_{crc}^3; \quad \delta_{22} = \frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \frac{1}{3} (h_{crc} - t_b)^3; \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{1}{E(\lambda)I_{con}} (h_{crc} - t_b)^2 \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right); \\ \delta_{33} &= \frac{1}{E(\lambda)I_{con}} h_{crc}; \quad \delta_{13} = \delta_{31} = \frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \frac{1}{2} h_{crc}^2; \\ \delta_{23} = \delta_{32} &= -\frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \frac{1}{2} (h_{crc} - t_b)^2; \quad \delta_{44} = \frac{(x_{crc} - h_{b,1})^3}{3E(\lambda)I_{con}}; \\ \Delta_{1p} &= -\frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \left[\frac{\chi R_{bt} b}{24} (h_{crc} - t_b)^3 (3h_{crc} + t_b) - (h_{crc} - \frac{1}{3} t_b)^2 \left(\frac{1}{3} \chi_c P_{bt,c} \right) \cdot (h_{crc} + \frac{1}{6} t_b) \right]; \\ \Delta_{2p} &= -\frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \left[\frac{\chi R_{bt} b}{8} (h_{crc} - t_b)^4 - \frac{1}{3} (h_{crc} - t_b)^2 \chi_c P_{bt,c} \cdot h_{crc} \right]; \\ \Delta_{3p} &= -\frac{1}{E(\lambda)I_{con}} \left[\frac{\chi R_{bt} b}{6} (h_{crc} - t_b)^3 - \frac{1}{2} \chi_c P_{bt,c} \cdot (h_{crc} + \frac{1}{3} t_b)^2 \right]. \end{aligned}$$

Здесь значение χ для практических расчетов принимается равным 0,8.

Подставляя полученные коэффициенты в систему уравнений (5) иметь:

$$\begin{aligned} X_1 \frac{1}{3} h_{crc}^3 + X_2 (h_{crc} - t_b)^2 \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right) + X_3 \frac{1}{2} h_{crc}^2 - \frac{\chi R_{bt} b}{24} (h_{crc} - t_b)^3 \times \\ \times (3h_{crc} + t_b) - (h_{crc} - \frac{1}{3} t_b)^2 \left(\frac{1}{3} \chi_c P_{bt,c} \right) (h_{crc} + \frac{1}{6} t_b) + (\Delta 3 + h_{crc} (\phi_1 + \Delta \phi)) E(\lambda) I_{con} = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} X_1 (h_{crc} - t_b)^2 \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right) + X_2 \frac{1}{3} (h_{crc} - t_b)^3 - X_3 \frac{1}{2} (h_{crc} - t_b)^2 + \frac{\chi R_{bt} b}{8} (h_{crc} - t_b)^4 - \\ - \frac{1}{3} (h_{crc} - t_b)^2 \chi_c P_{bt,c} h_{crc} + ((-\Delta 6 + (h_{crc} - t_b) (\phi_1 + \Delta \phi)) E(\lambda) I_{con} = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} X_1 \frac{1}{2} h_{crc}^2 - X_2 \frac{1}{2} \cdot (h_{crc} - t_b)^2 + X_3 h_{crc} + \frac{\chi \cdot R_{bt} \cdot b}{6} \cdot (h_{crc} - t_b)^3 - \\ - \frac{1}{2} \chi_c P_{bt,c} (h_{crc} - \frac{1}{3} t_b)^2 + (\phi_2 + \phi_1) \cdot E(\lambda) \cdot I_{con} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Из уравнения (6) следует:

$$X_3 = X_1 \left(-\frac{2}{3} \right) h_{crc} + X_2 (-h_{crc} + t_b)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right) \frac{2}{h_{crc}^2} - A; \quad (9)$$

$$A = \frac{\chi R_{bt} b}{12} (h_{crc} - t_b)^3 (3h_{crc} + t_b) \frac{1}{h_{crc}^2} - (h_{crc} - \frac{1}{3}t_b)^2 (\frac{1}{3}\chi_c P_{bt,c})(h_{crc} + \frac{1}{6}t_b) \frac{2}{h_{crc}^2} +$$

$$+ (\Delta_3 + h_{crc}(\phi_1 + \Delta\phi)) \cdot E(\lambda) I_{con} \frac{2}{h_{crc}^2}. \quad (10)$$

Из уравнения (7) следует:

$$X_2 = X_1 \left(-\frac{1}{3}h_{crc} - \frac{1}{6}t_b \right) \frac{3}{(h_{crc} - t_b)} + \frac{3}{2} X_3 \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} + B; \quad (11)$$

$$B = -\frac{3}{8} \chi R_{bt} b \cdot (h_{crc} - t_b) + \frac{\chi_c P_{bt,c} h_{crc}}{(h_{crc} - t_b)} + \frac{3}{(h_{crc} - t_b)^3} \times$$

$$\times (\Delta_6 + (h_{crc} - t_b)(\phi_1 + \Delta\phi)) E(\lambda) I_{con}. \quad (12)$$

Из уравнения (8) следует:

$$X_1 = X_2 (h_{crc} - t_b)^2 \frac{1}{h_{crc}^2} - \frac{2}{h_{crc}} X_3 - C; \quad (13)$$

$$C = \frac{\chi R_{bt} b}{6} (h_{crc} - t_b)^3 \frac{1}{h_{crc}^2} - \chi_c P_{bt,c} \cdot (h_{crc} - \frac{1}{3}t_b)^2 \frac{1}{h_{crc}^2} + (\phi_2 + \phi_1) E(\lambda) I_{con} \frac{2}{h_{crc}^2}. \quad (14)$$

Подставляя (13) в (9), получим:

$$X_3 = -X_2 (h_{crc} - t_b)^2 \frac{2}{3h_{crc}} + \frac{4}{3} X_3 + C \frac{2}{3} h_{crc} - X_2 (h_{crc} - t_b)^2 \left(\frac{1}{3}h_{crc} + \frac{1}{6}t_b \right) \frac{2}{h_{crc}^2} - A; \quad (15)$$

$$X_3 = X_2 \cdot A_1 + A_2; \quad (16)$$

$$A_1 = 3 \cdot (h_{crc} - t_b)^2 \cdot \left[2h_{crc} + \left(\frac{1}{3}h_{crc} + \frac{1}{6}t_b \right) \frac{2}{h_{crc}^2} \right]; \quad (17)$$

$$A_2 = 3 \cdot A - 2 \cdot C \cdot h_{crc}. \quad (18)$$

Подставляя (13) и (16) в (11), после алгебраических преобразований, получим:

$$X_2 \left[1 - (h_{crc} - t_b) \left(\frac{1}{3}h_{crc} + \frac{1}{6}t_b \right) \frac{3}{h_{crc}^2} + A_1 \frac{6}{h_{crc}} \left(\frac{1}{3}h_{crc} + \frac{1}{6}t_b \right) \times \right.$$

$$\times \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} + A_1 \frac{3}{2} \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} \left. \right] = -A_2 \frac{3}{2} \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} - B - C \left(\frac{1}{3}h_{crc} - \frac{1}{6}t_b \right) \times$$

$$\times \frac{3}{(h_{crc} - t_b)} - A_2 \frac{6}{h_{crc}} \left(\frac{1}{3}h_{crc} + \frac{1}{6}t_b \right) \frac{1}{(h_{crc} - t_b)}. \quad (19)$$

Обозначим

$$B_1 = 1 - \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right) (h_{crc} - t_b) \frac{3}{h_{crc}^2} + A_1 \frac{6}{h_{crc}} \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right) \times$$

$$\times \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} + A_1 \frac{3}{2} \frac{1}{(h_{crc} - t_b)}; \quad (20)$$

$$B_2 = -A_2 \frac{3}{2} \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} - B - A_2 \frac{6}{h_{crc}} \left(\frac{1}{3} h_{crc} + \frac{1}{6} t_b \right) \times$$

$$\times \frac{1}{(h_{crc} - t_b)} - C \left(\frac{1}{3} h_{crc} - \frac{1}{6} t_b \right) \frac{3}{(h_{crc} - t_b)}. \quad (21)$$

С учетом принятых обозначений, будем иметь:

$$X_2 = \frac{B_2}{B_1} \leq 0,5 \cdot R_b \cdot b \cdot t_b. \quad (22)$$

Тогда из (16) следует:

$$X_3 = X_2 \cdot A_1 + A_2 \leq M_s. \quad (23)$$

Из уравнений (16) следует:

$$X_1 = X_2 (h_{crc} - t_b)^2 \frac{1}{h_{crc}^2} - \frac{2}{h_{crc}} (X_2 \cdot A_1 + A_2) - C \leq 0,5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot t_b \cdot R_b. \quad (24)$$

Из уравнения (5)

$$X_4 = \frac{-\Delta\Gamma_1 - \Delta_2 + (x_{crc} - h_{b,1}) \cdot \Delta\phi}{\delta_{44}}. \quad (25)$$

После подстановки выражения δ_{44} в (25), получим:

$$X_4 = \Delta T_b = \frac{3E(\lambda)I_{con}(-\Delta\Gamma_1 - \Delta_2 + (x_{crc} - h_{b,1}) \cdot \Delta\phi)}{(x_{crc} - h_{b,1})^3} \leq \Delta T_{b,R}. \quad (26)$$

Введенные ограничения обеспечивают сохранение физического смысла расчетных параметров (рис. 1, 2).

Где $\Delta T_{b,R}$ – максимальное значение величины сдвигающих сил, соответствующее достижению касательными напряжениями максимальных значений в точке R на диаграмме $\tau - \varepsilon_q$; $\Delta\Gamma_1$ определяется с использованием решения А.Р. Ржаницына при внецентренном сжатии составного стержня [2].

$$\Delta\Gamma_1 = \varepsilon_{\mu} \cdot t_* = \left[-\frac{N_{0,2} + \Delta T_b}{E_{b,2}(\lambda) A_{b,2,red}} + \frac{(x_{crc} - h_{b,1})}{\rho} \right] \cdot t_*; \quad (27)$$

$$\Delta\Gamma_2 = \varepsilon_{\sigma} \cdot t_* = \left[-\frac{N_{0,1} + \Delta T_b}{E_{b,1}(\lambda) A_{b,1,red}} + \frac{0,5h_{b,1}}{\rho} \right] \cdot t_*; \quad (28)$$

$$\Delta T_b = \tau_m \cdot t_*; \quad (29)$$

$$\tau_m = 0,5(\tau_{max} + \tau_1); \quad (30)$$

$$\tau_1 = \frac{\xi \cdot \Delta}{\lambda} \cdot \frac{sh\lambda(0,5l_{crc} - t_*)}{ch\lambda \cdot 0,5l_{crc}}; \quad (31)$$

$$\tau_{max} = \frac{\xi \cdot \Delta}{\lambda} \cdot th\lambda 0,5l_{crc}; \quad (32)$$

$$\Delta = -\frac{N_{0,1}}{E_{b,1}(\lambda) A_{b,1}} + \frac{N_{0,2}}{E_{b,2}(\lambda) A_{b,2}} - \frac{(x_{crc} - 0,5h_{b,1})}{\rho}; \quad (33)$$

$$\lambda = \sqrt{\xi\gamma} = \sqrt{\xi \left[\frac{1}{E_{b,1}(\lambda) A_{b,1}} + \frac{1}{E_{b,2}(\lambda) A_{b,2}} - \frac{(x_{crc} - 0,5h_{b,1})^2}{M \cdot \rho} \right]}, \quad (34)$$

где ξ – податливость шва, определяется на основании экспериментальных исследований составных призм.

После этого определяем относительные условные взаимные смещения деформаций $\varepsilon_{q,b}$ в шве:

$$\varepsilon_{q,b} = \frac{\Delta\Gamma_1 + \Delta\Gamma_2}{t_*}. \quad (35)$$

Располагая этими деформациями, можно переходить к построению расчетного аппарата ширины раскрытия трещин в составных внецентренно сжатых железобетонных конструкциях.

В основу расчета положены следующие основные предпосылки:

- для средних деформаций бетона и арматуры считается справедливой гипотеза плоских сечений; напряжения в бетоне и арматуре определяются с использованием билинейных диаграмм связей $\sigma - \varepsilon$;
- образование трещин происходит после достижения крайними растянутыми волокнами бетона предельных деформаций. В процессе нагружения выделяется несколько уровней трещинообразования. Расстояния

- между трещинами последующего уровня меньше либо равно половине расстояния между трещинами предыдущего уровня;
- связь между напряжениями сцепления τ и относительными условными сосредоточенными взаимными смещениями бетона и арматуры $\varepsilon_g(x)$ (рис. 4) на расстоянии двух диаметров арматуры от поверхности контакта принимается в виде $\tau(x) = G\varepsilon_g(x)$, где G – модуль деформаций сцепления арматуры с бетоном (для обычных бетонов классов В15–В45 при стержневой арматуре периодического профиля величина G изменяется в пределах $(0,3 \dots 0,4) E_b$;
 - учитывается деформация бетона в сечении с трещиной в зависимости от расстояния от поверхности контакта с арматурой.

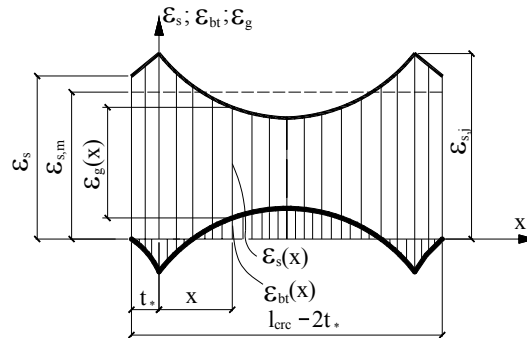


Рис. 4. К определению деформаций бетона $\varepsilon_{bt}(x)$, арматуры $\varepsilon_s(x)$ и их относительных взаимных смещений $\varepsilon_g(x)$ в составных внецентренно сжатых элементах

Напряжения в бетоне σ_b , в арматуре в сечении с трещиной σ_s и расчетная высота сжатой зоны бетона определяются на основании первой предпосылки из уравнений равновесий и деформаций, в соответствии с рис. 5,а.

Расстояние между трещинами l_{crc} определяется на основании второй предпосылки из условия, в соответствии с которым удлинения бетона на поверхности конструкции в среднем сечении (на участке между трещинами) равны $\varepsilon_{bt,u}$:

$$\varepsilon_{bt}(x) \Big|_{x=0,5l_{crc}-t_*} = \varepsilon_{bt,u} \quad (36)$$

Из рис. 4 следует, что относительные взаимные смещения арматуры и бетона определяются из зависимости

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bt}(x), \quad (37)$$

где и $\varepsilon_{bt}(x)$ – относительные деформации арматуры и относительные деформации бетона в сечении x соответственно.

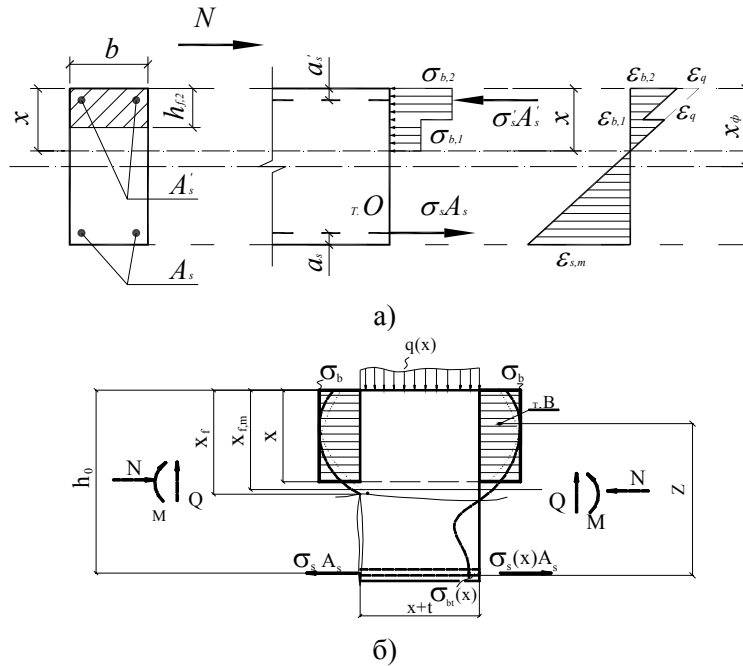


Рис. 5. Расчетная схема к определению x , σ_s , $\sigma_b(a)$, $\varepsilon_{bt}(x)$ (б)

Таким образом, задача по определению l_{cre} сводится к нахождению относительных деформаций бетона из зависимости (37).

Деформации $\varepsilon_s(x)$ отыскивают из условия

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} - \frac{S_s}{A_s E_s} \int_0^x \tau(x) dx, \quad (38)$$

где S_s – периметр поперечного сечения арматуры; ε_s – деформации арматуры в трещине; ΔT – результирующая условных касательных напряжений в местной зоне, прилегающей к трещине; $\tau(x)$ – условные касательные напряжения.

Характер эпюры $\varepsilon_{bt}(x)$, выполненный с привлечением опытов других авторов [1], показывает, что при определенной величине нагрузки дефор-

мації на участках примыкания к трещинам начинают уменьшаться и даже меняют знак, деформации же в середине участка между трещинами продолжают увеличиваться до тех пор, пока в этом месте не появляется новая трещина. Анализ характера эпюры $\varepsilon_{bt}(x)$ показывает необходимость (рис. 4) учета деформационного воздействия в трещине [1].

Деформации бетона $\varepsilon_{bt}(x)$ определяются из условия равновесия блока, расположенного между сечением с трещиной и сечением, проходящим на расстоянии $t+x$ от трещины (рис. 5,б):

$$\varepsilon_{bt}(x) = \delta \frac{\varepsilon_s A_s E_s Z_s - \varepsilon_s(x) A_s E_s Z_s(x) - Q(t_* + x)}{\omega_{bt}(x) A_{bt}(x) E_b \nu_{bt}(x) Z_{bt}(x)}, \quad (39)$$

где $\omega_{bt}(x)$ и $\nu_{bt}(x)$ – соответственно коэффициент полноты эпюры деформаций и коэффициент упругости растянутого бетона в сечении x , на участке между трещинами, произведение $\omega_{bt}(x)\nu_{bt}(x)$ близко к 0,5; $A_{bt}(x)$ – растянутая площадь сечения бетона в сечении x ; Q – поперечная сила в сечении с трещиной; δ – коэффициент, учитывающий расположение растянутой арматуры по высоте сечения.

Подставляя (38) и (39) в (37), после соответствующих преобразований получим:

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} - \frac{S_s}{K \cdot A_s E_s} \int_0^x \tau(x) dx + \frac{\delta}{t} [\Delta T Z + Q(t_* + x)]; \quad (40)$$

$$\frac{1}{K} = 1 + \delta \frac{\mu \alpha \cdot Z}{0,32 h_0 (\gamma - \xi) (\gamma + 0,03 \xi)}; \quad (41)$$

$$t = 0,32 \cdot h_0 (\gamma - \xi) (\gamma + 0,03 \xi), \quad (42)$$

где $\xi = \frac{x}{h_0}$; $\gamma = \frac{h}{h_0}$; $\alpha = \frac{E_s}{E_b}$; $\mu = \frac{A_s}{bh_0}$; $\delta = \frac{1 - \xi}{\gamma - \xi}$.

Выражение (5) с учетом третьей предпосылки принимает вид:

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} - B \int_0^x \varepsilon_g(x) dx + \frac{\delta}{t} [\Delta T Z + Q(t_* + x)], \quad (43)$$

где B – параметр сцепления арматуры с бетоном, принимаемый равным

$$B = \frac{S_s G}{K \cdot A_s E_s}. \quad (44)$$

После дифференцирования получаем:

$$\frac{d\varepsilon_g(x)}{dx} + B\varepsilon_g(x) = \frac{\delta}{t}Q. \quad (45)$$

Решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка (10) имеет вид

$$\varepsilon_g(x) = \left(\varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} + \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b} - \frac{\delta \cdot Q}{t \cdot B} \right) e^{-Bx} - \frac{\delta \cdot Q}{t \cdot B}. \quad (46)$$

При выполнении практических расчетов следует учитывать депланацию бетона в зависимости от расстояния от поверхности арматуры до поверхности бетона путем умножения на коэффициент k_r .

Из выражения (37) с учетом (38) и (43), после алгебраических преобразований, получим:

$$\varepsilon_{bt}(x) = \frac{S_s G k_r}{E_s A_s} \left(\frac{1}{K} - 1 \right) \int_0^x \varepsilon_g(x) dx - \frac{\delta k_r}{t} [\Delta T Z + Q(t_* + x)]. \quad (47)$$

С учетом (11), будем иметь:

$$\varepsilon_{bt}(x) = (1 - K) k_r \left[B_3 (1 - e^{-Bx}) + \frac{\delta Q}{t} \right] - \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b} - \frac{\delta Q k_r}{t} x; \quad (48)$$

$$B_3 = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} + \frac{\sigma_{bt,s}}{\nu_b E_b} - B_2. \quad B_2 = \frac{\delta Q}{tB}. \quad (49)$$

Из условия (36), принимая во внимание (48), при $Q \rightarrow 0$ (применительно к зоне нормальных трещин), получим:

$$e^{-B(0,5l_{crc} - t_*)} = 1 + \frac{\varepsilon_{bt,u}}{B_{3,*} k_r (K - 1)} + \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b B_{3,*} k_r (K - 1)}, \quad (50)$$

где $B_{3,*}$ равно значению B_3 (см. (49) при $B_2 = 0$). Отсюда

$$\ln B_4 = -B(0,5l_{crc} - t_*); \quad (51)$$

$$B_4 = 1 + \frac{\sigma_{bt,c}}{(K - 1) k_r B_{3,*} \nu_b E_b} + \frac{\varepsilon_{bt,u}}{B_{3,*} k_r (K - 1)}. \quad (52)$$

Из выражения (16) (50) следует, что

$$l_{crc} = \frac{2(\ln B_4 - B t_*)}{-B}. \quad (53)$$

Анализ соотношения (53) показывает, что увеличение деформаций в арматуре при росте нагрузки вызывает уменьшение расстояния между трещинами. При этом появление нового уровня трещинообразования соответствует уровню нагрузки, при котором соблюдается следующее неравенство:

$$l_{cr,i} \leq 0,5l_{cr,i-1} . \quad (54)$$

Расстояние между трещинами является важнейшим параметром, необходимым для определения ширины раскрытия трещин в железобетонных конструкциях.

В итоге, общий алгоритм расчета сводится к тому, что вначале определяют параметры напряженно-деформированного состояния расчетного сечения; после этого находят функциональное значение l_{cr} по формуле (53). Затем из неравенств (54) находят уровневое значение l_{cr} .

Теперь можно переходить к определению ширины раскрытия трещин.

Для построения расчета вводятся дополнительные предпосылки. Основными из них являются:

- раскрытие трещин – это накопление относительных условных сосредоточенных взаимных смещений арматуры и бетона на участках, расположенных по обе стороны от трещины (рис. 4) – развитие гипотезы Томаса-Гольшева;
- учитывается дополнительное деформационное воздействие в трещине, связанное с нарушением сплошности материала.

Таким образом, в соответствии с первой дополнительной предпосылкой задача по определению a_{cr} сводится к нахождению относительных взаимных смещений $\varepsilon_g(x)$ арматуры и бетона на различных участках между трещинами.

После дифференцирования получаем дифференциальное уравнение первого порядка (45), решение которого отыскивается в виде (46). При этом постоянная интегрирования определяется с учетом граничного условия, в соответствии с которым, при $x = 0$, $\varepsilon_g(x) = (\varepsilon_s + \frac{\Delta T}{A_s E_s} + \frac{\sigma_{bl,c}}{\nu_b E_b}) \cdot k_r$.

Теперь, в соответствии с дополнительными предпосылками, можно записать:

$$a_{cr} = 2 \int_0^{l_s} \varepsilon_g(x_1) dx_1 + 2 \int_0^{0,5l_{cr}-l_s} \varepsilon_g(x) dx . \quad (55)$$

После интегрирования получим:

$$a_{crc} = -\frac{2\Delta T k_r}{G} + \frac{2B_3 k_r}{B} (1 - e^{-B(0,5l_{crc} - t_*)}) + 2B_2 k_r (0,5l_{crc} - t_*). \quad (56)$$

При выполнении практических расчетов ширину раскрытия трещин, вычисленную по формуле (56), следует умножить на коэффициенты ϕ_1, \dots, η , учитывающие длительность действия нагрузки и профиль поверхности арматуры, определяемые в соответствии с нормативными документами.

Полученные зависимости (52) – (54), (56) учитывают влияние ряда важных факторов, таких как: деформации арматуры в сечении с трещиной, параметры сцепления B арматуры с бетоном, геометрические характеристики сечения и характеристики бетона и арматуры, депланацию бетона на поверхности конструкции по отношению к радиусу пограничного слоя, деформационный эффект (возникающий в железобетонном элементе после нарушения сплошности), относительные условные сосредоточенные взаимные смещения бетона и арматуры и, в необходимых случаях, влияние поперечной силы Q . Выяснено, что существенное влияние на основные параметры железобетона l_{crc} , a_{crc} оказывает деформационный эффект (возникающий в железобетонном элементе после нарушения сплошности). Все это, безусловно, будет способствовать повышению эффективности проектирования железобетонных конструкций, усиленных при реконструкции.

Выводы

1. Развита гипотеза механики разрушения применительно к учету эффекта нарушения сплошности железобетонных конструкций при внецентренном сжатии с упрощением ее энергетического функционала до уровня доступности обычных методов строительной механики. Рассмотрена специфика построения двухконсольного элемента (ДКЭ) в зонах, прилегающих к трещинам, применительно к внецентренно сжатым железобетонным конструкциям и предложена расчетная схема для раскрытия статической неопределимости ДКЭ. Получены уравнения, связывающие искомые расчетные параметры.

2. Разработана методика и получены зависимости для определения расстояния между трещинами, ширины их раскрытия с учетом эффекта нарушения сплошности и относительных условных сосредоточенных взаимных смещений бетона и арматуры, базирующаяся на традиционных предпосылках теории железобетона и положениях механики разрушения, позволяющая заметно приблизить эти важнейшие расчетные параметры к действительным.

3. Решение поставленной задачи позволяет, даже оставаясь в рамках традиционной модели В.И. Мурашева, заметно уточнить основные параметры железобетона a_{crc} , l_{crc} и объяснить многие, замеченные в экспериментах, явления, происходящие при сопротивлении железобетона силовым и деформационным воздействиям.

Литература

- [1] Верюжский Ю.В., Колчунов В.И. Методы механики железобетона. Учебное пособие. – К.: Книжкове видавництво НАУ, 2005. – 653 с.
- [2] Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. – М.: Стройиздат, 1986. – 316 с.

Надійшла до редколегії 26.06.2009 р.