

УДК 624.014

Оптимізація типорозмірів поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій

Пелешко І.Д., к.т.н., Балук І.М., магістр

Національний університет «Львівська політехніка», Україна

Анотація. У даній роботі сформульовано задачу оптимізації стрижневих сталевих конструкцій при обмеженій кількості використовуваних типорозмірів поперечних перерізів стрижнів. Математична модель цієї задачі містить запропоновані дискретні змінні проектування, що задані множиною типорозмірів, доступних для використання. Отримано дані про перевитрати сталі при зменшенні кількості типорозмірів поперечних перерізів стрижнів тестової конструкції.

Аннотация. В данной работе сформулирована задача оптимизации стержневых стальных конструкций при ограниченном количестве используемых типоразмеров поперечных сечений стержней. Математическая модель этой задачи содержит предложенные дискретные переменные проектирования, которые заданы множеством типоразмеров, доступных для использования. Получены данные о перерасходах стали при уменьшении количества типоразмеров поперечных сечений стержней тестовой конструкции.

Abstract. In this paper the task of optimization of the cored steel constructions is formulated at the limited number of in-use stiffness types of cross sections of bars. The mathematical model of this task contains the offered discrete design variables which are set of stiffness types, that accessible for the use. Information is got about expence of steel at decreasing of number of stiffness types of cross sections of bars of test construction.

Ключові слова: оптимальне проектування, сталеві конструкції, генетичний алгоритм, програмне забезпечення.

Постановка проблеми. Широке застосування сталевих конструкцій у будівництві та в цілому в промисловості супроводжується різноманітністю типів і розмірів будівель та споруд, вузлів та елементів конструкцій і їхніх поперечних перерізів. При великій кількості типорозмірів ускладнюється процес виробництва, що збільшує вартість конструкції. Уніфікація, зменшення числа типорозмірів стрижнів призводять до збільшення маси конструкції, що також підвищує вартість. Одним із шляхів підвищення ефективності конструкцій є оптимальна уніфікація, закріплення типорозмірів поперечних перерізів за стрижнями конкретної конструкції, яка має свої закони розвитку у відповідності з її призначенням й експлуатацією [9].

Аналіз останніх досліджень. Методика пошуку оптимальної кількості типорозмірів стрижнів у кровляних фермах розглядається в [2]. За критерій оптимальності приймалася сумарна вартість сталі та виготовлення. Од-

ним з етапів цієї методики є визначення витрат сталі при різній кількості типорозмірів.

В [11] досліджено вплив кількості типорозмірів стрижнів на оптимальні параметри й техніко-економічні показники просторових решітчастих покриттів. При цьому використовувався розподіл конструкції на зони уніфікації стрижнів при різній кількості типорозмірів.

У наведених дослідженнях відсутня детальна інформація про використання методики уніфікації стрижнів. У даній роботі формулюється та вирішується задача оптимального закріплення поперечних перерізів за стрижнями сталевих конструкцій при обмеженій кількості типорозмірів.

В [1] для рішення задач оптимальної уніфікації, що мають дискретний характер, використовувалися два методи оптимізації: метод визначення шляху на графі й метод «віток та границь». Вони піддаються чіткій алгоритмізації, проте мають обмежену сферу використання, що викликано деякою складністю їхнього застосування.

У [11] розглянуто інший метод пошуку дискретних рішень задач оптимізації, що враховує наявні сортаменти профілів металопрокату, вимоги модульності, уніфікації тощо. Він передбачає перебирання дискретних точок в області, що близька до точки оптимального неперервного розв'язку. Ця область апроксимується еліпсоїдом, побудова якого передбачає існування похідних.

Для пошуку розв'язку задач оптимальної уніфікації при обмеженій кількості типорозмірів застосуємо генетичний алгоритм [8], що не вимагає існування похідних.

Символьне представлення деяких видів змінних проектування, що використовуються при оптимальному проектуванні стрижневих металевих конструкцій із використанням генетичного алгоритму, розроблено в [5].

Зміна коду програми для врахування обмеження кількості використовуваних типорозмірів поперечних перерізів стрижнів конструкції вимагає додаткових витрат часу, що, зазвичай, неприпустимо при заданих термінах проектування. Таке обмеження можна реалізувати розширенням універсальної мови запису постановок задач оптимізації стрижневих металевих конструкцій [4].

Для практичного підтвердження теоретичних положень розглянемо також приклад постановки й розв'язку задачі оптимальної уніфікації для побудови залежності мінімальної маси стрижневої конструкції від кількості типорозмірів поперечних перерізів стрижнів.

Виклад основного матеріалу. У загальному випадку прикладні задачі оптимального проектування металевих конструкцій часто формулюють як задачі пошуку таких значень \bar{X}^* невідомих параметрів X системи:

$$\bar{X} = (X_i), i = \overline{1, N_X}, \quad (1)$$

які забезпечують найменше (або найбільше) значення вибраного критерію оптимальності:

$$f^* = f(\bar{X}^*) = \min_{\bar{x} \in D} f(\bar{X}) \quad (2)$$

в області припустимих проектних рішень D , що окреслена системою обмежень-рівностей та нерівностей

$$\psi(X) = \{ \psi_\kappa(X) = 0 \mid \kappa = \overline{1, N_{EC}} \}; \quad (3)$$

$$\varphi(X) = \{ \varphi_\eta(X) \leq 0 \mid \eta = \overline{1, N_{IC}} \}; \quad (4)$$

$$\pi(X) = \{ X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \mid i = \overline{1, N_{LUC}} \}, \quad (5)$$

де N_X – кількість невідомих параметрів системи (змінних проектування); \bar{X}^* – оптимальний розв'язок задачі; f^* – найменше значення критерію оптимальності; N_{EC} , N_{IC} , N_{LUC} – кількість обмежень відповідних типів [7].

Змінними проектування \bar{X} стрижневої системи називають незалежні величини, значення яких відшукуються під час розв'язання задачі оптимізації [7]. Зазвичай, за змінні проектування приймають параметри, які належать множині параметрів входу математичної моделі об'єкта проектування. Їх можна поділити на неперервні та дискретні. Неперервні змінні можуть отримувати будь-яке значення з визначеного інтервалу (5). Ними описують координати вузлів конструкції, зусилля попереднього напруження в зайвих в'язях статично невизначуваних систем тощо. Дискретні змінні отримують деяке значення з визначеної скінченної множини можливих значень. Такими змінними можна описувати, наприклад, шукані типорозміри поперечних перерізів стрижнів.

За критерій оптимальності (2) приймають один із визначених показників ефективності конструкції, за допомогою яких оцінюють якість проекту. При цьому вимагають досягнення критерієм оптимальності екстремальних (максимальних або мінімальних) значень. За критерій оптимальності можна приймати масу конструкції, вартість матеріалу, приведені затрати, вартість конструкції з урахуванням затрат на виготовлення чи монтаж

тощо. Використання узагальнюючого критерію вартості конструкції є часто проблематичним тому, що потрібна інформація для формування аналітичного виразу може бути відсутньою або важко доступною. Оскільки критерії вартості й маси конструкції є взаємопов'язаними, використання останнього в якості критерію вважається коректним у більшості випадків, у тому числі й при фіксованій геометрії конструкції [6].

Обмеження (3) та (4) описують умови функціонування системи відповідно до вимог, яким повинен відповідати об'єкт проектування. Ці обмеження можна поділити на нормативні та додаткові. Нормативні обмеження враховують обов'язкові до виконання вимоги, що викладені в нормативних документах і стосуються багатьох можливих варіантів об'єкта проектування та його елементів [7]. Додаткові обмеження враховують специфічні вимоги, що висувають до конкретного об'єкта проектування. Вони можуть бути пов'язані із завданням на проектування, результатами аналізу взаємодії об'єкта проектування з іншими елементами споруди та архітектурними вимогами. До них пропонуємо віднести обмеження до кількості використовуваних типорозмірів у стрижнях конструкції.

Конкретизуємо наведене узагальнене формулювання задачі оптимізації (1) та (5) для задачі оптимального закріплення поперечних перерізів за стрижнями конструкції.

Нехай відома множина C різних типорозмірів поперечних перерізів (типів жорсткості), які можуть використовуватися для стрижнів деякої конструкції та множина K цих стрижнів. Елементи C відрізняються типами поперечних перерізів, способом задавання їхніх розмірів (змінними проектування чи фіксованим їхнім значенням). Для представлення розмірів поперечних перерізів використовуємо вектор \bar{X}_R змінних проектування.

Кожен стрижень t характеризується одним елементом із множини C . Цей елемент може бути заданим, фіксованим або вибиратися з деякої відповідної підмножини C_t множини C ($C_t \subset C$). Кожна підмножина C_t описує ті значення, які може набувати відповідна дискретна змінна X_{C_t} , значенням якої є типорозмір поперечного перерізу (наприклад, прокатний двотавр, тавровий переріз із двох кутників). Таку змінну запропоновано називати змінною типу "тип жорсткості" (ТТЖ).

Нехай типорозміри, що фактично використані в стрижнях, утворюють множину C_n ($C_n \subset C$). Кількість $SCnt$ елементів множини C_n може обмежуватись деяким числом n ($1 \leq n \leq |C|$):

$$SCnt \leq n. \quad (6)$$

Задача оптимального закріплення поперечних перерізів за стрижнями конструкції полягає у наступному: знайти такі \bar{X}_C і \bar{X}_R , при яких маса конструкції буде мінімальною, а обмеження (3) – (6) будуть виконуватись.

Генетичний алгоритм, що застосовувався для рішення поставленої задачі, моделює еволюційний процес і використовує бінарне представлення змінних проектування та ітеративний спрямований випадковий пошук [5]. Кожний варіант можливого розв'язку задачі (особина) $\bar{X}_k^{(t)}$ представляється символьним рядком $B_k^{(t)}$ (генетичним кодом), що складається з рядків $\beta_{i,k}^{(t)}$ (генів), тут t – номер кроку (покоління). Кожен ген $\beta_{i,k}^{(t)}$ характеризує одну змінну проектування X_{C_i} або X_{R_i} . Кількість генів збігається з кількістю змінних проектування. На множині рядків визначена функція пристосованості особини до зовнішнього середовища $\mu(B_k^{(t)})$, що дозволяє оцінити наближеність кожної особини до оптимального розв'язку. Функція пристосованості відрізняється від функції мети доданком, що враховує кількість порушених обмежень.

Особливістю розглянутого алгоритму є те, що при створенні однієї з особин першого покоління використовуються поточні значення змінних проектування. Інші особини першого покоління формуються випадковим чином.

Для утворення особин наступного покоління використовувався парний турнірний відбір, при якому із двох випадковим чином обраних особин покоління вибирається особина із кращою пристосованістю. Найкраща особина даного покоління переноситься в наступне покоління – так забезпечується збереження найкращого проекту при зміні поколінь.

Після завершення відбору для формування наступного покоління виконуються генетичні операції: одноточковий кросінгвер, мутація та інверсія [8].

Після отримання нової популяції відбувається декодування генів $\beta_{i,k}^{(t)}$ кожної її особини в необхідну форму X_{C_i} та X_{R_i} для подальшої оцінки. Значенням змінної X_{C_i} після декодування є призначений генетичним алгоритмом індекс елемента в множині C_i . Так отримані проекти конструкції перевіряють на виконання нормативних і додаткових вимог. Потім вираховують значення пристосованості особин відповідно до

функції мети. Після цього переходять до створення нової популяції на основі даної.

Використаємо сформульовану задачу для побудови залежності мінімальної маси конструкції від кількості типорозмірів для десятиелементної консольної ферми (рис. 1), що широко використовувалась в літературі [10] для порівняння різних методик оптимального проектування.

Ферма проектується для двох випадків завантаження (рис. 1). Густина та модуль пружності матеріалу ферми $\rho g = 0,1 \frac{\text{фунт}}{\text{дюйм}^3} = 2,768 \frac{\text{т}}{\text{м}^3}$,

$$E = 10^7 \frac{\text{фунт}}{\text{дюйм}^2} = 703,074 \frac{\text{т}}{\text{см}^2}.$$

Враховуються наступні обмеження: нижня гранична межа площі поперечного перерізу для всіх елементів $b^L = 0,10 \text{ дюйм}^2 = 0,64516 \text{ см}^2$; верхня гранична межа відсутня; граничне переміщення вузлів конструкції $x^a = z^a = 2 \text{ дюйм} = 50,8 \text{ мм}$; граничне напруження для стиснутих і розтягнутих стрижнів ферми $\sigma^a = 25 \times 10^3 \frac{\text{фунт}}{\text{дюйм}^2} = 1,758 \frac{\text{т}}{\text{см}^2}$ [10].

За функцію мети приймали мінімум маси M конструкції $f=M \rightarrow \min$.

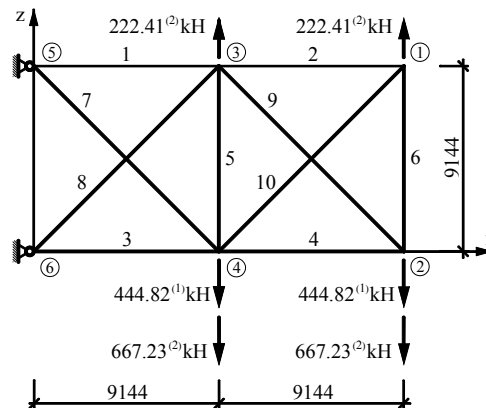


Рис. 1. Розрахункова схема десятиелементної консольної ферми (верхній індекс вказує номер завантаження).

Для даної ферми спочатку були складені й вирішені за допомогою генетичного алгоритму задачі оптимізації при мінімальній і максимальній кількості типорозмірів (1 та 10). При одному типорозмірі, який призначався всім стрижням конструкції, відшукували оптимальне значення однієї

змінної X_R . При 10 типорозмірах кожному стрижню задавався окремий типорозмір. Для кожного стрижня потрібно було знайти оптимальне значення X_{Ri} . Змінні X_{Ci} не задавались для обох випадків. Було виявлено, що з 10 можливих для використання типорозмірів для даної конструкції фактично треба застосувати тільки 8, оскільки три стрижні отримали мінімальну площу поперечного перерізу $0,64516 \text{ см}^2$.

Потім були складені й послідовно розв'язані задачі оптимізації ферми при обмеженій різній кількості n ($2 \leq n \leq 7$) використовуваних типорозмірів поперечних перерізів стрижнів. При формулюванні цих задач використано множину C з 10 типів жорсткості (ТЖ), утворених для одного типу поперечного перерізу. Розміри (площі поперечного перерізу) ТЖ, що утворюють множину C_n , потрібно відшукати: $X_{Ri} = \bar{b} = (b_i)^T$, $i = \overline{1, n}$. Для кожного стрижня $t = \overline{1, 10}$ була складена відповідна підмножина C_t з елементів множини C наступним чином: C_1 містить перший елемент множини S , C_2 – перший і другий елементи, C_3 – 1-й, 2-й і 3-й елементи. Подібним чином склалися підмножини $C_4 \dots C_{10}$. Підмножини $C_2 \dots C_{10}$ відповідно задають можливі значення змінних проектування X_{Ci} , $t = \overline{2, 10}$. Для забезпечення роботи генетичного алгоритму з урахуванням даних [10] прийнято верхню граничну межу площі поперечного перерізу для всіх елементів $b^U = 300 \text{ см}^2$. Задача полягає у пошуку таких змінних \bar{X}_C і \bar{X}_R , при яких маса ферми буде мінімальною, а обмеження (3) – (6) будуть виконуватись.

Для знаходження рішень поставлених задач використовувалась програма оптимізації стрижневих металевих конструкцій OptCAD www.optcad.com. Вона реалізує взаємодію методу скінчених елементів для аналізу конструкції та градієнтний метод і генетичний алгоритм для її оптимізації [5]. Для формулювання задачі програма використовує запропоновану мову запису постановок задач [4], що включає спеціальні функції [3]. Ця мова дозволяє накладати додаткові обмеження на рішення задачі оптимізації без втручання в код програми. Для сформульованої задачі оптимізації був реалізований спосіб задавання змінних ТТЖ, а також розроблена й реалізована в мові запису постановок задач додаткова спеціальна функція $SCnt$, яка дозволяє накладати обмеження на кількість використовуваних типорозмірів у стрижнях конструкції.

Результати розв'язування поставлених задач оптимізації при двох випадках завантаження ферми й результати [10] зведено в таблицю.

Таблиця

Результати оптимізації десятиелементної консольної ферми

№ стержня	Оптимальні площі поперечних перерізів стрижнів, см ²								
	Кількість використовуваних типів жорсткості								Хор, Арора [10]
	1	2	3	4	5	6	7	8, 9, 10	
1	<u>127,09</u>	<u>146,68</u>	<u>147,78</u>	<u>199,02</u>	<u>189,04</u>	<u>199,50</u>	<u>196,99</u>	<u>197,01</u>	<u>193,75</u>
	129,37	125,65	149,71	151,61	159,36	154,01	150,71	152,39	152,03
2	<u>127,09</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>
	129,37	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65
3	<u>127,09</u>	<u>146,68</u>	<u>147,78</u>	<u>132,04</u>	<u>142,19</u>	<u>147,60</u>	<u>143,87</u>	<u>146,14</u>	<u>150,15</u>
	129,37	125,65	149,71	151,61	159,36	154,01	162,87	155,95	163,08
4	<u>127,09</u>	<u>146,68</u>	<u>147,78</u>	<u>132,04</u>	<u>94,00</u>	<u>97,60</u>	<u>99,30</u>	<u>98,30</u>	<u>98,62</u>
	129,37	125,65	82,36	81,50	81,62	94,13	94,37	92,61	92,54
5	<u>127,09</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>
	129,37	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65
6	<u>127,09</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>3,61</u>	<u>3,59</u>	<u>3,59</u>
	129,37	125,65	82,36	12,71	12,72	12,71	12,76	12,73	12,71
7	<u>127,09</u>	<u>146,68</u>	<u>60,81</u>	<u>60,38</u>	<u>58,28</u>	<u>56,40</u>	<u>48,37</u>	<u>48,56</u>	<u>48,18</u>
	129,37	125,65	82,36	81,50	81,62	81,76	78,24	82,01	80,03
8	<u>127,09</u>	<u>146,68</u>	<u>147,78</u>	<u>132,04</u>	<u>142,19</u>	<u>135,40</u>	<u>134,11</u>	<u>137,01</u>	<u>136,76</u>
	129,37	125,65	82,36	81,50	81,62	81,76	78,24	85,63	82,90
9	<u>127,09</u>	<u>146,68</u>	<u>147,78</u>	<u>132,04</u>	<u>142,19</u>	<u>135,40</u>	<u>143,87</u>	<u>139,58</u>	<u>139,47</u>
	129,37	125,65	149,71	151,61	138,00	135,08	137,57	131,16	130,87
10	<u>127,09</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>	<u>0,65</u>
	129,37	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65
Мінімальна вага конструкції, кН									
	<u>36,785</u>	<u>26,451</u>	<u>23,594</u>	<u>22,964</u>	<u>22,663</u>	<u>22,603</u>	<u>22,534</u>	<u>22,524</u>	<u>22,52</u>
	37,446	25,772	22,622	20,971	20,890	20,842	20,827	20,820	20,80
Перевитрати сталі, %									
	<u>63,31</u>	<u>17,43</u>	<u>4,75</u>	<u>1,95</u>	<u>0,62</u>	<u>0,35</u>	<u>0,04</u>	<u>0</u>	-
	79,86	23,78	8,66	0,73	0,34	0,11	0,03	0	-
Примітка. В чисельнику записано дані для завантаження 1, а у знаменнику – для завантаження 2.									

При порівнянні результатів задачі оптимізації поперечних перерізів стрижнів при 8 типах жорсткості й [10] можна дійти висновку про їхню збіжність. На основі даних таблиці побудовано графік залежності маси конструкції від кількості використовуваних типорозмірів (рис. 2).

На основі отриманих рішень можна зробити висновок про те, що при 8..10 типорозмірах маса конструкції є сталою. При 5...7 типорозмірах для першого випадку завантаження ферми і при 4...7 типорозмірах для другого випадку перевитрати сталі не перевищують 1 % порівняно із мінімальною масою ферми при 8 типорозмірах.

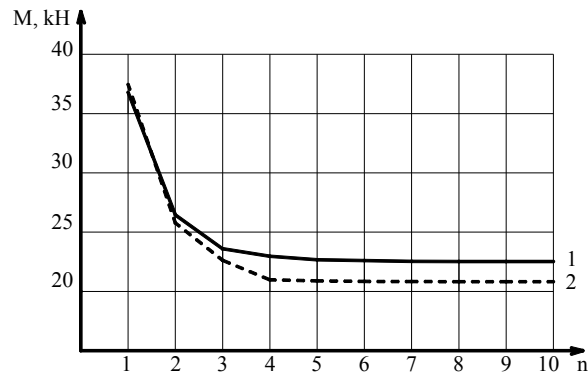


Рис. 2. Графік залежності маси М ферми від кількості n використовуваних типорозмірів поперечних перерізів стрижнів (1, 2 – випадки завантаження ферми).

Висновки

1. Сформульовано задачу оптимального закріплення поперечних перерізів за стрижнями металевих конструкцій при обмеженій кількості використовуваних типів жорсткості.
2. Наведено приклади постановки та результати розв'язку такої задачі для 10-елементної консольної ферми. Виявлено збіжність отриманих результатів з даними інших авторів.
3. Описано та реалізовано в програмі OptCAD нові дискретні змінні проектування, значеннями яких є елементи деякої підмножини типів жорсткості, що доступні для використання.
4. Доповнено мову запису постановок задач спеціальною функцією *SCnt*, значенням якої є кількість використовуваних типорозмірів поперечних перерізів стрижнів конструкції.

До перспектив подальших досліджень у даному напрямку можна віднести оптимізацію параметрів операторів генетичного алгоритму та формулювання комплексних критеріїв оптимальності з врахуванням кількості використовуваних типорозмірів поперечних перерізів стрижнів у конструкції.

Література

- [1] Барский В.Б. Математические методы унификации строительных металлических конструкций // Обзоры по вопросам проектирования металлических конструкций, вып. 2. – М.: ЦНИИС Госстроя СССР. – 1969. – 88 с.
- [2] Лихтарников Я.М. Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций. – М.: Стройиздат, 1979. – 319 с.

- [3] Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Про формулювання задач оптимізації металевих стрижневих конструкцій в системах автоматизованого проектування // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” Теорія і практика будівництва. – 2002. – № 441. – С. 148 – 152.
- [4] Пелешко І.Д. Проблемно-орієнтована мова запису вихідних даних програми оптимізації стрижневих металевих конструкцій // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сборник научных трудов. – Одесса, ОГАСА. – 2003. – С. 185 – 191.
- [5] Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Застосування генетичних алгоритмів для пошуку оптимальних проектних рішень металевих конструкцій // VIII Украинская научно-техническая конференция "Металлические конструкции: взгляд в прошлое и будущее" (18-22 октября 2004 г., Киев, Украина) / Сб. докл., ч. 1 / Под общ. ред. А. В. Шимановского. – К.: "Сталь", 2004. – С. 250 – 260.
- [6] Пермяков В.А., Перельмутер А.В., Юрченко В.В. Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций. – К.: ТОВ «Издательство «Сталь», 2008. – 538 с.
- [7] Проектування раціональних комбінованих металевих конструкцій / В.О. Пермяков, М.В. Гоголь, І.Д. Пелешко, М.Р. Більський, Б.С. Чайка. – Львів: Вид-во НУ “Львівська політехніка”, 2005. – 180 с.
- [8] Скурихин А.Н. Генетические алгоритмы // Новости искусственного интеллекта, М., № 4. 1995. С. 6-46.
- [9] Стрелецкий Н.С., Стрелецкий Д.Н. Проектирование и изготовление экономичных металлических конструкций. – М.: Стройиздат, 1964. – 360 с.
- [10] Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкции. – М.: Мир, 1983. – 478 с.
- [11] Шимановский В.Н., Гордеев В.Н., Гринберг М.Л. Оптимальное проектирование пространственных решетчатых покрытий. – Киев: Будівельник, 1987. – 224 с.

Надійшла до редколегії 30.06.2009 р.