

УДК624.074.2 (624.014.27)

## **Автоматизація розрахунків покриттів зі сталевих геодезичних куполів**

**Білик А.С., к.т.н., Хмельницький С.В.**

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

**Анотація.** У статті розглядаються проблеми і алгоритм автоматизації та розрахунку покриттів із геодезичних куполів. На прикладі купола діаметром 30 м показані етапи розрахунку та висновки порівняння розбивання за критерієм маси для оптимального вибору вихідної геометрії.

**Аннотация.** В статье рассматриваются проблемы и алгоритм автоматизации и расчета покрытий из геодезических куполов. На примере купола диаметром 30 м показаны этапы расчета и выводы по сравнению разбивки по критерию массы для оптимального выбора исходной геометрии.

**Abstract.** In article is presented problems and algorithm of automation calculations coverage from steel geodesic domes. On the example of the dome with a diameter of 30 m shows the stages of calculation and comparison of findings split by the criterion weight for optimal choice of the initial geometry.

**Ключові слова:** геодезичний купол, сталеві просторові конструкції, безмоментна теорія, вибір оптимальних рішень.

**Постановка проблеми.** Сучасний стан металобудівництва просторових стрижневих конструкцій характеризується відходом від типових рішень на користь індивідуальних. Стрижневі купольні конструкції знаходять широке застосування у спорудах спортивного, розважального, торговельного призначення.

Конструкції покриттів із сітчастих куполів, до яких відносяться геодезичні, мають суттєві переваги перед іншими просторовими покриттями. До цих переваг можна віднести:

- покращену інсоляцію та аерацію купольної споруди;
- технологічність монтажу, однотипність та легкість елементів, що монтуються;
- економічну форму та виразний архітектурний вигляд;
- конструктивну схему, в якій немає внутрішніх несучих стін, що дає змогу вільного планування.

В Україні, незважаючи на широке використання сітчастих куполів, геодезичні куполи мають обмежене застосування. Частково це пов'язано зі складністю формоутворення геокуполів та відсутністю регламентованої методики їх розрахунку, що є актуальною проблемою.

При проектуванні геодезичного купола насамперед постають питання вихідних даних і конструктивної схеми, а саме геометричних параметрів конструкції та її елементів (кількість стрижнів, їх розміри, кількість типів стрижнів, кількість та типи вузлів). Більш глобальною та невирішеною проблемою є розрахунок геокуполів, оскільки окрім змінної геометрії слід враховувати особливості та можливі варіанти навантаження на конструкцію. Узагальнення методів розрахунку та автоматизації дозволяють перейти до оптимального проектування геодезичних куполів із метою вибору геометрії, яка б забезпечила найбільш економічне вирішення з урахуванням конструктивних вимог та естетичного сприйняття.



Рис. 1. VIP-шатро на Майдані незалежності у фан-зоні м. Києва під час проведення чемпіонату «Євро-2012» – геодезичний купол з розбиванням 6V

**Огляд останніх досліджень.** Проблемою класифікації, побудови та визначення геометричних характеристик займалися Р.Б. Фуллер [22], Дж. Д. Клінтон [21], Х. Кеннер [20], Л. Кан [19].

Інші підходи до побудови та класифікації куполів запропоновані М.С. Туполєвим [15], Г.Н. Павловим [11], А.А. Журавльовим [6]. Більшість радянських довідників із металевих конструкцій посилаються на цих авторів, наприклад [12].

Дослідження та методи розрахунку сітчастих куполів описані в роботах А.А. Журавльова [6], М.Е. Ліпницького [7], В.В. Горєва [8], Є.І. Белєня [9], А.Г. Трущова [14]. Розглядаються два основних методи розрахунку: за безмоментною теорією, що найбільш повно пояснений у [8] та базується на розрахунково-теоретичній частині [13], та комп'ютерний розрахунок купола як дискретної стрижневої системи на основі методу скінченних елементів. Методи конструювання та приклади необхідних вузлів приведені у [8, 9, 10, 12].

**Постановка задачі.** У зв'язку з вищенаведеним, з'явилась необхідність у загальній методиці розрахунку геокуполів з урахуванням нових норм та розробленні системи автоматизації розрахунку даного типу конструкцій з можливістю вибору оптимального варіанта вирішення. Досягти цього можливо розробленням наскрізного алгоритму, за допомогою якого при введенні початкових параметрів можна отримати перерізи елементів та масу геодезичного купола з урахуванням конструктивних вимог. При цьому задача формується у просторі станів: обрати найкращу конструкцію з можливих при заданих наперед параметрах, природних для завдання на проектування. Така задача ставиться вперше.

Як об'єкт дослідження обрано напівсферичні стрижневі куполи з трикутними чарунками діаметром від 20 м до 50 м, що утворені з вихідної фігури – ікосаедра. При цьому використовується метод 1, що відноситься до I-го класу розбивання [21]. Розглядаються найпоширеніші частоти розбивання в інтервалі {2, 3, 4, 5, 6} для куполів діаметром до 50 м. Автоматизація розрахунків проводиться у середовищі MS Excel.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Геодезичний купол утворюється з правильних багатокутників (платонові тіла) або напівправильних (тіла Архімеда). Серед правильних фігур кращі характеристики має ікосаедр, що складається з 20 трикутних граней, які в подальшому на етапі побудови геодезичної сфери діляться на менші трикутники.

Для визначеного діаметра напівсферичного купола його топологія і висота також визначені та складають приблизно половину діаметра для напівсферичного купола в залежності від типу розбивання.

Відтоді узагальненою змінною при оптимізації геометрії конструкцій напівсферичних геокуполів при заданому діаметрі є частота розбивання вихідної грані ікосаедра, а вибір оптимальної геометрії зводиться до вибору оптимальної частоти розбивання.

За класифікацією Дж. Д. Клінтона [21] існує два основні класи розбивання – I і II (рис. 1).

Клас I:

- використовується для правильних багатокутників, зазвичай ікосаедра;
- частота розбивання може бути парною або непарною.

Кількість елементів у геодезичній сфері:

- вершин  $V = 10n^2 + 2$ ;
- граней  $F = 20n^2$ ;
- ребер  $E = 30n^2$ , де  $n$  - частота розбивання.

Клас II:

- використовується для напівправильних багатокутників;
- частота розбивання може бути тільки парною.

Кількість елементів у геодезичній сфері:

- вершин  $V = \eta + 2$ ;
- граней  $F = 2\eta$ ;
- ребер  $E = 3\eta$ , де  $\eta = 15n^2/2$ .

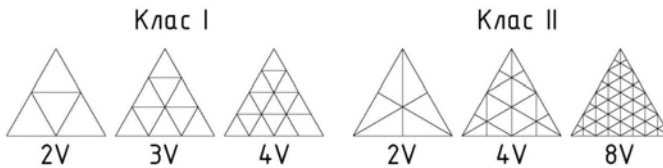


Рис. 2. Частота розбивання вихідної грані ікосаедра

Кожен клас має 3 методи побудови. Враховуючи всі переваги та недоліки різних методів, обрано метод 1 класу розбивання I, який є найпоширенішим у світовому досвіді.

Метод полягає у тому, що сторони трикутної грані ікосаедра розбиваються на рівні частини  $AC = CD = DB$  (рис. 2), протилежні сторони з'єднуються лініями, паралельними до сторін трикутника. Таким чином утворюються трикутники менших розмірів, а їх вершини проєктуються на сферу, що описана навколо ікосаедра, де точка  $O$  – центр сфери. Отримані відрізки  $AF, FG, GB$  – стрижні геокупола – не дорівнюють один одному.

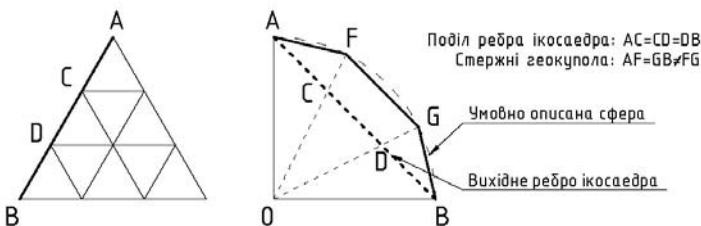


Рис. 3. Метод 1 класу I побудови геокупола на основі ікосаедра

Питанням геометрії геокупола є визначення характеристик його складових. Для побудови просторової стрижневої конструкції, якою є геодезичний купол, необхідно знати довжини стрижнів, їх кількість, кількість вузлів та їх типи. Зазначена система характеризується тим, що стрижні мають неоднакову довжину і для кожного розбивання існує своя різна кількість типів довжин стрижнів. Питання їх кількості і типів

розглядається Томом Девісом для різних частот розбивання [17]. Кількість стрижнів у куполі:

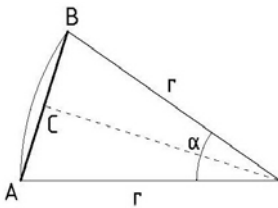
— для парної частоти розбивання:  $k = 15n^2 + \frac{5n}{2}$ ;

— для непарної частоти розбивання:

— купол, що складає трохи менше півсфери:  $k = 15n^2 - 5n$ ;

— купол, що складає трохи більше півсфери:  $k = 15n^2 + 10n$ .

Для визначення довжин сторін використовують т.з. «хорд-фактори» (рис. 3).



$$AC = CB = r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

Якщо радіус купола  $r = 1$ , тоді

Хорд-фактор – значення довжини АВ при  
одичинному радіусі.

Рис. 4. Поняття та формули знаходження хорд-фактора

Геокупол має закономірності у своїй формі, що пов'язані з правильністю вихідної фігури – ікосаедра, тому значення кутів  $\alpha$  визначаються за використанням геометричних залежностей та сферичної геометрії.

Довжини стрижнів, як відстань між двома точками, можна знайти знаючи декартові координати вузлів. Цей процес є трудомістким, наприклад, для напівсферичного купола з частотою розбивання 4V необхідно знайти координати 162 точок, тоді як для частоти 6V – вже 362 вузлів. Метод знаходження координат описаний у роботі Тома Девіса [17].

Таким чином, маючи необхідні хорд-фактори, можна знайти довжини всіх стрижнів, помноживши хорд-фактор на радіус купола, що необхідно запроектувати.

Автоматизація розрахунку потребує алгоритму, за яким можна визначити зусилля і підібрати переріз за умов несучої здатності конструкції, маючи лише вихідні дані.

Сітчасті куполи зазвичай розраховують на міцність при пружних деформаціях із подальшою перевіркою стійкості конструкції. Нехтуючи перерозподілом зусиль в елементах конструкції, котрі можуть виникати внаслідок недружніх деформацій, та використовуючи дані, отримані з пружного розрахунку, можна підібрати переріз елементів і перевірити міцність і стійкість конструкції.

Відомі два основних підходи до розрахунку сітчастих куполів:

1. Сітчастий купол розглядають як суцільну вісесиметричну оболонку, оскільки він подібний до суцільної оболонки. На основі цього сітчасту конструкцію замінюють суцільною оболонкою, виконують розрахунок за безмоментною теорією і потім здійснюють перехід до зусиль у дискретній системі. При цьому визначають жорсткісні властивості еквівалентної оболонки, що має таку ж міцність на розтяг, згин та кручення, що і задана сітчаста система. Переміщення точок суцільної оболонки співпадає з переміщеннями її вузлів. Перехід від отриманих напружень у суцільній оболонці до зусиль у стрижневій сітчастій системі базується на умовах статичної рівноваги.

2. Сітчастий купол розглядають як дискретну стрижневу систему і розраховують відомими методами будівельної механіки просторових стрижневих систем. Цей підхід реалізується за допомогою ЕОМ з використанням програм статичного розрахунку просторових систем, що базуються на методі скінченних елементів, таких як Lira, Scad та ін.[8].

Безмомента теорія розглядає вісесиметричні і несиметричні навантаження, тоді як на купол діють навантаження трьох типів: від власної ваги, снігове у зимовий період часу та вітрове. У цьому методі приймається спрощене урахування навантаження, яке приводиться до такого, що діє повністю на конструкцію.

Оскільки куполи є головними несучими елементами, вони належать за призначенням до конструкцій категорії А. Клас наслідків куполів залежить від призначення та інших чинників, для куполів діаметром 20 м ... 50 м, що використовуються для споруд спортивного та аналогічного призначення, клас наслідків, як правило, приймається СС2 [3]. Тобто коефіцієнт надійності за відповідальністю, який використовується в усталених розрахункових ситуаціях, згідно з [4] становить  $\gamma_{n1} = 1,1$  для першої групи граничних станів та  $\gamma_{n2} = 0,95$  - для другої групи граничних станів. Вважається що стрижневі сітчасті куполи, які розглядаються, працюють тільки у пружній стадії (І клас НДС).

Безмоментна теорія дає змогу отримати розподілені зусилля на одиницю довжини у будь-якій точці купола у формі кільцевого ( $T_1$ ) і меридіального ( $T_2$ ) зусиль. Формули для знаходження цих зусиль враховують кути у вертикальній площині, а подекуди і у горизонтальній, і через те, що наперед невідомо, в якій саме точці, тобто, при яких кутах виникає найбільше зусилля, аналітичний підхід виявляється трудомісткою задачею, тоді як автоматизація визначення зусиль у куполі від кожного навантаження та розрахункового сполучення зусиль дає змогу врахувати всі можливі випадки і визначити максимальні зусилля.

Для геокупола, у якому стрижні розташовані без чіткого направлення за напрямком кільцевих і меридіальних зусиль, на відміну від сітчастого купола, запропоновано враховувати геометричну суму цих векторів:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} .$$

На даному етапі досліджень припускається, що найбільше навантаження може діяти на стрижень найдовшої довжини. Таким чином, маючи відомі довжини сторін, що визначені з геометрії купола, розрахунковим буде найдовший стрижень, що має різну довжину для різної частоти розбивання.

Розрахункове зусилля в ребрі визначається із припущення, що стрижні, які примикають до нього під кутом, не беруть участь у сприйнятті зусиль, тоді

$$N = l_{\max} \cdot T .$$

На отримане зусилля запропоновано розраховувати стрижень, приймаючи, що зусилля викликає стиск у стрижні.

У наведеному алгоритмі автоматизованого розрахунку необхідна площа перерізу стрижня повинна задовольняти усім відомим перевіркам, що перетворені в умови підбору необхідної площі:

1. *Стійкість окремого стрижня* (загальна перевірка за існуючими нормами [4]):

$$A = \frac{N_{\max}}{R_y \gamma_c \varphi} ,$$

де  $N_{\max}$  – найбільше зусилля;  $R_y$  – розрахунковий опір сталі;  $\gamma_c$  – коефіцієнт умов роботи елемента;  $\varphi$  – коефіцієнт поздовжнього згину.

2. *Загальна стійкість у вертикальній площині за моментом інерції стрижня* [8]:

$$I \geq \frac{T_1 R a}{0,5 E \sqrt{\frac{T_1 R}{0,5 E}}} ,$$

де  $T_1$  – кільцеве зусилля;  $R$  – радіус купола;  $a$  – довжина, з якої збирається зусилля;  $E$  – модуль пружності сталі.

3. *Загальна стійкість купола за критичними напруженнями суцільного аналога* [8]:

$$A \geq \frac{\sigma_{\max} R \sqrt{3 \left( 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right)} 3il}{2i\sqrt{3E}},$$

де  $\sigma_{\max}$  – найбільше напруження;  $R$  – радіус купола;  $i$  – радіус інерції стрижня;  $l$  – довжина стрижня;  $E$  – модуль пружності сталі.

4. Загальна стійкість купола на основі ікосаедра [6]:

$$A \geq \frac{N_{\max} k}{5E \sqrt{1 - 0,4(5 + \sqrt{5}) \cos^2 v}},$$

де  $N_{\max}$  – найбільше зусилля;  $k$  – число вузлів просторової решітки купола;  $v$  – кут при основі між ребрами грані п'ятигранної піраміди;  $E$  – модуль пружності сталі.

5. Місцева стійкість купола за критичною силою на п'ятигранну піраміду, що знаходиться у маківці купола [6]:

$$A \geq \frac{N_{\max} 9(1 + \sin 36^\circ \sin(\gamma))}{40\sqrt{3E} \sin 36^\circ \sin \gamma \cos^3 \gamma},$$

де  $N_{\max}$  – найбільше зусилля;  $\gamma$  – кут нахилу граней п'ятигранної піраміди до вертикалі;  $E$  – модуль пружності сталі.

Остаточна необхідна площа перерізу стрижня приймається як найбільше значення з отриманих вище критеріїв і обирається потім за сортаментом ГОСТ 8732-78 «Трубы горячекатаные», який найбільш доступний на українському ринку. Основні розміри перерізів інших елементів на даному етапі досліджень прийняті, виходячи з умови однаковості зіставних елементів конструкції, тобто з таким же перерізом, як стрижень найбільшої довжини.

Враховуючи всі припущення та наближення безмоментної теорії, вона потребує перевірки більш точними методами. Тому були проведені порівняльні дослідження і перевірка значень зусиль, отриманих за пропонуваним методом, із зусиллями, отриманими методом скінченних елементів у розрахунковому комплексі Lira 9.6.

У програмі в режимі створення розрахункової схеми є можливість вибору створення геодезичного купола. Обрано ті параметри, які були використані в алгоритмі, а саме:



- фігура, на базі якої будується геосфера – ікосаедр;
- частина сфери – сфера (видалення зайвих вузлів для утворення півсфери);
- клас розбивання – клас I;
- радіус сфери – для прикладу обрано радіус, який порахований за алгоритмом, що запропонований у даній роботі;
- частота розбивання – обираємо від  $2\nu$  до  $6\nu$ .

Для перевірки максимальних зусиль у стрижнях та стійкості купола задано навантаження з розрахунку із врахуванням усіх особливостей за діючими нормативами.

На сферу діють навантаження:

- постійне;
- снігове;
- вітрове (розкладається на симетричне і кососиметричне).

Результати порівнянь розрахунку методом скінченних елементів із даними, отриманими за безмоментною теорією, показують, що найбільше зусилля в куполі відрізняється не більше ніж на 20 %, що задовільно для практики інженерних розрахунків [16]. Також була проведена перевірка прогинів при прикладанні до того ж самого купола експлуатаційних розрахункових навантажень. Визначено, що найбільший прогин не перевищує граничних значень за чинними нормами [5]. Таким чином, вирішальним для геокуполів при обраних обмеженнях є критерій міцності і стійкості, а не деформативності.

Алгоритм автоматизації розрахунку геодезичних куполів складається з наступних етапів:

1. Задання вихідних параметрів: геометричних (діаметр купола  $D$ , висота, частота розбивання); навантаження (снігове  $S_0$ , вітрове  $W_0$ , тип вітрової місцевості, клас відповідальності, термін експлуатації); фізичних параметрів (міцність сталі, модуль пружності, сортамент).
2. Визначення геометрії: для кожної з 5 частот ( $2V$ ,  $3V$ ,  $4V$ ,  $5V$ ,  $6V$ ) визначаються характеристики: стрижнів (кількість типорозмірів і довжина стрижня даного типорозміру  $l_{pi}$ , кількість стрижнів у куполі  $j$ , кількість стрижнів даного типорозміру  $n$ , максимальна довжина стрижня); вузлів (кількість різних типів вузлів  $k$ , кількість вузлів даного типу  $n_k$ ).
3. Визначення навантажень: власної ваги (граничне розрахункове і експлуатаційне); снігового навантаження (граничне розрахункове і експлуатаційне); вітрового навантаження (граничне розрахункове і експлуатаційне).

4. Визначення зусиль: зусилля на одиницю довжини (кільцеве і меридіальне); розрахункове сполучення зусиль (найбільше зусилля кільцеве і меридіальне, геометрична сума векторів), зусилля у найдовшому елементі.

5. Підбір перерізу: за умовами стійкості (стійкість окремого стрижня, стійкість у вертикальній площині за моментом інерції стрижня, стійкість за критичними напруженнями, загальна стійкість купола на основі ікосаедра, загальна кількість купола (за критичною силою на п'ятигранну піраміду, що знаходиться у маківці купола)), визначення найбільшого значення необхідної площі перерізу, підбір перерізу за сортаментом.

6. Вибір оптимальної альтернативи на заключному етапі відбувається за вирішувальним правилом:

$$r : V^{\uparrow *} = \text{"arg min } M(m_{\downarrow 1}(V), m_{\downarrow 2}(V), m_{\downarrow 3}(V), m_{\downarrow 4}(V), m_{\downarrow 5}(V), m_{\downarrow 6}(V)),$$

де  $m$  – маса купола,  $V$  – частота розбивання,  $V = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Отримана цільова функція маси купола є алгоритмічною, дискретною та частково сепарабельною. Наочність дискретного пошуку частоти розбивання, що забезпечує мінімальну масу купола, наведена на рис. 5, 6, 7.

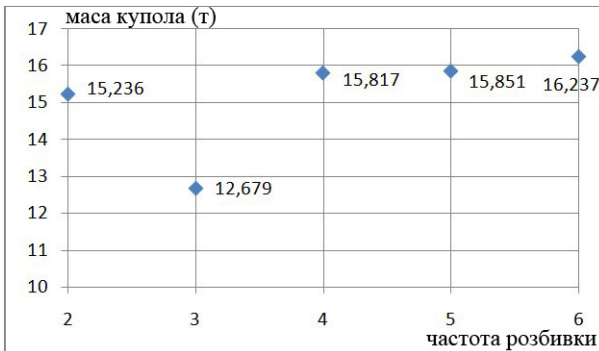


Рис. 5. Реалізація дискретного пошуку оптимального рішення у досліджуваній області у разі залежності маси стрижнів від частоти розбивання при діаметрі купола  $D = 30$

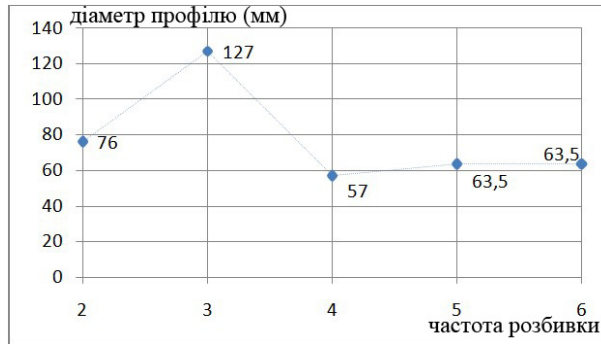


Рис. 6. Підібраний діаметр трубчастих елементів для різних варіантів частоти розбивання при діаметрі купола  $D = 30$  м



Рис. 7. Довжина найдовших елементів для різних варіантів частоти розбивання при діаметрі купола  $D = 30$  м

## Висновки

Із наведених рисунків видно, що діаметр та маса стрижнів геодезичних куполів нелінійно залежать від частоти розбивання. Це пов'язано з тим, що при збільшенні частоти розбивання довжина елементів зменшується, зменшується й значення площі перерізу стрижнів, але разом із тим при збільшенні частоти збільшується кількість елементів. Істотний вплив також справляє дискретність сортаменту, на якому здійснюється пошук.

Алгоритм реалізовано у вигляді програми підтримки прийняття рішень, що дозволяє обрати оптимальну частоту розбивання геокупола при заданому діаметрі та інших параметрах за критерієм мінімальної маси ще на передпроектній стадії або на стадії проведення тендерів.

Тематикую подальших досліджень є уточнення розрахункових схем, визначення меж переходу між ними та розкриття невизначеності, пов'язаної із додатковими параметрами геодезичних куполів, розроблення ефективних вузлів та оцінка оптимального купола з умови використання розширених техніко-економічних показників.

### **Література**

- [1] Білик А.С., Пермяков В.О. Експертне моделювання вибору оптимальних рішень плоских сталевих зварних конструкцій // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди / Зб.наук.праць. Вип. 16, Ч.2, Рівне, 2008. – С. 295 - 302.
- [2] ДБН В.1.2-2:2006 Навантаження і впливи, чинний з 01.01.2007. - К.: Мінрегіонбуд, 2006.
- [3] ДБН В.1.2-14-2009 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів, чинний з 01.12.2009. - К.: Мінрегіонбуд, 2009.
- [4] ДБН В.2.6-163:2010 Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу, чинний з 01.12.2011. - К.: Мінрегіонбуд, 2011.
- [5] ДСТУ Б В.1.2-3:2006 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Прогини і переміщення.Вимоги проектування. - К.: Мінрегіонбуд, 2006.
- [6] Журавлёв А.А., Вержбовский Г.Б, Еременко Н.Н. Пространственные деревянные конструкции. – Ростов-на-Дону: ОАО ИПФ «Малыш», 2003. – 518 с.
- [7] Липницкий М.Е. Купола. (Расчет и проектирование). – Л.: Стройиздат, 1973.– 128 с.
- [8] Металлические конструкции. В 3 т. Т.2.Конструкции зданий.: Учеб. для строит, вузов; Под ред. В.В. Горева. - 2-е изд., испр. - М.: Высш. шк., 2002. - 528 с.
- [9] Металлические конструкции. Общий курс. Учебник для вузов / Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Ведеников и др.; Под общ. ред. Е.И. Беленя. - 6-е изд., перераб. и доп. - М.: Стройиздат, 1986. - 560 с.
- [10] Муханов К.К. Металлические конструкции: учеб.для строит, спец. вузов, кроме специальности «Пром. и гражд. стр-во» / К.К. Муханов. - Изд. 3-е, испр. и доп. - М.: Стройиздат, 1978. - 576 с.
- [11] Павлов Г.Н. Автоматизация архитектурного проектирования геодезических куполов и оболочек. – дис... канд. техн. наук. – Новгород: 2007. - 274 с.
- [12] Савельев В.А. Металлические купола. В кн.: Современные пространственные конструкции (железобетон, металл, дерево и пластмассы): Справочник / Под ред. Ю.А. Дыховичного, Э.З. Жуковского. - М.: Высш. шк., 1991. - с. 187 - 204.

- [13] Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический. В двух книгах. Кн. 2. Под ред. А.А. Уманского. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М., Стройиздат, 1973, 416 с.
- [14] Трущев А.Г. Пространственные металлические конструкции: Учеб. пособие для вузов. - М: Стройиздат, 1983. - 215 с.
- [15] Туполев, М.С. Тригонометрические параметры схем геодезических и кристаллических куполов / М.С. Туполев, Ю.А. Морозов // Научные труды Московского архитектурного института. - М., 1971. - Вып. 3.
- [16] Хмельницький С.В. Автоматизація розрахунків покриттів із геодезичних куполів. Робота на здобуття ступеня маг.техн.наук. К.: КНУБА, 2012 - 124 с. (на правах рукопису).
- [17] Davis, T. Geodesic Domes // <http://www.geometer.org/mathcircles/>, 2011
- [18] ENV 1993-1-1 Eurocode 3 - Design of Steel Structures: Part 1-1 – General Rules and Rules for Buildings.
- [19] Kahn, L. Domebook 2 // Pacific Domes California, 1971, 133 pages.
- [20] Kenner, H. Geodesic Math and How to Use It. // Berkeley, CA: University of California Press, 1976.
- [21] NASA Contractor Report: Advanced Structural Geometry Studies, Part I: Polyhedral Subdivision Concepts for Structural Applications by Joseph D. Clinton, 1971.
- [22] Structural Design Concepts for Future Space Missions or «Geodesic Design Concepts» for NASA in 1968, by various authors incl. B. Fuller, rewrite by Jay Salsburg.

*Надійшла до редколегії 20.06.2012 р.*