

УДК 624.014

## **Методика визначення оптимальної висоти сталевій двотавровій балки зі змінним перерізом стінки при розвитку обмежених пластичних деформацій**

**Білик С.І.**, д.т.н.

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

**Анотація.** Проведені теоретичні дослідження оптимальної висоти сталевій двотавровій балки з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій. Отримані формули для визначення оптимальної висоти балки змінного перерізу при розвитку малих пластичних деформацій. Оптимальна висота балок визначається з урахуванням змінності їх форми по довжині.

**Аннотация.** Проведены исследования оптимальной высоты стальной двутавровой балки с учетом развития ограниченных пластических деформаций. Получены формулы для определения оптимальной высоты балки переменного сечения при развитии малых пластических деформаций. Оптимальная высота балок определяется с учетом переменности их формы по длине.

**Abstract.** The famous researches are the fundamental theoretical apparatus for the decision of a numerous problems of the optimum height of I-shaped cross-section with variable web height with limited plastification.

**Ключові слова:** сталеві двотаврові балки, пластичні деформації, дослідження, перерізи.

**Постановка проблеми.** Питання міцності та стійкості зварних двотаврових елементів зі змінним перерізом пов'язане з задачами урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій. Такі задачі є актуальними внаслідок широкого використання зварних двотаврів змінного перерізу у рамних каркасах будівель універсального призначення, побудованих за енергозберігаючими технологіями. Розвиток теорії малих пластичних деформацій в елементах змінного перерізу є також одним із важливих напрямків, який допомагає визначити ресурс сталевих рамних конструкцій, підвищити ефективність використання сталі.

Теорія малих пластичних деформацій базується на глибоких дослідженнях металевих конструкцій постійного перерізу [1...5]. Теорія оптимальних сталевих конструкцій зі зварних двотаврів змінного перерізу при пружній роботі сталі висвітлена у роботах [6, 7, 8]. До перших досліджень із врахування розвитку пластичних деформацій у балках змінного перерізу слід віднести роботи [5, 9]. Але ряд задач з визначення раціональної форми балки зі змінною висотою стінки, розвитку зони пластичних

деформацій при врахуванні малих пластичних деформацій необхідно вирішити.

Дослідження присвячені пошуку оптимальної висоти двотаврової балки зі змінною висотою перерізу при розвитку обмежених пластичних деформацій, а також узагальненню підходу щодо визначення розрахункового перерізу та зон розвитку пластичних деформацій залежно від форми балки.

Розглянута металева двоскатна двотаврова балка завдовжки  $l$  зі змінною висотою стінки. Висота стінки змінюється за лінійним законом:

$$h_{wn} = h_{w0} \left( 1 - \gamma_n \frac{2z}{l} \right),$$
  $h_{wn}$  – найменша висота стінки,  $h_{w0}$  – максимальна висота стінки.

При розвитку обмежених пластичних деформацій значення пластичного моменту опору перерізу буде залежити від геометричних характеристик перерізу (розмірів і площі перерізу:  $h_{wz}$ ,  $A_f$ ,  $t_w$ ), від зони розвитку обмежених пластичних деформацій  $a_{wz}$  за висотою перерізу, а також від прийнятої уніфікованої діаграми розтягу сталі на ділянці розвитку пластичних деформацій. [1]. При прийнятті діаграми пластичних деформацій Прандтля та розкривання умови рівноваги будь-якого перерізу балки, де виникають максимальні напруження значення, пластичний момент опору перерізу слід визначати за традиційною формулою як для балок постійного перерізу при врахуванні розвитку обмежених пластичних деформацій [1].

$$W_{xplz} = \left[ A_f (h_{wz} + t_f) + \frac{h_{wz}^2 t_w}{4} - \frac{1}{3} a_{wz}^2 t_w \right]. \quad (1)$$

При округленні висоти перерізу двотавра ( $h_z$ ) до висоти стінки двотавра ( $h_{wz}$ ):  $h_{wz} \approx h_z$ , ( $h_{wz} + t_f \approx h_z$ ) остання формула набуде вигляду (1):

$$W_{xplz} = \left[ A_f h_z + \frac{h_z^2 t_w}{4} - \frac{1}{3} a_{wz}^2 t_w \right]. \quad (2)$$

Пружний момент опору поточного перерізу визначається через момент інерції перерізу [1]

$$I_{xz} = 2A_y \left( \frac{h_{wz} + t_f}{2} \right)^2 + \frac{h_{wz}^3}{12}; \quad W_{xz} = A_f (h_{wz} + t_f) + \frac{h_{wz} t_w}{6}. \quad (3)$$

Для перерізу балки з максимальною висотою пружно-пластичний момент і пружний момент опору перерізу визначають за формулами (1, 2, 3).

$$W_{x0} = A_f h_0 + \frac{h_0 t_w}{6}. \quad W_{xp/0} = \left[ A_f h_0 + \frac{h_0^2 t_w}{4} - \frac{1}{3} a_{w0}^2 t_w \right]. \quad (4)$$

Оптимальна висоти балки змінного перерізу згідно з роботами [6, 8] враховує змінність висоти стінки через вагу двох полиць площею  $A_f$ , вагу стінки трапецієподібної форми, а також конструктивні коефіцієнти полиці  $\psi_f = (m_f + m_{df})/m_f$  та стінки  $\psi_w = (m_w + m_{dw})/m_w$ . Таким чином, приведені значення витрат сталі на одиницю довжини балки ( $m_b/l$ ) буде.

$$\frac{m_b}{l} = \rho \left[ 2\psi_f A_f + \psi_w t_w h_{w0} \left( 1 - \frac{\gamma_n}{2} \right) \right]; \quad (5)$$

$$\frac{m_b}{\rho l} = \frac{2W_{xp0}\psi_f}{h_0} + t_w h_0 \left[ \psi_w \left( 1 - \frac{\gamma_h}{2} \right) - \frac{\psi_f}{2} \right] + \frac{2}{3} \frac{a_{w0}^2 t_w \psi_f}{h_0}. \quad (6)$$

Введення відносного параметра пружних деформацій [1]: відношення висоти пружної зони стінки до висоти балки –  $a_{w0}$  дає відношення залежності ваги конструкції від відносних параметрів.

$$\xi_{w0} = 2a_{w0}/h_0; \quad 2a_{w0} = \xi_{w0} h_0; \quad a_w^2 = \frac{\xi_w^2 h_0^2}{4}; \quad (7)$$

$$\frac{m_b}{\rho l} = \frac{2W_{xp0}}{h_0} \psi_f + t_w h_0 \left[ \psi_w \left( 1 - \frac{\gamma_h}{2} \right) - \frac{\psi_f}{2} \right] + \frac{2}{3} \frac{\xi_{w0}^2 t_w h_0}{4} \psi_f. \quad (8)$$

Критерієм визначення оптимальної висоти балки змінного перерізу з урахуванням розвитку пластичних деформацій є умова екстремуму функції (8).

$$\left( \frac{m_b}{\rho l} \right)' = -\frac{2W_{xp0}}{h_0^2} \psi_f + t_w \left[ \psi_w \left( 1 - \frac{\gamma_h}{2} \right) - \frac{\gamma_f}{2} + \frac{1}{6} \xi_{w0}^2 t_w \psi_f \right] = 0. \quad (9)$$

Оптимальна висота балки змінного перерізу з урахуванням обмеженого розвитку пластичних деформацій слід визначати за формулами:

$$h_0 = k_{t0} \sqrt{\frac{W_{xpl0}}{t_w}}; \quad k_t = \sqrt{\frac{2\Psi_f}{\Psi_w \left(1 - \frac{\gamma_h}{2}\right) + \frac{1}{2}\Psi_f \left(\frac{1}{3}\xi_{w0}^2 - 1\right)}}; \quad (10)$$

$$h_0 = k_{\lambda 0} \sqrt[3]{W_{xpl0} \lambda_{w0}}; \quad k_{\lambda 0} = \sqrt[3]{\frac{2}{2\frac{\Psi_w}{\Psi_f} \left(1 - \frac{\gamma_h}{2}\right) - 1 + \frac{1}{3}\xi^2}}. \quad (12)$$

Важливим є відношення пластичного моменту опору перерізу до пружного моменту опору перерізу розрахункового перерізу

$$\tilde{N}_{pl} = \frac{W_{xpl}}{W_{xl}} = \frac{A_f / A_w + 0,25 - \xi_w^2 / 12}{A_f / W_x + 1/6}. \quad (13)$$

Останній вираз враховує зону розвитку пластичних деформацій по висоті перерізу і при зміні апроксимації діаграми розтягу сталі, при переході від діаграми Прандтля до уніфікованої діаграми [9] стає більш точним. Так при  $\xi = 0$  значення  $\tilde{N}_{pl}$  співпадає з формулами [1].

За формулами (2, 6) пластичний момент опору перерізу можна переписати через пружний момент опору перерізу:

$$W_{xpl0} = \left[ W_{x0} + \frac{h_0^2 t_w}{12} - \frac{1}{3} a_{w0}^2 t_w \right]; \quad W_{xplz} = \left[ W_{xz} + \frac{h_z^2 t_w}{12} - \frac{1}{3} a_{wz}^2 t_w \right]. \quad (14)$$

Висота пружного ядра буде залежити від відношення

$$a_{wz} = \sqrt{\frac{3(W_{xz} - W_{xplz})}{t_w} + \frac{h_z^2}{4}}. \quad (15)$$

Момент опору перерізу краще записати через момент опору полиці і стінки (14):

$$W_{xplz} = [W_{xfz} + n_{pl} W_{xwz}]; \quad n_{pl} = \left( \frac{3}{2} - \frac{2a_{wz}^2}{h_z^2} \right); \quad (16)$$

$$W_{xwz} = W_{xf0} (1 - \gamma_h t_z) + n_{pl} W_{xw0} (1 - \gamma_h t_z)^2.$$

Умова міцності шарнірно опертої балки змінної висоти з урахуванням пластичних деформацій при рівномірно розподіленому навантаженні має вигляд:

$$\sigma = \frac{M_{x0}(1-t_z^2)}{[n_{pl}W_{xw0}(1-\gamma_h t_z)^2 + W_{xf0}(1-\gamma_h t_z)]} \quad (17)$$

При врахуванні розвитку обмежених пластичних деформацій умовою визначення координати  $t_{zm}$  розташування розрахункового перерізу (перерізу з максимальними напруженнями) є умова ( $\sigma' = 0$ ) виникнення максимальних напружень за (17).

$$t_{zm} = \frac{\left[ n_{pl}(\gamma_h^2 + 1)W_{xw0}/W_{x0} + W_{xf0}/W_{x0} \right]}{\gamma_h(2n_{pl}W_{xw0}/W_{x0} + W_{xf0}/W_{x0})} \pm \sqrt{\left[ \frac{n_{pl}(\gamma_h^2 + 1)W_{xw0}/W_{x0} + W_{xf0}/W_{x0}}{\gamma_h(2n_{pl}W_{xw0}/W_{x0} + W_{xf0}/W_{x0})} \right]^2 - 1} = 0. \quad (18)$$

Важливою задачею також є визначення по довжині балки зони розвитку пластичних деформацій.

$$\left( \frac{n_{pl}\gamma_h^2 W_{xw0} + M_{x0}/R_y}{W_{x0}} \right) t_z^2 - \gamma_h \left( \frac{W_{xf0} + 2n_{pl}W_{xw0}}{W_{x0}} \right) t_z + \frac{n_{pl}W_{xw0} + W_{xf0} - M_{x0}/R_y}{W_{x0}} > 0. \quad (19)$$

Таким чином, розроблений комплексний підхід до визначення оптимальних балок зі змінною висотою стінки з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій: методика визначення оптимальної висоти балок, методика визначення розрахункового перерізу, де виникають максимальні напруження, методика визначення зони розвитку пластичних деформацій, а також вплив форми балок на визначення зони розвитку пластичних деформацій.

### Література

- [1] Металеві конструкції. Загальний курс. / Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавриненко Л.І., Белов І.Д., Володимирський В.О. – К.: Видавництво «Сталь», 2010. – 869 с.
- [2] Стрелецкий Н.Н. Расчет элементов стальных конструкций по критерию предельных пластических деформаций / Н.Н. Стрелецкий, Г.Е. Бельский, Б.И. Любаров, А.Л. Чернов // Промышленное строительство. – 1978. – № 6. – С. 7–11.
- [3] Металлические конструкции / Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Ведеников. – М.: Стройиздат, 1991. – 687 с.

- [4] Бельский Г.Е., О едином подходе к использованию диаграмм работы строительных сталей / Г.Е. Бельский, П.Р. Одесский // Промышленное строительство. – 1980. – № 7. – С. 4–6.
- [5] Шибанін В.С. Аналітичні залежності розрахунку прогинів стержнів при складному опорі за межею пружності / В.С. Шибанін, І.І. Хилько // Металеві конструкції, 2003. – Т. 6. – № 1. – С. 31–33.
- [6] Білик С.І. Раціональні сталеві двотаврові балки зі змінною висотою стінки / С.І. Білик // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Сб. наук. праць / МОН України, НУВГП. – Рівне, 2008. – Вип. 17. – С. 73–78.
- [7] Катюшин В.В. Здание з каркасами из стальных рам переменного сечения / Катюшин В.В. – М.: Стройиздат, 2005. – 651 с.
- [8] Билык С.И. Оптимальные стальные двутавровые балки переменного сечения / С.И. Билык // Современные металлические и деревянные конструкции: Сб. науч. тр. Междунар. Симпозиума, г. Брест, 15-18 июня 2009 г. – Брест: ОАО «Брестская типография», 2009.
- [9] Білик С.І. Апроксимація діаграми розтягу сталі / С.І. Білик, Білик А.С., Усенко М.В. // Современные строительные конструкции из металла и древесины / МОН України / Одесская ГАСА. – Одесса, 2011. – Випуск 15 – Ч. 3. – С. 15–18.

*Надійшла до редколегії 02.06.2012 р.*