УДК 624.073.012

До питання розрахунку просторових конструкцій із тонкостінних стрижнів відкритого профілю

[1]**Перельмутер А.В.,** д.т.н., [2]**Юрченко В.В.,** к.т.н.

[1]НПО «СКАД Софт», Україна
[2]Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Анотація. У роботі підлягала перевірці гіпотеза щодо розрахунку стрижневих конструкцій, складених із тонкостінних стрижнів відкритого профілю, з використанням семи вузлових невідомих. Перевірка була зведена до аналізу результатів тестових розрахунків стрижневих конструкцій, поведінка яких моделювалася шляхом створення розрахункової схеми з тонких плоских скінченних елементів та її подальшого розрахунку за допомогою обчислювального комплексу SCAD.

Аннотация. В работе проверялась гипотеза о расчете конструкции, составленной из тонкостенных стержней открытого профиля, с использование семи узловых неизвестных. Проверка была сведена к анализу результатов тестовых расчетов стержневых конструкций, поведение которых моделировалось путем создания расчетной схемы из тонких плоских конечных элементов и ее дальнейшего расчета в вычислительном комплексе SCAD.

Abstract. A working hypothesis relating to the structural analysis of the space structures from thin-walled open profiled bars using seven degree of freedoms has been subjected to verification. This verification has been performed based on the results of structural analysis of thin-walled bar systems which behavior under the loading has been simulated using design schemes from thin shell finite elements. Structural analysis has been realized using software SCAD.

Ключові слова: тонкостінний стрижень, депланація, бімомент, числовий експеримент, метод скінчених елементів, середньоквадратична похибка

Постановка проблеми. Останнім часом зросла зацікавленість до розрахунку просторових конструкцій, складених із тонкостінних стрижнів. Конструкції такого типу були предметом досліджень різних авторів, які використовували скінченний елемент, що має сім ступенів свободи на кінцях [8, 12].

Деформування та розподіл напружень у тонкостінних стрижнях відкритого профілю суттєво відрізняється від звичайних стрижнів, оскільки не виконується (повністю або частково) гіпотеза плоских перерізів Ейлера-Бернуллі та принцип локальності дії взаємно зрівноваженої системи сил Сен-Венана [3]. В тонкостінних стрижнях відкритого профілю відбувається значна депланація перерізів, що суттєво відображається на умовах їх роботи під навантаженням.

Статичний аналіз і визначення внутрішніх зусиль в елементах конструкції з тонкостінних холодногнутих стрижнів відкритого профілю при врахуванні стисненого кручення є складною задачею. У сучасних обчислювальних програмних комплексах використовуються типи скінченних елементів, які дозволяють врахувати до шести ступенів свободи у вузлах стрижневої системи, що відповідають лінійним переміщенням та поворотам у цих вузлах як жорстких тіл. Розрахунок конструкцій з тонкостінних стрижнів відкритого профілю може виконуватися з використанням скінченних елементів оболонки. Проте це потребує ретельного вибору сітки скінченних елементів, якою апроксимуються елементи конструкції. При цьому кількість вузлів та елементів зростає порівняно зі стрижневою апроксимацією на декілька порядків [8].

У той же час, теорія тонкостінних стрижнів відкритого профілю потребує введення додаткових ступенів свободи у вузлах, що примикають до тонкостінних стрижнів. Ці додаткові ступені свободи відповідають за депланаційні складові вузлового переміщення.

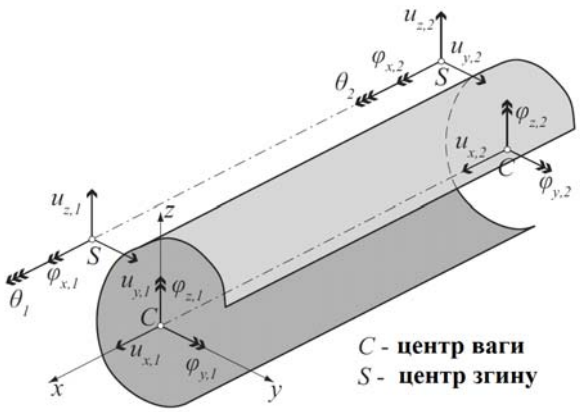


Рис. 1. Тонкостінний скінченний елемент із сьома ступенями свободи на кінцях

У роботі [8] розглянуто питання чисельного розрахунку просторових конструкцій з тонкостінних стрижнів відкритого профілю з розробкою стрижневого тонкостінного скінченного елемента із сьома ступенями свободи на його кінцях (рис. 1), який дозволяє врахувати не лише чисте, але й стиснене кручення при збіжності та незбіжності центрів ваги та згину, наявності або відсутності ексцентриситетів у вузлах тощо. Авторами представлено матрицю жорсткості такого тонкостінного стрижня з урахуванням деформацій стисненого кручення, а також матрицю перетворення координат для переходу від місцевої системи координат до загальної.

Необхідно зазначити, що сьома ступінь свободи буде вичерпно описувати поведінку тонкостінних стрижнів лише для дуже простих типів відкритих поперечних перерізів з однією стінкою та двома полицями. За наявності у перерізі тонкостінного стрижня одиночних відгинів на полицях стає необхідним використовувати вже восьму ступінь свободи, за наявності подвійних відгинів на полицях – дев'яту тощо. При цьому виникає питання щодо правильності опису умов закріплення тонкостінного скінченного елемента для кожного такого додаткового ступеня свободи. Нарешті, невирішеною залишається проблема формулювання рівняння сумісності деформацій у вузлах стрижневої розрахункової моделі за наявності додаткових ступенів свободи, що залежать від форми поперечних перерізів стрижнів, які примикають до розглядуваного вузла [1, 11].

Останнім часом науковцями здійснювалося чимало намагань побудови достатньо універсального алгоритму для розрахунку довільних тонкостінних стрижневих систем, і тут основною проблемою було формулювання крайових умов на кінцях тонкостінного стрижня [10]. У деяких роботах [6, 7] виходили з того, що на кінці стрижня депланація або повністю відсутня (абсолютно жорсткий вузол), або не зустрічає жодних перешкод (шарнір відносно депланації). У роботі [8] використовувалася гіпотеза про те, що для деяких типів конструктивних рішень вузлів депланації є однаковими для усіх тонкостінних стрижнів, що сходяться у вузлі. А у праці [7] також припускалося, що просторова орієнтація стрижня не впливає на депланацію, тобто депланації у загальній і місцевій системі координат вважались однаковими.

Зазначений підхід обґрунтований, наприклад, для плоских прямокутних рам без ексцентриситетів у вузлах, коли вісь стрижня розташовується вздовж осі центрів згину, полички усіх стрижнів, що сходяться у вузлі, є паралельними до площини рами, а фасонки, які з'єднують пояси стрижнів у вузлі, прийняті безмежної жорсткості у своїй площині та допускають депланацію із своєї площини [2 ,4, 5] (рис. 2).

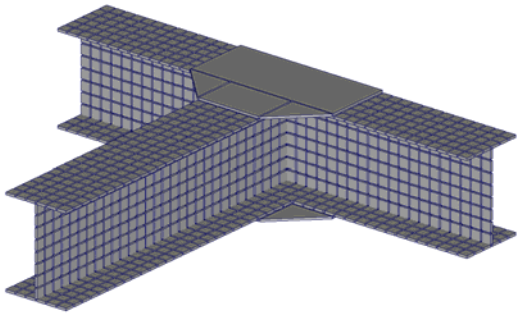


Рис. 2. Плоска прямокутна рама за [4, 5]

У роботах [9, 14, 15, 16] розглядалися різні типи тонкостінних скінченних елементів та методики числового розрахунку для дослідження стрижневих конструкцій. Усі вони використовували придатні лише для часткових випадків та достатньо сумнівні у загальному випадку підходи щодо врахування умов сумісності депланацій та орієнтувалися на використання семи вузлових невідомих: трьох лінійних переміщень, трьох кутів повороту та депланації (рис. 1).

Проте для істинно просторової конструкції гіпотеза щодо наявності у вузлі єдиної депланації викликає серйозні сумніви і потребує ретельної перевірки.

Методика досліджень. У подальшому розглядалися детальні оболонкові скінченно-елементні моделі стрижневих конструкцій, навантажені зовнішнім крутним моментом із різноманітними умовами обпирання. При цьому тонкостінні стрижні у такій моделі представлялися сукупністю плоских скінченних елементів. Для побудованих скінченно-елементних моделей стрижневих конструкцій визначалися поздовжні переміщення точок перерізів стрижнів $\hat{u}_i$, що примикають до розрахункової моделі вузла, а також поздовжні напруження у цих точках $\hat{\sigma}_i$.

Порівняння результатів числового розрахунку з теоретичними значеннями поздовжніх переміщень u_i та напружень σ_i дало змогу оцінити величину депланації і обчислити значення бімоментів.

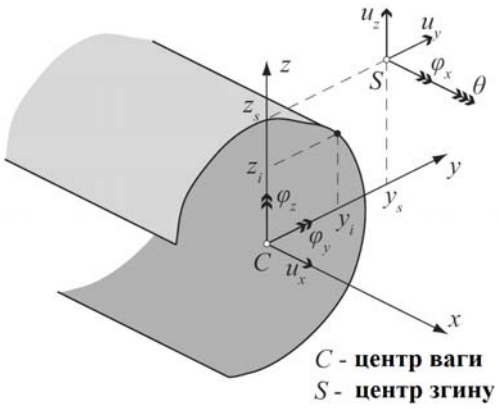


Рис. 3. Поперечний переріз тонкостінного скінченного елемента з сьома ступенями свободи

Відповідно до основних гіпотез теорії Власова щодо поведінки тонкостінних стрижнів відкритого профілю поздовжнє переміщення кожної i-ї точки поперечного перерізу таких стрижнів запишеться за допомогою рівняння, $i = 1,...,n$:

$$u_i(x,s) = \xi(x) - \eta'(x) y_i(s) - \zeta'(x) z_i(s) - \theta'(x) \omega_i(s), \qquad (1)$$

де перші три доданки рівняння відповідають гіпотезі плоских перерізів, а саме: $\xi(x)$ – поздовжнє переміщення центру ваги *C* як функції поздовжньої координати x розглядуваного перерізу; $\eta(x), \zeta(x)$ – поперечні переміщення полюсу *S* розглядуваного перерізу; $y_i(s), z_i(s)$ – координати розглядуваної i-ї точки у перерізі як функції дугової координати s. Останній доданок рівняння (1) відповідає за депланаційну складову переміщень точок перерізу у напрямку поздовжньої осі стрижня $x - x$, у ньому $\theta(x)$ і $\omega_i(s)$ – відповідно, кут повороту розглядуваного перерізу навколо полюса *S* та секторіальна координата i-ї точки перерізу.

Таким чином, знаючи секторіальні характеристики поперечного перерізу та маючи з розрахунку скінченно-елементної оболонкової моделі конструкції набір числових значень $\hat{u}_i \ (i = 1,...,n)$ поздовжніх переміщень n точок поперечного перерізу, можна визначити депланацію $\theta'(x)$ у кожному примиканні тонкостінного стрижня до вузла.

Похибка представлення результатів числового розрахунку за допомогою рівняння (1) для деякої i-ї точки перерізу запишеться як, $i = 1,...,n$:

$$e_i^u(x,s) = \xi(x) - \eta'(x) y_i(s) - \zeta'(x) z_i(s) - \theta'(x) \omega_i(s) - \hat{u}_i. \qquad (2)$$

З використанням ідеології методу найменших квадратів рівняння (2), сформульоване для кожної i-ї точки перерізу, $i = 1,...,n$, зводимо до задачі мінімізації функціоналу:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_u &= \sum_{i=1}^{n} \left(e_i^u(x,s) \right)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left(\xi(x) - \eta'(x) y_i(s) - \zeta'(x) z_i(s) - \theta'(x) \omega_i(s) - \hat{u}_i \right)^2 \to \min. \end{aligned} \qquad (3)$$

При цьому, необхідні умови мінімуму цього функціоналу:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{E}_u}{\partial \eta'(x)} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathbf{E}_u}{\partial \zeta'(x)} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathbf{E}_u}{\partial \theta'(x)} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathbf{E}_u}{\partial \xi(x)} = 0. \end{cases}$$

дають систему лінійних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів вихідного рівняння (1):

$$\begin{cases} -\eta'\sum_{i=1}^{n}(y_i)^2 - \zeta'\sum_{i=1}^{n} y_i z_i - \theta'\sum_{i=1}^{n} y_i\omega_i + \xi\sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i\hat{u}_i = 0, \\ -\eta'\sum_{i=1}^{n} z_i y_i - \zeta'\sum_{i=1}^{n}(z_i)^2 - \theta'\sum_{i=1}^{n} z_i\omega_i + \xi\sum_{i=1}^{n} z_i - \sum_{i=1}^{n} z_i\hat{u}_i = 0, \\ -\eta'\sum_{i=1}^{n}\omega_i y_i - \zeta'\sum_{i=1}^{n}\omega_i z_i - \theta'\sum_{i=1}^{n}(\omega_i)^2 + \xi\sum_{i=1}^{n}\omega_i - \sum_{i=1}^{n}\omega_i\hat{u}_i = 0, \\ -\eta'\sum_{i=1}^{n} y_i - \zeta'\sum_{i=1}^{n} z_i - \theta'\sum_{i=1}^{n}\omega_i + n\xi - \sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i = 0; \end{cases} \tag{4}$$

тут для спрощення записів вказівку на залежність від поздовжньої x або дугової s координат опущено з використанням лише позначень η, ζ і y_i, z_i.

Таким чином, складаючи и розв'язуючи систему лінійних алгебраїчних рівнянь (4) для кожного із перерізів тонкостінного стрижня, що примикають до розрахункової моделі вузла, можна обчислити та порівняти значення депланації $\theta'(x)$ у цих перерізах, що дає можливість перевірити гіпотезу про їх збіжність.

Цілком аналогічно виконується перевірка статичних умов у вузлі. При цьому порівнюються значення поздовжніх напружень $\hat{\sigma}_i$ $(i = 1,...,n)$ у точках перерізів стрижневих елементів скінченно-елементної моделі з теоретичними значеннями напружень $\sigma_i(x,s)$. Останні обчислювалися за відомою формулою для тонкостінного стрижня з урахуванням впливу бімоменту:

$$\sigma_i(x,s)=\frac{N(x)}{A}+\frac{M_y(x)}{I_y}z_i(s)+\frac{M_z(x)}{I_z}y_i(s)+\frac{B(x)}{I_\omega}\omega_i(s). \quad (5)$$

Похибка представлення результатів числового розрахунку $\hat{\sigma}_i$ ($i=1,...,n$) за допомогою рівняння (5) запишеться як:

$$\begin{aligned} e_i^\sigma(x,s)=\sigma_i(x,s)-\hat{\sigma}_i=\frac{N(x)}{A}+\frac{M_y(x)}{I_y}z_i(s)+ \\ +\frac{M_z(x)}{I_z}y_i(s)+\frac{B(x)}{I_\omega}\omega_i(s)-\hat{\sigma}_i. \end{aligned} \quad (6)$$

Порівнюючи теоретичні значення поздовжніх напружень $\sigma_i(x,s)$ ($i=1,...,n$) із значеннями поздовжніх напружень $\hat{\sigma}_i$, отриманими за результатами реалізації числового експерименту, а також при мінімізації суми квадратів похибок:

$$\begin{aligned} &\mathbf{E}^\sigma=\sum_{i=1}^{n}\left(e_i^\sigma(x,s)\right)^2\to\min, \\ &\mathbf{E}^\sigma=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{N(x)}{A}+\frac{M_y(x)}{I_y}z_i(s)+\frac{M_z(x)}{I_z}y_i(s)+\frac{B(x)}{I_\omega}\omega_i(s)-\hat{\sigma}_i\right)^2\to\min. \end{aligned} \quad (7)$$

Виходячи з необхідних умов мінімуму отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих рівняння поздовжніх напружень (5) у точках перерізу тонкостінного стрижня:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\mathbf{E}^\sigma}{\partial\left(\dfrac{N(x)}{A}\right)}=n\dfrac{N}{A}+\dfrac{M_z}{I_z}\sum\limits_{i=1}^{n}y_i+\dfrac{M_y}{I_y}\sum\limits_{i=1}^{n}z_i+\dfrac{B}{I_\omega}\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i-\sum\limits_{i=1}^{n}\hat{\sigma}_i=0, \\ \dfrac{\partial\mathbf{E}^\sigma}{\partial\left(\dfrac{M_z(x)}{I_z}\right)}=\dfrac{N}{A}\sum\limits_{i=1}^{n}y_i+\dfrac{M_z}{I_z}\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i)^2+\dfrac{M_y}{I_y}\sum\limits_{i=1}^{n}y_iz_i+\dfrac{B}{I_\omega}\sum\limits_{i=1}^{n}y_i\omega_i-\sum\limits_{i=1}^{n}y_i\hat{\sigma}_i=0, \\ \dfrac{\partial\mathbf{E}^\sigma}{\partial\left(\dfrac{M_y(x)}{I_y}\right)}=\dfrac{N}{A}\sum\limits_{i=1}^{n}z_i+\dfrac{M_z}{I_z}\sum\limits_{i=1}^{n}z_iy_i+\dfrac{M_y}{I_y}\sum\limits_{i=1}^{n}(z_i)^2+\dfrac{B}{I_\omega}\sum\limits_{i=1}^{n}z_i\omega_i-\sum\limits_{i=1}^{n}z_i\hat{\sigma}_i=0, \\ \dfrac{\partial\mathbf{E}^\sigma}{\partial\left(\dfrac{B(x)}{I_\omega}\right)}=\dfrac{N}{A}\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i+\dfrac{M_z}{I_z}\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_iy_i+\dfrac{M_y}{I_y}\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_iz_i+\dfrac{B}{I_\omega}\sum\limits_{i=1}^{n}(\omega_i)^2-\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\hat{\sigma}_i=0. \end{cases} \quad (8)$$

тут для спрощення записів вказівку на залежність від поздовжньої x або дугової s координат опущено з використанням лише позначень η, ζ і y_i, z_i.

Перевірка гіпотези. Протягом реалізації числового експерименту розглядалися достатньо прості розрахункові моделі тонкостінних стрижневих систем. Аналізу підлягали лише конструкції з жорстким примиканням стрижневих елементів у вузлах, у яких з метою запобігання викривлення контуру перерізу забезпечувалося примикання поличок одного з елементів або до поличок, або до поперечних ребер іншого елемента. Саме така конструкція жорстких вузлів дозволяє забезпечити чітку передачу як згинальних моментів, так і бімоментів. Числовий розрахунок конструкцій виконувався з використанням обчислювального комплексу SCAD.

Приклад 1. Розглядалася конструкція з трьох тонкостінних двотаврів (рис. 4), полички яких виготовлялись із листів 600×10 мм, а стінки – з листів 800×10 мм. Вісь (геометричне місце) центрів згину поперечних перерізів двотаврів збіглася з віссю (геометричним місцем) їх центру ваги.

Розрахунок (статичний аналіз) оболонкових скінченно-елементних моделей виконувався методом скінченних елементів із використанням обчислювального комплексу SCAD. Деформована схема конструкції наведена на рис. 4, де також позначені ті перерізи тонкостінних елементів, для яких обчислювалися значення депланацій.

Порівнюючи результати числового розрахунку для трьох перерізів (див. табл. 1), що примикають до конструкції вузла, бачимо, що їх депланації практично збігаються лише для перерізів ригелів, що розташовані в одній горизонтальній площині, при цьому різко відрізняються від депланації перерізу стійки.

Таблиця 1

Результати числового експерименту (приклад 1)

Характеристика	Ригель уздовж осі $y-y$	Ригель уздовж осі $x-x$	Стійка
Депланація $\theta'(x)$, $\times 10^{-5}$ мм$^{-1}$	–11,0397	+ 11,16	+ 9,6751

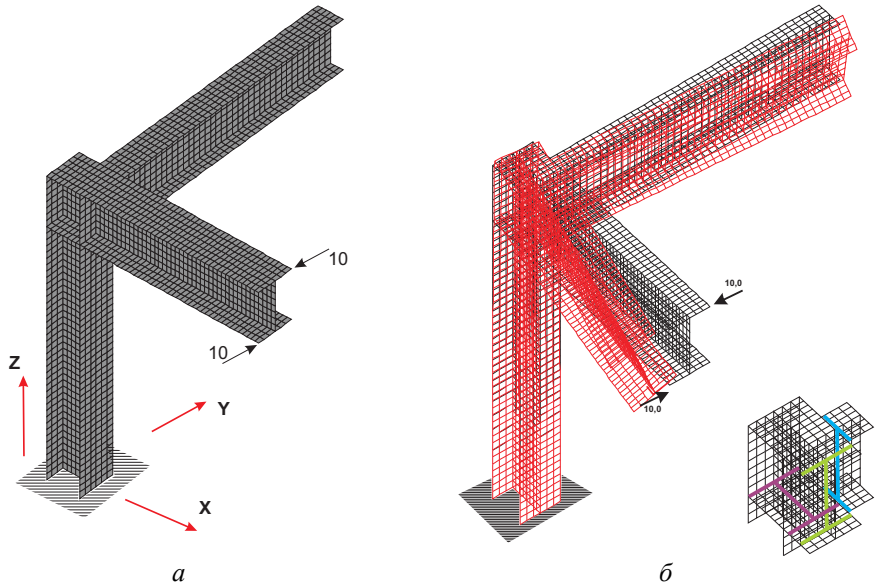


Рис. 4. Скінченно-елементна модель конструкції до прикладу 1:
а – вихідна; *б* – деформована

Приклад 2. Розглядалася Г-подібна прямокутна рама, жорстко защемлена по кінцях ригеля та стійки. Зовнішній крутний момент прикладався до середини прогону ригеля. Елементи рами приймалися двотаврового перерізу зі стінкою 300×10 мм та поличкою 200×10 мм.

Розглядалися 4 варіанти конструктивного оформлення вузла жорсткого спряження ригеля зі стійкою: (1) без ребер і діафрагм жорсткості, (2) з одним косим ребром, (3) з двома поперечними ребрами жорсткості (4) та з двома поперечними і одним косим ребрами жорсткості.

Результати реалізації числового експерименту показали, що зміна конструктивного оформлення конструкції жорсткого вузла спряження помітно впливає на розподіл депланацій та бімоментів у системі (див. табл. 2). У всіх випадках депланації та бімоменти у перерізах ригеля та стійки, що примикали до конструкції вузла, були різними.

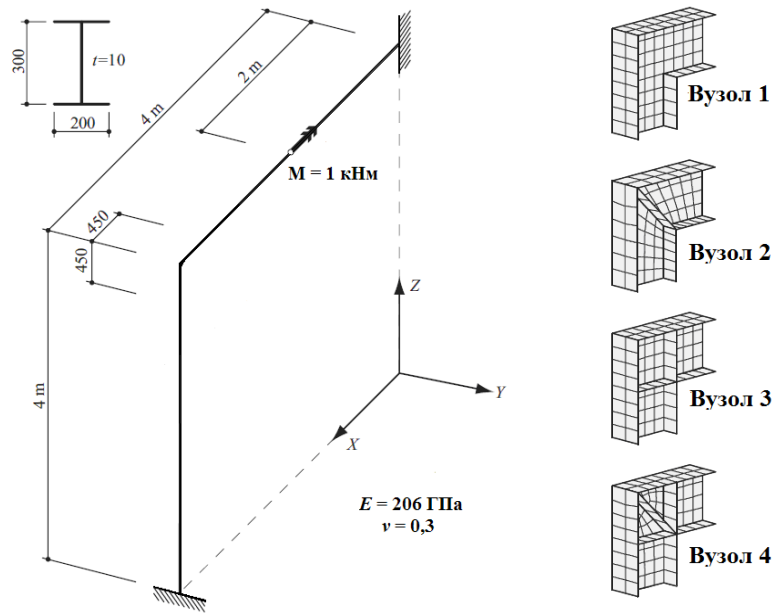
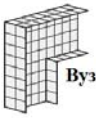
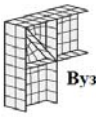


Рис. 5. Розрахункова схема конструкції до прикладу 2

Таблиця 2

Результати числового експерименту (до прикладу 2)

Конструктивне рішення вузла	Характеристика	Ригель	Стійка
 Вузол 1	Депланація, $\times 10^{-3}$ мм$^{-1}$	+ 0,00512	+ 0,0006
	Бімомент, Нм^2	– 52,0886	+7,781292
Вузол 2	Депланація, $\times 10^{-3}$ мм$^{-1}$	+ 0,00541333	+ 0,00010667
	Бімомент, Нм^2	– 52,9171	– 10,5611
Вузол 3	Депланація, $\times 10^{-3}$ мм$^{-1}$	+ 0,00362667	– 0,00198
	Бімомент, Нм^2	+118,1281	– 60,2334
 Вузол 4	Депланація, × 10-3 мм$^{-1}$	+ 0,0020933	– 0,00044
	Бімомент, Нм^2	+246,8	–50,0292

Приклад 3. Розглядалася Г-подібна рама (рис. 6). Нижній кінець стійки рами жорстко защемлений, кінець ригеля вільний, до нього прикладений крутний момент 1 кН-м. Стійка рами виконана з двотавра з перерізом стінки та полички 300×10 мм. Ригель рами виконаний з двотавра з перерізом стінки 400×10 мм та полички 300×10 мм.

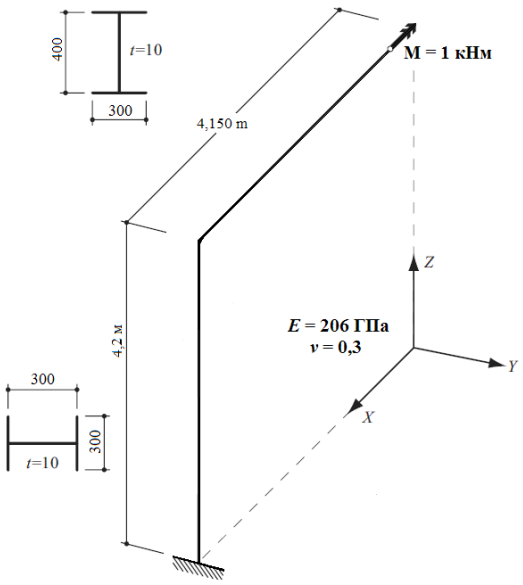


Рис. 6. Розрахункова модель конструкції (до прикладу 3)

Розглядалися два варіанти конструктивного оформлення вузла жорсткого спряження ригеля зі стійкою: з одним косим ребром та з двома поперечними ребрами жорсткості, а також розрахункова схема рами, у якій стінка стійки була зорієнтована перпендикулярно до стінки ригеля (рис. 7).

Виконано порівняння результатів числового експерименту з метою виявлення залежності депланації від типу навантаження. Оцінювалися значення депланацій у перерізах ригеля та стійки, що примикають до конструкції вузла, та їх співвідношення за різних умов прикладання зовнішнього крутного моменту: (1) на вільному кінці ригеля, (2) посередині прогону ригеля, а також (3) посередині висоти стійки.

Результати числового експерименту наведені в табл. 3. Як результат реалізації числового експерименту було виявлено, що зміна схеми навантаження конструкції спричинює суттєву зміну не лише значень депланацій, але й співвідношень депланацій у перерізах ригеля та стійки, що примикають до конструкції вузла.

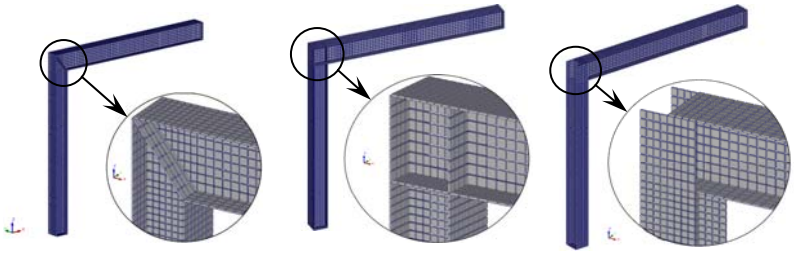


Рис. 7. Конструктивні рішення вузлів спряження ригеля з колоною (до прикладу 3)

Таблиця 3

Значення депланацій у торцевих перерізах ригеля і стійки, 10^{-2} м$^{-1}$, а також їх співвідношення за різних умов прикладання зовнішнього крутного моменту

Конструктивне рішення вузла	Місце прикладення зовнішнього крутного моменту					
	На кінці ригеля		Посередині прольоту ригеля		Посередині висоти стійки	
	Депланація ригеля / Депланація стійки	Співвідношення	Депланація ригеля / Депланація стійки	Співвідношення	Депланація ригеля / Депланація стійки	Співвідношення
Вузол 1	$\frac{1,6428}{1,1995}$	1,36957	$\frac{0,844576}{0,60955}$	1,38557	$\frac{1,78992}{2,4204}$	0,7395
Вузол 2	$\frac{1,61008}{-1,3974}$	–1,1522	$\frac{0,805494}{-0,6968}$	–1,15599	$\frac{-2,0744}{2,40584}$	–0,86224
Вузол 3	$\frac{1,38199}{-1,2153}$	1,13716	$\frac{0,696314}{-0,60951}$	–1,14242	$\frac{-1,8117}{2,10829}$	–0,85932

Таким чином, результати виконаних досліджень показали, що припущення щодо існування «депланації вузла» часто не підтверджується навіть для тих випадків, коли розглядаються плоскі, проте просторово навантажені стрижневі системи.

У загальному випадку у вузлі спряження тонкостінних стрижневих елементів не вдається вказати центр вузла, тобто точку, де перетинаються осі, що проходять через центри згину поперечних перерізів стрижнів, що примикають до вузла. Такий вузол не задовольняє вимогам теорії розрахунку плоских тонкостінних рам. Дійсну взаємодію стрижнів у вузлі їх спряження може відобразити лише просторова скінченно-елементна модель тонкостінної стрижневої системи.

У працях польського вченого С. Кочубея [14] запропоновано підхід, який вирішує описану проблему. Оскільки повне скінченно-елементне моделювання усіх тонкостінних стрижнів системи призводить до надто громіздких розрахункових схем, у його працях пропонується використовувати плоскі скінченні елементи лише у зоні конструкції вузла, а поза конструкцією вузла – тонкостінні стрижневі скінченні елементи (рис. 8 та рис. 9). Запропонований підхід значно скорочує обсяг вихідної інформації та власне розрахункову схему конструкції, в той час як модель конструкції відображає її стрижневий характер.

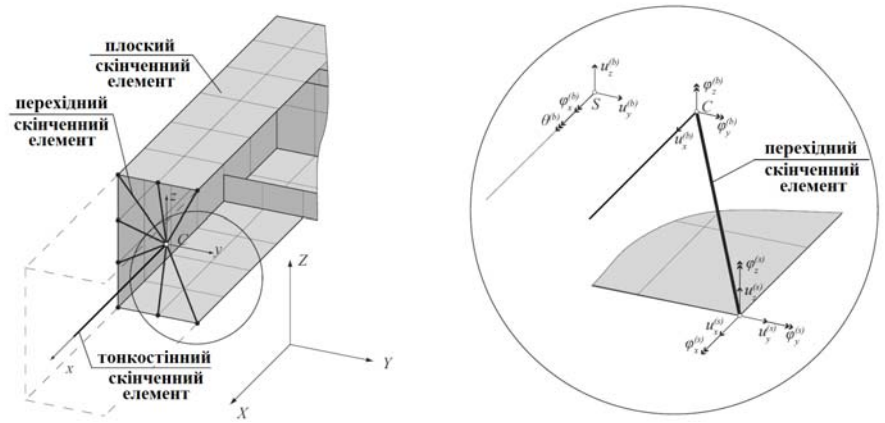


Рис. 8. Моделювання конструкції з використанням плоских та тонкостінних скінченних елементів

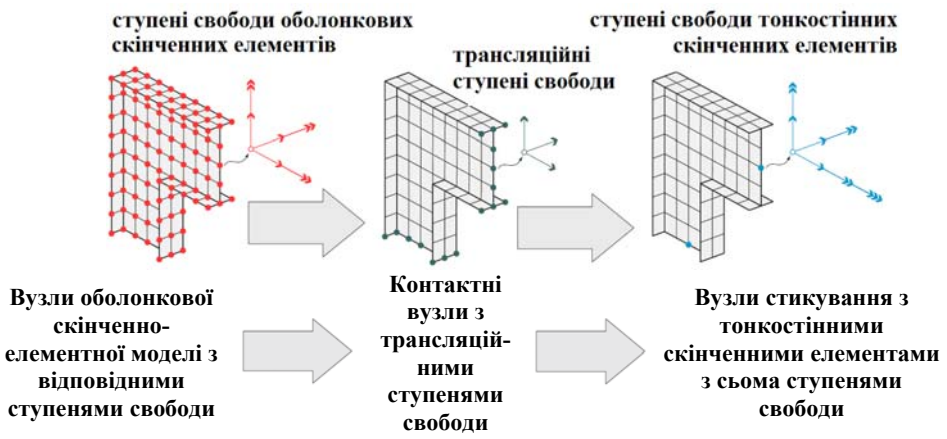


Рис. 9. Перетворення змінних методу скінченних елементів при моделюванні конструкції з використанням плоских і тонкостінних скінченних елементів

Висновки

У роботі виконана перевірка гіпотези щодо розрахунку стрижневих конструкцій, складених із тонкостінних стрижнів відкритого профілю, з використанням семи вузлових невідомих. Перевірка була зведена до аналізу результатів тестових розрахунків стрижневих конструкцій, поведінка яких моделювалася шляхом створення розрахункової схеми із тонких плоских скінченних елементів. Результати виконаних досліджень показали, що припущення щодо існування «депланації вузла» часто не підтверджується навіть для тих випадків, коли розглядаються плоскі, проте просторово навантажені стрижневі системи. Показано, що дійсну взаємодію стрижнів у вузлі їх спряження може відобразити лише просторова скінченно-елементна модель тонкостінної стрижневої системи.

Література

[1] Бєлов І. Д. Розробка та впровадження ефективних конструкцій будівель із тонкостінних холодногнутих профілів: сучасний стан проблеми та програма досліджень / І. Д. Бєлов, В. В. Юрченко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Збірник наукових праць. Випуск 20. – Рівне, 2010. – С. 364-369.

[2] Бычков Д. В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций / Д. В. Бычков. – М. : Госстройиздат, 1962. – 476 с.

[3] Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни / В. З. Власов. – М. : Госгортехиздат, 1940. – 256 с.

[4] Горбунов Б. Н. Теория рам из тонкостенных стержней / Б. Н. Горбунов, А. И. Стрельбицкая. – М. : Гостехиздат, 1948. – 198 с.

[5] Горбунов Б. Н. Расчет прочности тонкостенных стержневых систем / Б. Н. Горбунов, А. И. Стрельбицкая // Расчет пространственных конструкций. Вып. 1. – М. : Изд-во министерства строительства предприятий машиностроения, 1950. – С. 97–162.

[6] Городецкий А. С. Применение МКЭ к расчету тонкостенных стержневых систем / А. С. Городецкий, В. С. Здоренко, В. С. Карпиловский // Сопротивление материалов и теория сооружений. Вып. 28. – К. : Издательство «Будівельник», 1976. – С. 134–140.

[7] Постнов В. А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций / В. А. Постнов, И. Я. Хархурим. –М. : Судостроение, 1974. – 344 с.

[8] Туснин А. Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля / А. Р. Туснин. – М. : Издательство АСВ, 2009. – 144 с.

[9] Чернов С. А. К расчету пространственной тонкостенной стержневой системы / С. А. Чернов, И. Ф. Дьяков // Автоматизация и современные технологии. – 2008. – № 2. – С. 3–7.

[10] Черный А. Н. К вопросу моделирования узловых соединений тонкостенной стержневой системы / А. Н. Черный // Механика и процессы управления. – Ульяновск: УГТУ, 1996. – С. 54–58.

[11] Юрченко В. В. Проектирование каркасов зданий из тонкостенных холодногнутых профилей в среде «SCAD Office» / В. В. Юрченко // Инженерно-строительный журнал. – 2010. – № 8. – С. 38–46.

[12] Bazant, P. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frame / P. Bazant, M. E. Nimeiri // Journal of Structural Engineering. – ACSE, 1973. – № 99. – P. 1259–1281.

[13] Cichoń C. Consistent FEM model for thin-walled space frames / C. Cichoń, S. Koczubiej // Czasopismo Techniczne, 21, Budownictwo 1-B. – 2008. – Vol. 21. – P. 3–20.

[14] Gluck G. Computer method for analysis of multi-storey structures / G. Gluck, J. Kalev // Computer and Structures. – 1972. – Vol. 2. – № 5–6. – P. 25–32.

[15] Resaiee-Pajand M. Explicit stiffness of tapered and mono-symmetric I beam-columns / M. Resaiee-Pajand, M. Maayedian // International Journal of Engineering. – 2000. – Vol. 13. – № 2. – P. l–18.

Надійшла до редколегії 19.08.2014 р.