УДК 624.014, 624.072.002.2

Пластичний момент опору перерізу балок з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій при використанні трилінійної апроксимації діаграми розтягу сталі

Білик С.І., д.т.н.

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Анотація. Запропонована модель розрахунку сталевої балок з урахуванням обмежених пластичних деформацій за трилінійною апроксимацією діаграми розтягу сталі. Отримано перехід від пружних деформацій до шарніра пластичності. Встановлено значення обмежених пластичних деформацій при виникненні шарніра пластичності. Показано, що умова утворення повного шарніра пластичності відповідає граничному значенню пластичних деформацій ε_{tm} = 0,00365. Також доведено, що розрахунок за урахуванням діаграми Прандтля є тотожнім розрахунку міцності балки при використанні трилінійної діаграми розтягу сталі з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій при виникненні пластичних деформацій ε_{tm} =0,001425. Отримано формули для обчислення пластичного моменту опору перерізу балок прямокутного і двотаврового перерізу при використанні трилінійної апроксимації діаграми розтягу сталі.

Аннотация. Предложена модель расчета стальной балки с учетом ограниченных пластических деформаций по трехлинейной аппроксимации диаграммы растяжения стали. Получен переход от упругих деформаций к шарниру пластичности. Установлено значение ограниченных пластических деформаций при возникновении шарнира пластичности. Показано, что условие образования полного шарнира пластичности соответствует предельному значению пластических деформаций ε_{tm} = 0,00365. Также доказано, что расчет с учетом диаграммы Прандтля является тождественным расчету прочности балки при использовании трехлинейной диаграммы растяжения стали с учетом развития ограниченных пластических деформаций ε_{tm} = 0,001425. Получены формулы для вычисления пластического момента сопротивления сечения балок прямоугольного и двутаврового сечения при использовании трехлинейной аппроксимации диаграммы растяжения стали.

Abstract. Refinement of the calculation model of plastic deformation leads to a refinement of the maximum of plastic deformation and refinement of displacement of beams from the development of limited plastic deformation. Past studies have opened the possibility to resistance of any steel beam with nonlinear material. It is shown that conditions for formation of complete hinge ductility corresponds to plastic deformation ε_{tm} = 0,00365. It is also shown that calculation with considering Prandtle diagrams is identical with calculation of the beam resistance with development of limited plastic deformation when using trilinear approximation diagrams for tensile of steels from ε_{tm} = 0,001425. Formulas are found for calculating the plastic moment of resistance of beams with rectangular cross section and double-T intersection when using complex approximation diagrams for tensile of steel.

Ключові слова: пластичні деформації, сталева балка, шарнір пластичності, трилінійна діаграма розтягу, пластичний момент опору.

Несуча спроможність сталевих конструкцій залежить від фізико-математичної моделі розвитку обмежених пластичних деформацій. В нормативних документах [1] для розрахунку балкових сталевих елементів прийнята білінійна діаграма розтягу сталі (діаграма Прантдля). Таким чином, несуча спроможність з урахуванням розвитку малих пластичних деформацій залежить від граничного значення відносного видовження ε_{tm}. Проведені нові наукові дослідження з впливу розвитку обмежених пластичних деформацій і залишкових напружень на напружено-деформований стан різних профілів [1−3].

В статтях [3−11] встановлено закономірності апроксимації уніфікованої діаграми розтягу сталі. Важливість досліджень обумовлена також переходом на європейські стандарти в проектуванні та можливістю удосконалити фізико-математичну модель розрахунку балкових сталевих конструкцій за теорією малих пластичних деформацій.

З метою досліджень розглянуто сталеву балку прямокутного перерізу і двотаврового перерізу.

Балка прямокутного перерізу. Прийнята гіпотеза плоских перерізів, а залежність розвитку деформацій впродовж висоти перерізу є лінійною:

$$\varepsilon_i = \frac{y}{\rho}, \tag{1}$$

де ρ – кривизна стрижня, y – координата поточної ділянки перерізу шириною b.

Згинальний момент буде дорівнювати сумі моментів, які сприймають різні частини перерізу:

$$M_x = 2b\int_0^{y_e} \sigma y dA\rho + 2b\int_{y_e}^{y_{ey}} \sigma y dA + 2b\int_{y_{ey}}^{y_t} \sigma y dA \tag{2}$$

Прийнята трилінійна апроксимація діаграми розтягу сталі. Це означає, що по висоті перерізу є три ділянки розвитку деформацій з різним модулем деформації сталі (E − пружний модуль деформації, E_{st} – пружно-пластичний модуль деформації сталі, E_{tm} – модуль деформації сталі при розвитку пластичних деформацій). На першій ділянці розвиваються пружні деформації від центру перерізу:

$$\sigma_{ie} = \varepsilon_i E = E\frac{y_i}{\rho} \tag{3, a}$$

Для інших ділянок перерізу збільшення напружень в залежності від деформацій прийнята також лінійною. На другій ділянці розвиваються пружно-пластичні деформації: формула (3, б). На третій ділянці по висоті перерізу розвиваються пластичні деформації (3, в).

$$\sigma_{iet} = \varepsilon_i E_{st} = E_{st} \frac{y_i}{\rho} \qquad (3, б)$$

$$\sigma_{it} = \varepsilon_i E_{tm} = E_{tm} \frac{y_i}{\rho} \qquad (3, в)$$

Трилінійна апроксимація діаграми розтягу сталі (3) дає аналітичну залежність згинального моменту (M_x) від значень трьох модулів деформацій для балки прямокутного перерізу:

$$M_x = \frac{2by_e^3}{3}\frac{E}{\rho} + \frac{2b}{3}\frac{E_{ey}}{\rho}\left(y_{ey}^3 - y_e^3\right) + b\sigma_y\left(y_{tm}^2 - y_{ey}^2\right) \qquad (4)$$

Використання формул (3) у відношенні (4) миттєво призводить до рівняння відносного значення максимального моменту балки прямокутного перерізу за умови розвитку обмежених пластичних деформацій при використанні трилінійної апроксимації діаграми розтягу сталі.

$$\frac{4M_x}{bh_0^2\sigma_y} = \frac{2E\varepsilon_e}{3\sigma_y}\left(\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{tm}}\right)^2\left(1 - \frac{E_{ey}}{E}\right) + \left(\frac{\varepsilon_{ey}}{\varepsilon_{tm}}\right)^2\left[\frac{2}{3}\frac{E_{ey}\varepsilon_{ey}}{\sigma_y} - 1\right] + 1 \qquad (5)$$

Остання формула (5) для обчислення максимального згинального моменту дає можливість визначити максимальну несучу спроможність балкового металевого елемента в залежності від трилінійної діаграми розтягу сталі та обраних значень обмежених пластичних деформацій. Значення кривини балки при розвитку обмежених пластичних деформацій за трилінійною діаграмою розтягу сталі буде:

$$\rho^2 = \frac{M_x}{b[2\varepsilon_e^3(E - E_{ey})/3 + \varepsilon_y^2(2E_{ey}\varepsilon_y/3 - \sigma_y) + \sigma_y\varepsilon_{tm}^2]} \qquad (6)$$

Двотаврові балки. Трилінійна апроксимація діаграми розтягу сталі (3) дає аналітичну залежність згинального моменту (M_x) і пластичного моменту опору перерізу для двотаврової балки (W_{xepl}) в залежності від відношення площі перерізу полиці до площі перерізу стінки A_f / A_w і моменту опору стінки (W_w):

$$M_x = \frac{2t_w\varepsilon_{ey}\varepsilon_{tm}^2 E\rho^2}{3}\left[\frac{3}{2} + \frac{6A_f}{A_w} - \frac{\sigma_e}{\sigma_y}\frac{\varepsilon_e^2}{2\varepsilon_{tm}^2} - 4\frac{\varepsilon_e^2}{\varepsilon_{tm}^2}\left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_y}\right)\left(\frac{\varepsilon_{ey}}{\varepsilon_e} - 1\right)\left(2 + \frac{\varepsilon_{ey}}{\varepsilon_e}\right)\right] \qquad (7)$$

$$W_{xepl} = W_w \left[\frac{3}{2} + \frac{6A_f}{A_w} - \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \frac{\varepsilon_e^2}{2\varepsilon_{tm}^2} - \frac{\varepsilon_e^2}{\varepsilon_{tm}^2} \left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right) \left(\frac{\varepsilon_{ey}}{\varepsilon_e} - 1 \right) \left(2 + \frac{\varepsilon_{ey}}{\varepsilon_e} \right) \right] \quad (8)$$

Двотаврові балки при пружній роботі сталі. В формулі (8), за умови пружної роботи сталі необхідно прийняти, що є єдина границя розвитку пружних деформацій, яка призводить до звичайних відношень: $\varepsilon_{tm}=\varepsilon_e$; $\varepsilon_e=\varepsilon_{ey}$; $\sigma_y=\sigma_e=E\varepsilon_{ey}$. В такому випадку приходимо до пружного моменту опору перерізу двотаврової сталевої балки (9):

$$W_{xepl} = W_w \left[\frac{3}{2} + \frac{6A_f}{A_w} - \frac{1}{2} \right] = W_w \left[1 + \frac{6A_f}{A_w} \right] \quad (9)$$

Утворення шарніра пластичності. В формулі (8) при утворенні шарніра пластичності слід прийняти відсутність пружних деформацій $\varepsilon_e=0$.

При утворенні шарніра пластичності пластичний момент опору перерізу від формули (8) переходить до відомої формули:

$$W_{xepl} = 3W_w \left[\frac{1}{2} + \frac{2A_f}{A_w} \right] \quad (10)$$

Числові приклади. Встановлено, що виникнення шарніра пластичності відбувається при максимальних пластичних деформаціях ε_{tm} =0,00365. Також встановлено, що розрахунок за урахуванням діаграми Прандтля в пружній стадії є тотожнім розрахунку міцності балки з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій при значенні ε_{tm} = 0,001425.

Для двотаврових металевих балок отримано закономірність, що відношення пластичного моменту опору перерізу до пружного моменту опору перерізу при використанні трилінійної діаграми розтягу сталі є меншим, ніж при використання білінійної апроксимації. Проведені дослідження відкрили можливість для уточнення несучої спроможності будь-якого балкового сталевого елемента з нелінійною діаграмою розтягу матеріалу.

Література

[1] Нілов О. О. Металеві конструкції. Загальний курс / [Нілов О. О., Пермяков В. О., Шимановський О. В., Білик С. І., Лавриненко Л. І., Бєлов І. Д., Володимирський В. О.] – К. : Видавництво «Сталь», 2010. – 869 с.

[2] Білик С. І. Про стійкість центрально-стиснутого гнутого швелера з урахуванням розвитку пластичних деформацій / С. І. Білик, М. В.Усенко // Зб. наук. пр. МОН України. Вип. 21. – Рівне : НУВГП, 2011. – С. 136–143.

[3] Білик С. І. Апроксимація діаграми розтягу сталі степеневою функцією / С. І. Білик, А. С. Білик, М. В. Усенко // Современные строительные конструкции из металла и древесины : сборник научных трудов МОН України, № 15, часть 3. – Одеса : ОДАБУ, 2011. – С. 3–9.

[4] Рудых О. Л. Практические вопросы аппроксимации експериментальных кривых степенными и дробно-линейными функциями / О. Л. Рудых // Вестник ТГАСУ, Хабаровск. – 2010. – № 1. – С. 110–122.

[5] Ильюшин А. А. Пластичность / А. А. Ильюшин.– М. : Гостехиздат, 1948. – 376 с.

[6] Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – М. : Высш. шк., 1968. – 512 с.

[7] Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций / Ф. Блейх. – М. : Госиздат физ-мат литературы, 1959. – 544 с.

[8] Шебанін В. С. Аналітичні залежності розрахунку прогинів стержнів при складному опорі за межею пружності / В. С. Шебанін, І. І. Хилько // Металеві конструкції. – 2003. – Т.6, № 1 – С.31–33.

[9] Шимановский А. В. Некоторые вопросы устойчивости плоской формы деформирования нитей конечной жесткости за пределами упругости / А. В. Шимановский // Проблемы прочности. – 1992. – № 4. – С. 43–49.

[10] Стрелецкий Н.Н. Расчет элементов стальных конструкций по критерию предельных пластических деформаций / [Стрелецкий Н. Н., Бельский Г. Е., Любаров Б. И., Чернов А. Л.] // Промышленное строительство. – 1978. – № 6 – С. 7–11.

[11] Чувикин Г. М. Об устойчивости за пределом упругости внецентренно-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля / Г. М. Чувикин // Исследования по стальным конструкциям. – М. : Госстройиздат, 1982. – С. 70–159.

Надійшла до редколегії 16.07.2014 р.