

## АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СИНГУЛЯРНЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ-КОНТЕЙНЕРА КАК ОСНОВА СТЕГАНОАЛГОРИТМА, УСТОЙЧИВОГО К СЖАТИЮ С ПОТЕРЯМИ

*Алла Кобозева, Маргарита Мельник*

*Проблема создания устойчивых к атаке сжатием со значительными коэффициентами стеганоалгоритмов остается на сегодняшний день нерешенной, хотя сжатие с потерями является одной из наиболее распространенных атак на стеганообщение. Традиционные в этой сфере подходы, использующие для стеганообразования частотную область контейнера, при условии обеспечения надежности восприятия формируемого стеганообщения, гарантированно обеспечивают устойчивость соответствующих стеганоалгоритмов к сжатию лишь с незначительными коэффициентами. В рамках частотной области принципиально невозможно решение рассматриваемой проблемы. Авторами ранее было показано, что свойства любого стеганоалгоритма определяются локализацией возмущений, происходящих при стеганообразовании, формальных параметров, составляющих полный набор – сингулярных чисел и сингулярных векторов матрицы контейнера. С целью получения общих формальных достаточных условий устойчивости стеганоалгоритма к сжатию в работе проведен анализ чувствительности к сжатию сингулярных векторов блоков матрицы цифрового изображения, рассматриваемого в качестве контейнера, полученных после ее стандартного разбиения; выделены наименее чувствительные векторы. Показано, что левые и правые сингулярные векторы, отвечающие максимальным сингулярным числам блоков, являются *sign*-нечувствительными, что говорит об их близости к *p*-оптимальному вектору пространства  $R^8$  при любом возмущающем воздействии. Полученные результаты рассматриваются как основа для создания стеганографических методов и алгоритмов, устойчивых к сжатию со значительными коэффициентами*

**Ключевые слова:** сингулярный вектор, сингулярное число, чувствительность, возмущающее воздействие, сжатие с потерями, матрица.

**Введение.** Современный этап развития информационных технологий характеризуется ростом востребованности эффективных стеганографических алгоритмов (СА) в области информационной безопасности [1-4], одним из основных требований к которым является требование их устойчивости к преднамеренным (непреднамеренным) атакам [1, 3].

Согласно [3], под устойчивостью (неустойчивостью) СА будем понимать нечувствительность (чувствительность) к возмущающим воздействиям сформированного им стеганообщения (СС) (СС – результат внедрения секретного сообщения, или дополнительной информации (ДИ), в контейнер, или основное сообщение (ОС)). В качестве ОС в настоящей работе рассматривается цифровое изображение (ЦИ), формальным представлением которого является матрица  $F$ . Процесс погружения ДИ в контейнер будем называть стеганообразованием (СП).

Проблеме создания устойчивых алгоритмов в современной печати уделено много внимания, однако вопрос создания СА, устойчивых к атаке сжатием, которая является чрезвычайно распространенной благодаря популярности использования форматов с потерями для хранения и передачи цифровых сигналов (в частности, ЦИ), остается *актуальным* и на сегодняшний день. Это объясняется тем, что, как правило, все существу-

ющие СА такого плана осуществляют погружение ДИ в частотной области контейнера и, при условии обеспечения надежности восприятия СС, гарантированно выдерживают лишь незначительное сжатие [1, 2, 5, 6]. В [7, 8] было показано, что свойства СА не определяются непосредственно областью ОС (частотной, пространственной), используемой при СП, а зависят от локализации возмущений полного набора формальных параметров, характеризующих контейнер, происходящих при погружении ДИ. Таким образом, для создания СА, устойчивых к сжатию, в том числе, и с большими коэффициентами, необходимо выяснить, как и какие из полного набора параметров, определяющих ЦИ, реагируют на сжатие, и выбрать из них наименее чувствительные к этому виду возмущения. Очевидно, что если СП будет проводиться таким образом, что его формальным выражением будет возмущение именно этих параметров, при сжатии заполненного контейнера погруженная в него ДИ не пострадает (или пострадает незначительно), что и является основной идеей для получения последующих результатов.

### **Цель исследования и постановка задачи.**

Согласно общему подходу к анализу состояния и технологии функционирования информационных систем [7], процесс СП можно представить как возмущение  $\Delta F$  матрицы  $F$  контейнера:

$\bar{F} = F + \Delta F$ , где  $\bar{F}$  – матрица СС, а потому СП формально представляется как совокупность возмущений сингулярных чисел (СНЧ) и сингулярных векторов (СНВ) соответствующей матрицы (матриц) контейнера [7]. В силу этого о свойствах получаемого СС, в частности, о его чувствительности к возмущающим воздействиям, формально можно судить по характерным особенностям СНВ и/или СНЧ, свойствам их возмущений, произошедших в ходе СП.

Особенности формального представления СП в виде совокупности возмущений СНЧ подробно рассмотрены авторами ранее в [9].

Целью настоящей работы является получение формальных достаточных условий нечувствительности (малой чувствительности) СС к сжатию путем всестороннего анализа чувствительности СНВ матрицы (матриц) ЦИ к возмущающим воздействиям.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Выделить из совокупности СНВ матриц, отвечающих ОС, наименее чувствительные относительно других СНВ к операции сжатия;

2. Оценить чувствительность к сжатию выделенных при решении задачи 1 СНВ количественно;

3. Получить достаточные условия для формального представления СП в виде совокупности возмущений СНВ, обеспечивающие нечувствительность (малую чувствительность) формируемого СС к сжатию.

**Основная часть.** Пусть матрица изображения  $F$  имеет размеры  $n \times n$ . Предварительным шагом при организации сжатия является стандартное разбиение  $F$  на  $8 \times 8$ -блоки. Обозначим  $B$  - матрицу отдельного блока. Для каждого блока возможно построение нормального сингулярного разложения [7]:

$$B = U \Sigma V^T, \quad (1)$$

где  $U, V$  – ортогональные матрицы размера  $8 \times 8$ , столбцы  $u_1, \dots, u_8$  матрицы  $U$ , называемые левыми СНВ, лексикографически положительны [7] (столбцы  $v_1, \dots, v_8$  матрицы  $V$  – правые СНВ матрицы  $B$ );  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_8)$ ,  $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_8 \geq 0$  – СНЧ. В [7] показано, что невырожденная матрица имеет единственное нормальное разложение, если ее СНЧ попарно различны. Далее считаем, что матрицы блоков ЦИ

удовлетворяют условию единственности нормального сингулярного разложения.

Чувствительность СНВ любой матрицы, в том числе и матрицы  $B$  блока ЦИ, различна согласно соотношению [7]:

$$\frac{1}{2} \sin 2\theta_i \leq \frac{\|\Delta B\|_2}{\text{svdgap}(i, B)}, \quad \text{svdgap}(i, B) \neq 0, \quad i = \overline{1, 8}, \quad (2)$$

где  $\theta_i$  – угол между соответствующими исходным и возмущенным сингулярными векторами  $u_i$  и  $\bar{u}_i$ ,  $\Delta B$  – матрица возмущения блока  $B$ ,  $\|\bullet\|_2$  – спектральная матричная норма,  $\text{svdgap}(i, B)$  – отделенность СНЧ  $\sigma_i$  матрицы  $B$ , определяемая как  $\text{svdgap}(i, B) = \min_{i \neq j} |\sigma_j - \sigma_i|$ , являющаяся, как вытекает из (2), мерой чувствительности соответствующего СНВ к возмущающему воздействию, формальным выражением которого является  $\Delta B$ .

Очевидно, что СНВ, которые отвечают СНЧ с малой отделенностью, являются чувствительными к любым возмущающим воздействиям, в том числе, к сжатию. С учетом того, что, как правило, максимальное СНЧ  $\sigma_1$  блока ЦИ значительно отличается от всех последующих, тем самым имея максимальную отделенность, которая значительно превосходит отделенности  $\sigma_2, \dots, \sigma_8$ , наименее чувствительным по сравнению с другими СНВ блока к сжатию является вектор  $u_1$  ( $v_1$ ). Оценим эту чувствительность не в относительном, а в абсолютном смысле.

По теореме Фробениуса [10] любая неразложимая неотрицательная матрица  $M$  всегда имеет положительное собственное значение  $\bar{\lambda}(M)$ , являющееся простым корнем характеристического уравнения. Модули всех других собственных значений не превосходят  $\bar{\lambda}(M)$ . Собственному значению  $\bar{\lambda}(M)$  соответствует собственный вектор  $\bar{\varphi}(M)$  с положительными координатами.

Для матрицы  $B$  блока контейнера с нормальным сингулярным разложением (1) матрица  $BB^T$  является симметричной неотрицательной матрицей, для которой имеет место соотношение:

$$BB^T = (U \Sigma V^T)(U \Sigma V^T)^T = U \Sigma^2 U^T,$$

которое в силу ортогональности матрицы  $U$  и лексикографической положительности ее столб-

цов, а также диагональности матрицы  $\Sigma^2$  представляет собой нормальное спектральное разложение  $BB^T$  [7], определяемое однозначно, при этом собственные значения матрицы  $BB^T$  равны квадратам СНЧ  $B$ , в частности,  $\bar{\lambda}(BB^T) = \sigma_1^2(B)$ , а левые СНВ  $B$  – ортонормированные лексикографически положительные собственные векторы  $BB^T$ . По теореме Фробениуса собственному значению  $\bar{\lambda}(BB^T)$  отвечает собственный вектор  $\bar{\varphi}(BB^T)$  с положительными координатами, являющийся одновременно левым СНВ  $u_1$ , отвечающим максимальному СНЧ  $\sigma_1$  блока  $B$ .

Аналогичное утверждение будет следовать для правого СНВ  $v_1$  блока, отвечающего  $\sigma_1$ , поскольку для симметричной неотрицательной матрицы  $B^T B$  имеет место равенство:

$$B^T B = (U\Sigma V^T)^T (U\Sigma V^T) = V\Sigma^2 V^T.$$

Таким образом, в любой неразложимой неотрицательной матрице, в частности, в  $B$ , левый и правый СНВ, отвечающие максимальному СНЧ, имеют положительные координаты. Необходимо отметить, что левый (правый) СНВ, все компоненты которого положительны, единственный для  $B$  в силу ортонормированности СНВ. Важно, что независимо от возмущающего воздействия, которое претерпевает ЦИ, матрицы его блоков остаются неразложимыми неотрицательными, а значит и обсуждаемые СНВ должны после возмущения (даже сильного) иметь все положительные координаты, поэтому эти векторы имеют не только малую, по сравнению с другими, чувствительность, но являются также sign-нечувствительными к любому возмущающему воздействию [7, 11], причем это свойство им присуще как до, так и после возмущающего воздействия, которое оставляет матрицу блока неразложимой неотрицательной. Все вышесказанное приводит к следующему качественному выводу.

**Утверждение 1.** СНВ блоков матрицы ЦИ  $(u_1, v_1)$ , отвечающие наибольшим СНЧ  $(\sigma_1)$ , близки к  $n$ -оптимальному вектору [7, 11] независимо от величины и вида возмущающего воздействия, которое претерпевает ЦИ, от формата его хранения, т.е. углы между векторами  $u_1$  и  $n$ -оптимальным,  $v_1$  и  $n$ -оптимальным, а потому и

между  $u_1$  и  $v_1$  для подавляющего большинства блоков изображения имеют малые значения.

Вычислительный эксперимент, при проведении которого 400 ЦИ в формате без потерь (Tif) подвергались сжатию путем пересохранения в формат с потерями (Jpeg) с разными коэффициентами качества  $Q$  в среде Adobe Photoshop, с учетом того, что  $n$ -оптимальный вектор в пространстве  $R^8$  имеет вид:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{n}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^T = \left(\frac{1}{\sqrt{8}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{8}}\right)^T \approx (0.3536, \dots, 0.3536)^T \in R^8,$$

подтверждает полученное теоретическое заключение: в большинстве блоков ЦИ координаты  $u_1, v_1$  сравнимы с соответствующими координатами  $n$ -оптимального вектора. Иллюстрацией результатов являются левый, правый СНВ, отвечающие максимальному СНЧ одного случайно выбранного блока случайно выбранного из тестируемых ЦИ (табл. 1). ЦИ брались различными для каждого примера табл. 1.

Sign-нечувствительность  $u_1$  и  $v_1$  блоков матрицы ЦИ, их близость к  $n$ -оптимальному вектору очевидно влечет за собой нечувствительность этих СНВ в классическом понимании [11] к любым возмущающим воздействиям, т.е. их отклонение от первоначального положения, в частности, при сжатии, причем с произвольным коэффициентом, в подавляющем большинстве блоков незначительно. Таким образом, следствием из утверждения 1 является

**Утверждение 2.** СНВ блоков матрицы ЦИ  $(u_1, v_1)$ , отвечающие наибольшим СНЧ  $(\sigma_1)$ , являются нечувствительными к возмущающим воздействиям, в частности, к сжатию.

Для практического подтверждения этого в среде Matlab был проведен вычислительный эксперимент, в котором участвовало 200 ЦИ, первоначально хранимых без потерь. В ходе эксперимента эти изображения пересохранялись в Photoshop с различными коэффициентами качества  $Q$ . Пусть  $\bar{u}_1$  – результат возмущения  $u_1$  в процессе сжатия,  $\Delta_1 = \|u_1 - \bar{u}_1\|$ . Результаты эксперимента, в том числе, для 5-ти ЦИ, взятых случайно и приведенных для большей иллюстративности, представлены в таблице 2, где соответствующие значения получались как среднее арифметическое для  $\Delta_1$  по всем блокам тестируемого ЦИ.

Таблица 1

Сингулярные векторы блоков матриц изображений, отвечающие максимальным сингулярным числам

$Q$	Сингулярный вектор							
2	$u_1$ : 0.3536 0.3536 0.3536 0.3535 0.3535 0.3535 0.3536 0.3536							
	$v_1$ : 0.3541 0.3538 0.3533 0.3531 0.3531 0.3533 0.3538 0.3541							
4	$u_1$ : 0.3780 0.3747 0.3681 0.3581 0.3481 0.3381 0.3314 0.3281							
	$v_1$ : 0.3667 0.3634 0.3601 0.3568 0.3501 0.3468 0.3435 0.3401							
7	$u_1$ : 0.3898 0.4007 0.4079 0.3960 0.3679 0.3193 0.2678 0.2351							
	$v_1$ : 0.2370 0.1812 0.1695 0.2714 0.3965 0.4957 0.4691 0.4309							
12	$u_1$ : 0.4059 0.3903 0.3917 0.3908 0.3880 0.3545 0.2663 0.1718							
	$v_1$ : 0.2991 0.2064 0.2047 0.3272 0.4022 0.4039 0.4614 0.4256							
Tif - изображение	$u_1$ : 0.3527 0.3513 0.3512 0.3534 0.3535 0.3525 0.3558 0.3580							
	$v_1$ : 0.3462 0.3462 0.3517 0.3505 0.3553 0.3587 0.3589 0.3606							

В последней строке (табл. 2) даны средние значения  $\Delta_1$  по всем тестируемым ЦИ, в скобках приведены средние значения угла поворота  $\theta_1$  для  $u_1$  при соответствующих сжатиях. Результаты

вычислительного эксперимента практически подтвердили заключение утверждения 2, когда в качестве возмущающего воздействия рассматривается сжатие.

Таблица 2

Среднее значение  $\Delta_1$  при сжатии ЦИ с различными коэффициентами качества  $Q$

$Q$	7	8	9	10	11	12
1	0.0116	0.0100	0.0083	0.0063	0.0043	0.0029
2	0.1500	0.1239	0.1030	0.0810	0.0616	0.0455
3	0.0077	0.0063	0.0051	0.0038	0.0026	0.0017
4	0.0133	0.0104	0.0082	0.0059	0.0040	0.0025
5	0.0086	0.0074	0.0062	0.0048	0.0032	0.0021
Среднее значение $\Delta_1$ (200 ЦИ)	0.0251 (1.4°)	0.0228 (1.3°)	0.0194 (1.1°)	0.0156 (0.89°)	0.0115 (0.66°)	0.0078 (0.45°)

Из всего вышесказанного вытекает, что малым при сжатии будет не только отклонение СНВ  $u_1$  от первоначального положения, но и изменение во взаимном расположении векторов  $u_1, v_1, n$ -оптимального. Для комплексной количественной оценки полученного качественного заключения был проведен вычислительный эксперимент, в котором анализировались значения углов между векторами  $u_1$  и  $n$ -оптимальным,  $v_1$  и  $n$ -оптимальным,  $u_1$  и  $v_1$  для ЦИ, первоначально хранимых в формате без потерь, а затем после сжатия с различными коэффициентами качества  $Q$ . Иллюстрация типичных результатов представлена для одного из тестируемых ЦИ на рис. 1-3.

Из представленных гистограмм видно, что качественная картина взаимного расположения векторов  $u_1, v_1, n$ -оптимального практически не зависит от коэффициента сжатия, в частности,

глобальный максимум всех гистограмм для данного ЦИ наблюдается в нуле. При этом для рассмотренного ЦИ средние значения для углов между  $u_1$  и  $v_1, u_1$  и  $n$ -оптимальным,  $v_1$  и  $n$ -оптимальным по всему изображению соответственно составили для:

- Tif-ЦИ – 5.0, 3.7, 3.2;
- Jpeg ( $Q=2$ ) – 4.8, 3.6, 3.0;
- Jpeg ( $Q=5$ ) – 4.9, 3.7, 3.1;
- Jpeg ( $Q=9$ ) – 4.9, 3.7, 3.2, т.е. взаимное

расположение векторов  $u_1, v_1, n$ -оптимального для рассмотренного примера практически не изменяется при различных по силе возмущающих воздействиях. В ходе эксперимента для каждого ЦИ в формате Tif, а затем после пересохранения его в Jpeg с различными значениями коэффициента качества  $Q$  вычислялись средние

значения углов между  $u_1$  и  $v_1$  ( $uv_{sr}$ ),  $u_1$  и  $n$ -оптимальным ( $un_{sr}$ ),  $v_1$  и  $n$ -оптимальным ( $vn_{sr}$ ) по всему изображению. Для  $i$ -го ЦИ эти значения обозначались соответственно  $uv_{sr}^{(f)}(i)$ ,  $un_{sr}^{(f)}(i)$ ,  $vn_{sr}^{(f)}(i)$ ,  $i = \overline{1,150}$ , где верхний индекс  $f$  указывает на формат хранения ЦИ (для Jpeg ЦИ он указывает на значение коэффициента качества  $Q$ , использованного при сжатии).

Результаты проведенного вычислительного эксперимента для наибольшего из рассмотренных возмущающих воздействий ( $Q=2$ ) отражены на рис. 4, в табл. 3, откуда видно, что для подавляющего большинства ЦИ

$$uv_{sr}^{(Tif)}(i), un_{sr}^{(Tif)}(i), vn_{sr}^{(Tif)}(i)$$

претерпевают при сжатии с  $Q=2$  возмущение,

не превосходящее одного градуса (рис. 4), при этом средние значения

$$\begin{aligned} &abs(uv_{sr}^{(Tif)}(i) - uv_{sr}^{(Q2)}(i)), \\ &abs(un_{sr}^{(Tif)}(i) - un_{sr}^{(Q2)}(i)), \\ &abs(vn_{sr}^{(Tif)}(i) - vn_{sr}^{(Q2)}(i)), i = \overline{1,150}, \end{aligned}$$

соответственно равны 0.58, 0.45, 0.41. В таблице 3  $UV$ ,  $UN$ ,  $VN$  – это средние значения по всем тестируемым изображениям глобальных максимумов гистограмм значений углов между СНВ  $u_1$  и  $v_1$ ,  $u_1$  и  $n$ -оптимальным,  $v_1$  и  $n$ -оптимальным соответственно, выраженные в градусах;  $UV_{sr}$ ,  $UN_{sr}$ ,  $VN_{sr}$  – средние значения по всем тестируемым ЦИ  $uv_{sr}^{(f)}(i)$ ,  $un_{sr}^{(f)}(i)$ ,  $vn_{sr}^{(f)}(i)$ ,  $i = \overline{1,150}$ , соответственно, выраженные в градусах.

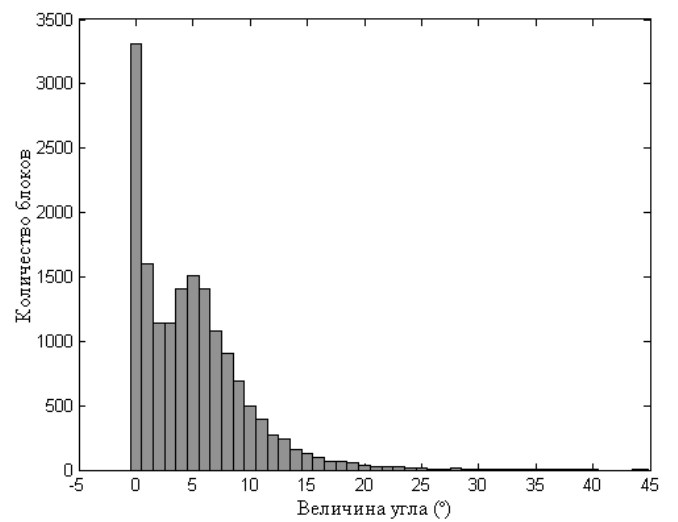
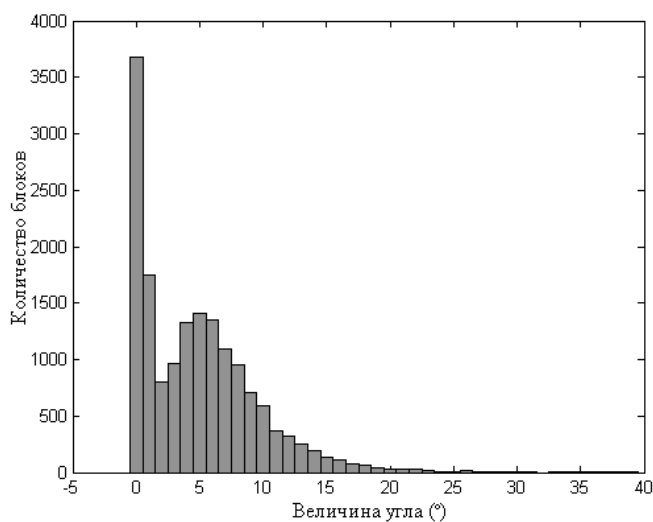
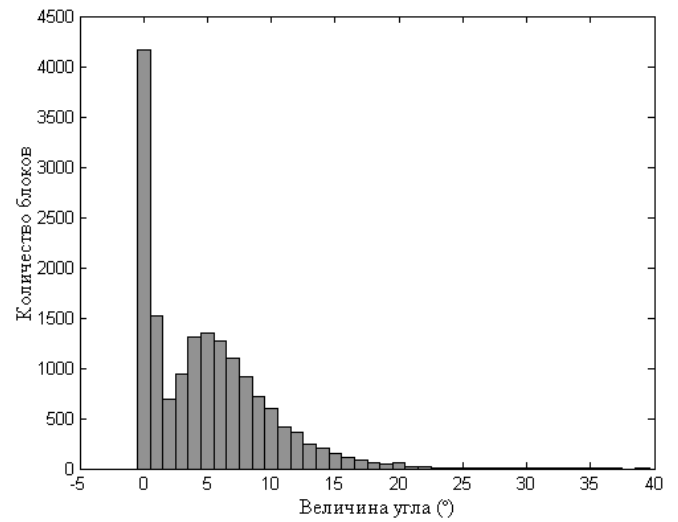
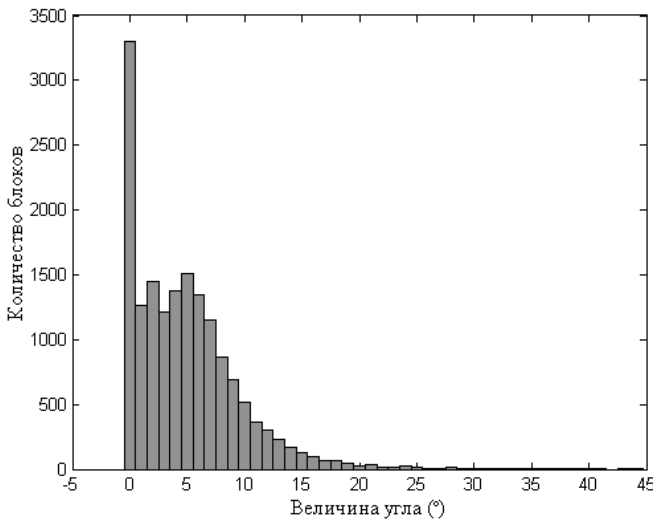


Рис. 1. Гистограммы значений углов между СНВ  $u_1$  и  $v_1$  блоков для одного ЦИ при различных форматах хранения: а – Tif; б – Jpeg  $Q=2$ ; в – Jpeg  $Q=5$ ; г – Jpeg  $Q=9$

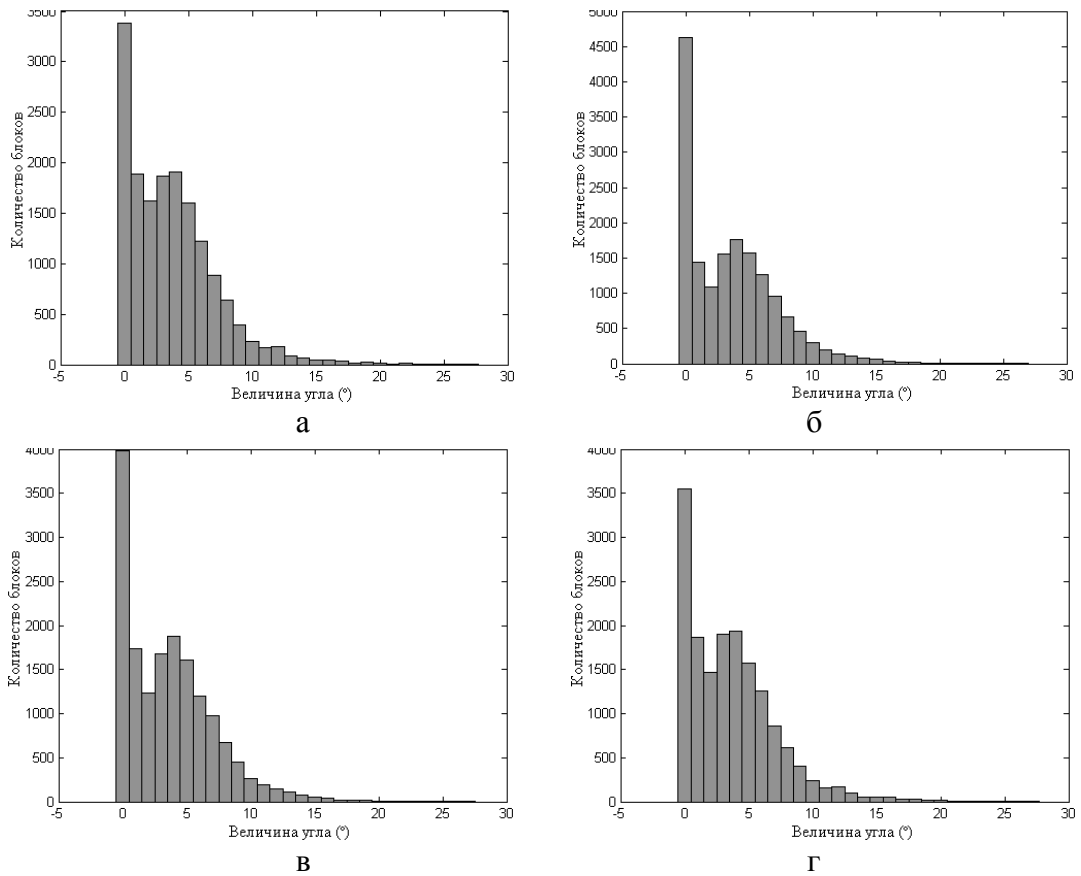


Рис. 2. Гистограммы значений углов между СНВ блоками  $u_1$  и  $n$ -оптимальным для одного ЦИ при различных форматах хранения: а – Tif; б – Jpeg  $Q = 2$ ; в – Jpeg  $Q = 5$ ; г – Jpeg  $Q = 9$

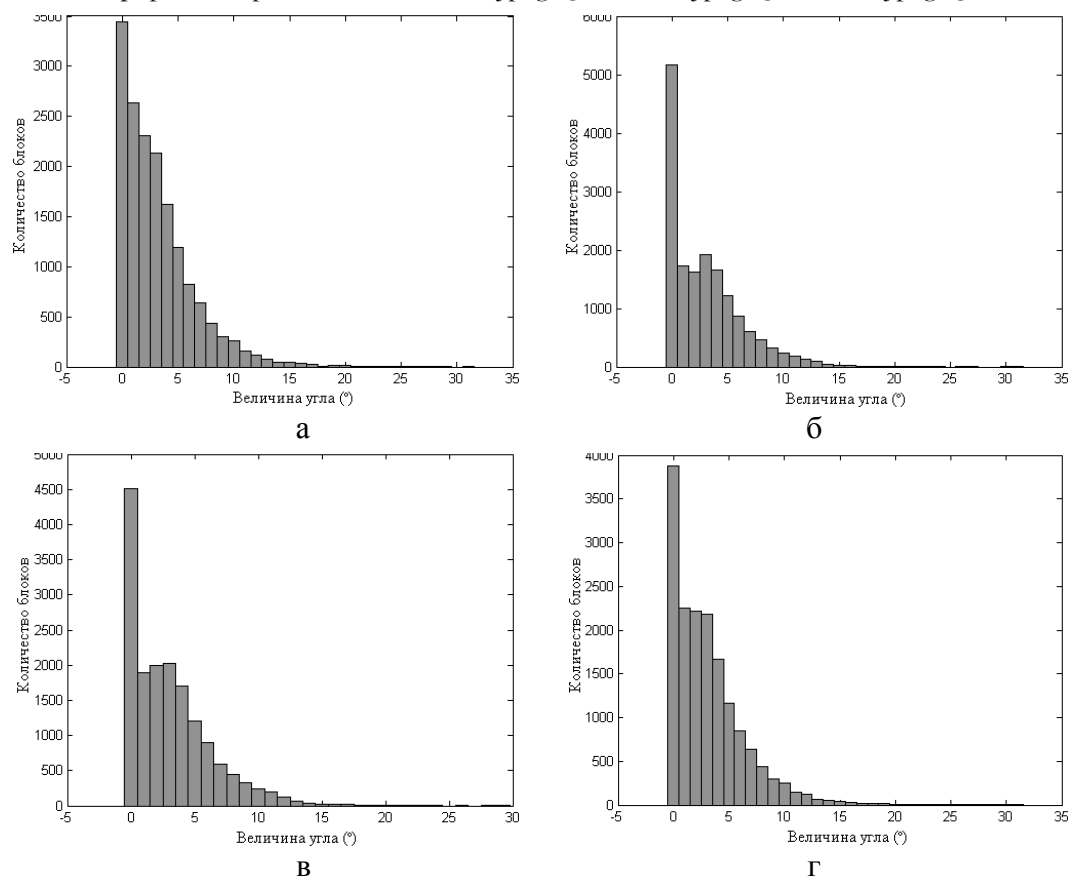


Рис. 3. Гистограммы значений углов между СНВ блоками  $v_1$  и  $n$ -оптимальным для одного ЦИ при различных форматах хранения: а – Tif; б – Jpeg  $Q = 2$ ; в – Jpeg  $Q = 5$ ; г – Jpeg  $Q = 9$

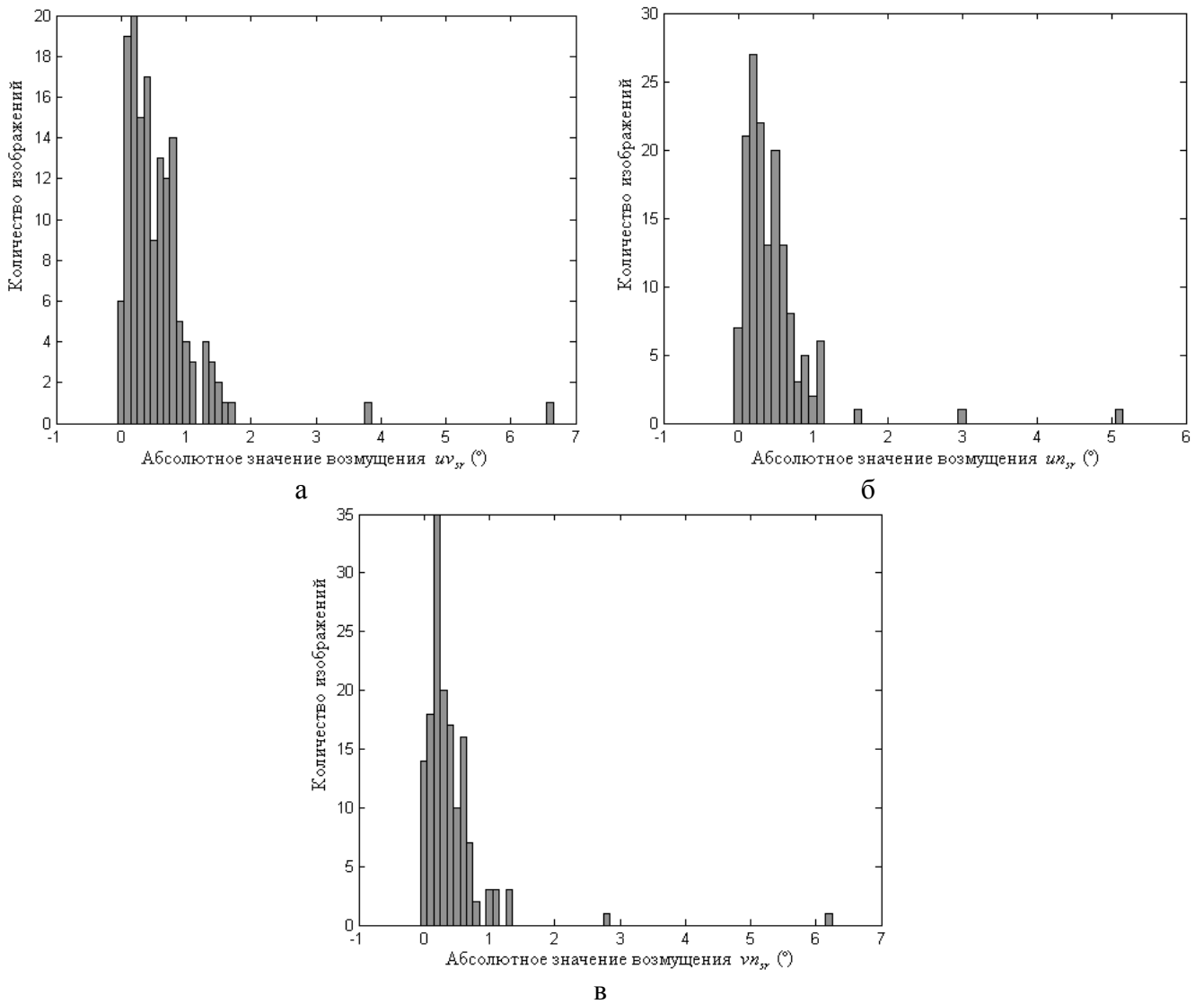


Рис. 4. Результат сжатия ЦИ, хранящегося первоначально без потерь: а – гистограмма значений  $abs(uv_{sr}^{(Tif)}(i) - uv_{sr}^{(Q2)}(i)), i = \overline{1,150}$ ; б – гистограмма значений  $abs(un_{sr}^{(Tif)}(i) - un_{sr}^{(Q2)}(i)), i = \overline{1,150}$ ; в – гистограмма значений  $abs(vn_{sr}^{(Tif)}(i) - vn_{sr}^{(Q2)}(i)), i = \overline{1,150}$

Таблица 3

Характеристики взаимного расположения СНВ  $u_1, v_1$  и  $n$ -оптимального вектора

Формат ЦИ	$UV$	$UN$	$VN$	$UV_{sr}$	$UN_{sr}$	$VN_{sr}$	
Tif	0,88	0,77	0,66	5,84	4,29	3,76	
Jpeg	$Q = 2$	0,61	0,48	0,31	5,89	4,31	3,74
	$Q = 3$	0,65	0,55	0,39	5,91	4,33	3,76
	$Q = 4$	0,78	0,58	0,39	5,95	4,36	3,80
	$Q = 5$	0,84	0,60	0,51	5,95	4,36	3,81
	$Q = 7$	0,85	0,70	0,58	5,88	4,32	3,78
	$Q = 9$	0,86	0,74	0,66	5,87	4,32	3,78
	$Q = 10$	0,89	0,77	0,69	5,88	4,32	3,72

Из табл. 3 видно, что все рассмотренные в ходе эксперимента характеристики ( $UV, UN, VN, UV_{sr}, UN_{sr}, VN_{sr}$ ) взаимного расположения векторов  $u_1, v_1, n$ -оптимального сравнимы для различных форматов и различного

качества сжатия, что полностью отвечает утверждениям 1, 2. Дополнительным подтверждением этого являются результаты, представленные в табл. 4, полученные в ходе вычислительного эксперимента, в котором тестировалось 300 ЦИ в

формате без потерь (Tif), 300 ЦИ в формате Jpeg, полученных различными фотокамерами (без привязки к коэффициенту сжатия), 300 изображений в формате Jpeg2000, полученных при по-

мощи пересохранения ЦИ из первой группы (Tif) в среде Adobe Photoshop с различными коэффициентами качества.

Таблица 4

Характеристики взаимного расположения СНВ  $u_1, v_1$  и  $n$ -оптимального вектора при различных форматах хранения ЦИ

Формат ЦИ	$UV$	$UN$	$VN$	$UV_{sr}$	$UN_{sr}$	$VN_{sr}$
Tif	0,90	0,76	0,64	5,89	4,41	3,87
Jpeg	0,94	0,80	0,62	5,97	4,31	3,80
Jpeg2000	0,91	0,75	0,61	6,30	5,09	4,53

**Выводы.** Таким образом, в результате проведенного качественного и количественного анализа возмущений СНВ блоков матрицы ЦИ при сжатии, можно сделать вывод, что достаточным условием обеспечения нечувствительности (малой чувствительности) СС к сжатию является такая организация процесса СП, формальным представлением которого является совокупность возмущений левых и/или правых СНВ блоков матрицы контейнера, отвечающих максимальным СНЧ ( $\sigma_1$ ) блоков, при этом возмущения СНВ, происходящие в результате СП, должны оставлять их в малой окрестности  $n$ -оптимального вектора и обеспечивать надежность восприятия сформированного СС. Усилия авторов в настоящий момент направлены на разработку конкретных стеганоалгоритмов, устойчивых к сжатию, удовлетворяющих полученному достаточному условию.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Аграновский А.В. Стеганография, цифровые водяные знаки и стеганоанализ / А.В.Аграновский, А.В.Балакин, В.Г.Грибунин, С.А.Сапожников. – М.: Вузовская книга, 2009. – 220 с.
- [2]. Конахович Г.Ф., Пузыренко А.Ю. Компьютерная стеганография. Теория и практика. – К.: МК – Пресс, 2006.
- [3]. Кобозева А.А. Аналіз захищеності інформаційних систем / А.А.Кобозева, І.О.Мачалін, В.О.Хорошко. – К.: Вид. ДУІКТ, 2010. – 316 с.
- [4]. Advanced Statistical Steganalysis / R. Bohme, Springer, 2010.
- [5]. Прохожев Н.Н. Влияние внешних воздействий на DC-коэффициент матрицы дискретно-косинусного преобразования в полутоновых изображениях / Н.Н.Прохожев, О.В.Михайли-ченко, А.Г.Коробейников // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – 2008. – № 56. – С. 57-62.
- [6]. Шумейко А.А. Использование квантования Ллойда-Макса для внедрения цифровых водяных

знаков / А.А.Шумейко, А.И.Пасько, Т.Н. Тищенко // Інформаційна безпека. – 2010. – № 2. – С. 101-107.

- [7]. Кобозева А.А. Анализ информационной безопасности / А.А.Кобозева, В.А.Хорошко. – К.: Изд.ГУИКТ, 2009. – 251 с.
- [8]. Кобозева А.А. Связь свойств стеганографического алгоритма и используемой им области контейнера для погружения секретной информации / А.А.Кобозева // Искусственный интеллект. – 2007. – №4. – С.531-538.
- [9]. Мельник М.А. Стеганоалгоритм, устойчивый к сжатию / М.А.Мельник // Інформаційна безпека. – 2012. – №2(8). – С.99-106.
- [10]. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р.Гантмахер. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
- [11]. Кобозева А.А. Векторная SIGN-чувствительность как основа геометрической модели системы защиты информации / А.А.Кобозева, В.А.Хорошко // Захист інформації. – 2008. – №3. – С. 49-57.

## REFERENCES

- [1]. Agranovsky, A. et al (2009), Steganography, Digital Watermarks and Steganalysis. Moscow: Vuzovskaya kniga.
- [2]. Konakhovich, G. and Puzyrenko, A. (2006), Computer Steganography. Theory and Practice. Kyiv: MK-Press.
- [3]. Kobozeva, A., Machalin, I. and Khoroshko, V. (2010), Analysis of Information Systems Protection. Kyiv: DUIKT.
- [4]. Böhme, R. (2010), Advanced Statistical Steganalysis. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- [5]. Prokhozhev, N., Mikhailichenko, O. and Korobeynikov, A. (2008), "External attacks effect on DC coefficients of DCT matrix of still semitone images", Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, No. 56, pp. 57-62.
- [6]. Shumeiko, A., Pasko, A. and Tishchenko, T. (2008) Use quantization Lloyd-Max the implementation of digital watermark. Information Security, No. 2(4), pp. 101-107.



- [7]. Kobozeva, A. and Khoroshko, V. (2009), Analysis of Information Security. Kyiv: DUKIT.
- [8]. Kobozeva, A. (2007), "Communication properties steganographic algorithm, and used them to immersion of the container of classified information", Artificial Intelligence, No. 4, pp. 531-538.
- [9]. Melnyk, M. (2012), "Compressive-stable SteganoAlgorithm", Information Security, No. 2(8), pp. 99-106.
- [10]. Gantmacher, F. (1988), The Theory of Matrices. Moscow: Nauka.
- [11]. Kobozeva, A. and Khoroshko, V. (2008), "Vector SIGN-sensitivity as basis of geometry model of information security system", Information Security, No. 3, pp. 49-57.

### АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ СИНГУЛЯРНИХ ВЕКТОРІВ МАТРИЦІ ЗОБРАЖЕННЯ- КОНТЕЙНЕРА ЯК ОСНОВА СТІЙКОГО ДО СТИСКУ З ВТРАТАМИ СТЕГАНОАЛГОРИТМУ

Проблема створення стійких до атаки стиском із значними коефіцієнтами стеганоалгоритмів залишається на сьогоднішній день невирішеною, хоча стиск з втратами є одною з найбільш поширених атак на стеганоповідомлення. Традиційні в цій сфері підходи, що використовують для стеганоперетворення частотну область контейнера, за умови забезпечення надійності сприйняття формованого стеганоповідомлення, гарантовано забезпечують стійкість відповідних стеганоалгоритмів до стиску лише з незначними коефіцієнтами. В межах частотної області принципово неможливе вирішення даної проблеми. Авторами раніше було показано, що властивості будь-якого стеганоалгоритма визначаються локалізацією збурень, що відбуваються при стеганоперетворенні, формальних параметрів, які складають повний набір – сингулярних чисел і сингулярних векторів матриці контейнера. З метою здобуття загальних формальних достатніх умов стійкості стеганоалгоритма до стиску в роботі проведений аналіз чутливості до стиску сингулярних векторів блоків матриці цифрового зображення, що розглядається як контейнер, отриманих після її стандартного розбиття; виділені найменш чутливі вектори. Показано, що ліві і праві сингулярні вектори, що відповідають максимальним сингулярним числам блоків, є sign-нечутливими, що говорить про їх близькість до  $n$ -оптимального вектора простору  $R^8$  при будь-якій збурній дії. Отримані результати розглядаються як основа для створення стеганографічних методів і алгоритмів, стійких до стиску із значними коефіцієнтами.

**Ключові слова:** сингулярний вектор, сингулярне число, чутливість, збурна дія, стиск із втратами, матриця.

### SENSITIVITY ANALYSIS OF SINGULAR VECTORS OF COVER MATRIX AS BASIS OF STEGANOGRAPHY ALGORITHM, THAT STEADY TO LOSSY COMPRESSION

The problem of creating steganography algorithm, that steady to lossy compression with significant ratios remains unsolved to date, although lossy compression is one of the most common attacks on stegano messages. Traditional approach in this field is using frequency domain container, while ensuring the reliability of perception formed stegano message, guaranteed to provide resistance to compression of steganography algorithms only with minor coefficients. In the frequency domain is fundamentally impossible to solve the problem. Early has shown that the properties of any steganography algorithm determined by the localization of disturbances occurred during stegano transformation, formal parameters that make up a complete set - singular values and singular vectors of a matrix container. This paper covers the analysis of image's singular vectors sensitivity to compression, selected the least sensitive vectors. It is shown that the left and right singular vectors corresponding to the maximum singular values are sign-insensitive. They are close to the optimal  $n$ -vector of  $R^8$ -space with any disturbances. These results are the basis for steganographic techniques and algorithms that are resistant to compression with large coefficients

**Index Terms:** singular vector, singular value, sensitivity, perturbation, lossy compression, matrix.

**Кобозева Алла Анатоліївна**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики та управління захистом інформаційних систем Одеського національного політехнічного університету.

E-mail: [alla\\_kobozeva@ukr.net](mailto:alla_kobozeva@ukr.net)

**Кобозева Алла Анатольевна**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и управления защитой информационных систем Одесского национального политехнического университета.

**Kobozeva Alla**, Professor, Doctor of Science in Eng., Head of Academic Department of Computer Science and Information security management systems Odessa National Polytechnic University.

**Мельник Маргарита Олександрівна**, старший викладач кафедри інформаційної безпеки Одеського національного політехнічного університету.

E-mail: [RITOCHEK@yandex.ua](mailto:RITOCHEK@yandex.ua)

**Мельник Маргарита Александровна**, старший преподаватель кафедры информационной безопасности Одесского национального политехнического университета.

**Melnik Margarita**, a senior lecturer of information security department Odessa National Polytechnic University.