

## AUTHENTICATION SCHEME ON FRACTAL SETS

*Denis Samoilenko*

*Implementation of authentication tools is the requirement for secured information system in open networks. Known authentication protocols are based on some secret knowledge (key or password) checking. Preferable scheme for checking procedure is client-server dialog without transferring of secret knowledge, even in ciphered form, also known as zero-knowledge protocol. Such protocols, as a rule, use mathematically complex problems without known simple solution for inverse calculation. This obscurity case a weakness of protocols – discovering solution of the problem impairs the secrecy of protocol. It is proposed the authentication schemes built on complex fractal sets including distant knowledge diagnostic methods. Fractal sets suitable for posed problem due to properties of finiteness and infiniteness combination. Property of finiteness allows set construction; infiniteness ensures multiple usage of the scheme. The algorithm of client-server communication is shown. Usage of authentication scheme could improve the network information resource security.*

**Keywords:** authentication, zero-knowledge protocol, fractal, fractal set, web-security.

**Introduction.** As a rule, network information resources (NIR) provide different functionality for different users. To access additional services user should be authorized in NIR by authenticity verification. Such verification means checking user's secret knowledge – a key, password etc. If NIR contains information with restricted access the authentication function should be provided obligatorily.

In secure authentication schemes different communication protocols are used. One of the most perspective protocols is zero-knowledge protocol (ZNP) [1].

In such protocols in the communication channel transmits no information about the secret knowledge even in ciphered form. So, attacker has no possibilities for secret knowledge restoration by analysis of any number of transmitted packs.

The most popular zero-knowledge protocols use mathematically complex problems without known simple solution for inverse calculation. Complexity are usually derived from problem of graph isomorphism (Hamiltonian cycle in large graphs) or discrete log problem (in a given group). From the other side, the obscurity case a weakness of protocols – discovering solution of the problem impairs the secrecy of protocol.

Additional researches should be provided to find problems with granted complexity. In a present work it is proposed a protocol based on a problem of fractal sets comparison in a complex plane.

**Problem review.** In zero-knowledge protocols two main requirements should be combined. First one claims the possibility of several client-server communications (CSCs) during the session. In a perfect case amount of possible CSCs should be infinite.

The second requirement claims no possibility for attacker to restore a secret knowledge by analysis of any (finite) number of intercepted CSCs.

Thus objects that could form basis of ZNP should combine properties of finiteness and infiniteness. Finiteness allows segregation of finite secret knowledge for legal user. A property of infiniteness helps to solve a problem of protocol safety limit or increase the maximal number of CSCs with usage of the same secret knowledge.

One of the objects that combine aforementioned properties is a complex fractal set (FS). In work [2] FS is defined to be a set of complex points  $X_0$  for which converges the iterative sequence

$$X_{k+1} = X_k^N + C, \quad (1)$$

where  $C$  – complex constant (consists of two real numbers – real and imaginary parts),  $N$  – the power of sequence.

For the better presentation FS points could be placed on a Cartesian plane (means complex plane) forming fractal set image.

The idea of authentication with zero-knowledge is similar to the distant knowledge diagnostic problem. So in authentication schemes could be used some ideas adopted from this problem.

Proposed in work [3] method of distant knowledge diagnostics is focused on edge definition problem in semantic space. For the authentication problem the method could be easily changed with a procedure of full-space tracing defining the edge of intersected sets.

The knowledge (or knowledge field) in [3] is defined to be a part of semantic space with some distinct property. For the authentication problem it is enough that this part of space has had only Boolean property – belong or not belong to knowledge. Such situation is similar to credit/fail attestation form.

In work [4] it was proposed the usage of complex fractal images for authority protection on printed issues. It was described some fractal proper-

ties that could be useful in security improving. In combination with knowledge diagnostic methods such properties could form the basis of ZNP authentication scheme.

**Proposition.** The main idea of authentication consists in using knowledge diagnostic methods for respondent which knowledge field has a form of a FS. Server should check the “knowledge field” of client using dialog principle in form question (from server) – answer (from client).

It is necessary to note that FS are extremely sensitive to the choice of parameters  $C$  and  $N$ . On Fig. 1 FS images for the different values of  $C$  and  $N$  are shown.

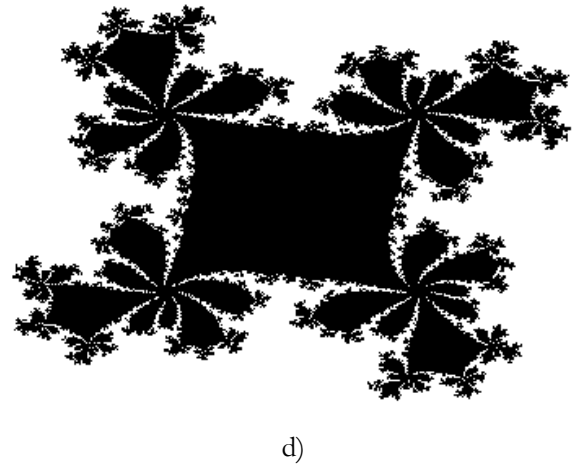
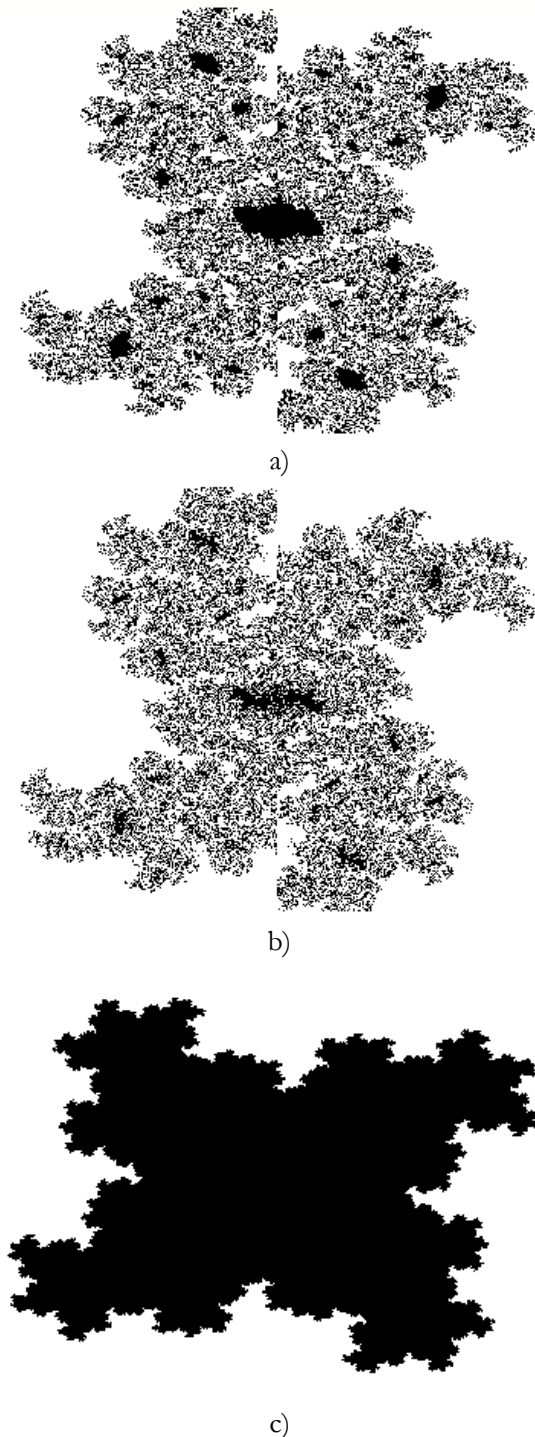


Fig. 1. Fractal set images with different parameters:  
 a)  $C=(0.590; 0.420)$ ,  $N=3$ ; b)  $C=(0.589; 0.420)$ ,  $N=3$ ;  
 c)  $C=(0.590; 0.420)$ ,  $N=4$ ; d)  $C=(0.610; 0.450)$ ,  $N=4$

The difference in 0.001 in only one  $C$  component (in real part) produces changes that could be easily detected visually (Fig. 1 a-b). The difference in (0.02; 0.03) in  $C$  with constant power index  $N$  cause cardinal changes in shape and structure of fractal set image (Fig. 1 c-d).

The greater changes produce difference in power  $N$ . For the parameters  $N=3$  and  $N=4$  results are shown on Fig. 1 (a-c). For the value of  $N=2$  FS image consists from some several points so this image omitted from the Fig. 1 as non-informative.

Described property of FS justifies its usage in ZNP authentication schemes for NIR. The property of finiteness provides by finite number of parameters, that uniquely defines FS:  $C$  and  $N$  in formula (1). Infiniteness follows from infinite number of points on a complex plane. Moreover, infinite number of points contains any finite part of the plane, so limitation of comparison area does not impair the safety of protocol.

Parameters  $C$  and  $N$  could be mentioned as a secret knowledge – the client’s numerical password which forms knowledge field in FS form. Additive constant  $C$  consists from two real numbers. The power index  $N$  could be real or integer. To select the types of constants it is necessary to analyze some aspects.

As far as different computers could use different calculation technique, it is recommended the usage of integer numbers for  $N$ , because there is no precise method to compute  $X^{2^N}$  where  $N$  is not integer. Approximate methods depend on math support (coprocessor, math libraries, programming language, data types, zero limit etc.). In that case the same formula could give different results on different computers.

Components of additive constant  $C$  could not be integer, because the region of (1) convergence is limited by inequality  $|C| < \sqrt{2}$ . In this region there are only 9 points with integer coordinates. Thus  $C$  should forms from real number.

In case of integer  $N$  all calculations with  $C$  components require only basic algebraic operations: addition/subtraction and multiplication/division. Such operations have similar precision on different computers limited by data type used for number presentation. In special cases algebraic calculations could be produced with any precision, specified in protocol.

According to proposed limitations the password  $P$  is consist from three numbers – integer number  $N$  and two real numbers  $\text{Re } C$  and  $\text{Im } C$ :

$$P=(n, \text{Re } C, \text{Im } C). \quad (2)$$

The adopted method of knowledge diagnostic defines a content of CSCs. A client is mentioned to be a student and server – to be a teacher. Teacher has knowledge (password  $P$ ) and he should check the student's knowledge. Additional requirement (ZNP) states that communication (examination) should not discover any information about  $P$  directly.

**The scheme.** Taking into account expressed ideas the following authentication scheme is proposed:

*Goal:* Server should authenticate client by checking the knowledge of password  $P$  in form (2) using ZNP.

1. *Server:* generates random complex point  $X=(\text{Re } X, \text{Im } X)$  from region  $|X| < 1$  or any sub-region (if it is reasonable).

2. *Server:* calculates the sequence (1) with  $X_0=X$  and checks its convergence. Constants  $C$  and  $n$  are defined from the secret password  $P$ .

3. *Server:* sends to client the point  $X$ .

4. *Client:* performs action 2.

5. *Client:* sends to server result of calculation – does sequence converge or not.

6. *Server:* checks client's answer. In a right case performs actions 1-6 until probability limit was exceeded. In a wrong case authentication falls.

Probability limit could be estimated by formula  $p_{lim}=2^{-n}$ , where  $n$  – the number of action 1-6 repetitions. In the estimation it is considered that on repetition twice decreases probability of impersonation.

**Features.** The authentication scheme could be produced with some features.

It is rather obvious that for different clients should be selected different passwords. But different values for constants entail some peculiarities.

As follows from Fig. 1 fractal sets could be relatively solid or sparse. For sparse FS random point  $X$

could be selected from full fractal space. But for solid FS it is better to choose the part of space near the fractal edge. In a case of full space tracing for solid FS attacker could observe a difference between central and peripheral points and use it for attacks. So in addition to password  $P$  it is recommended to store information about area of point's selection concretely for this  $P$ .

A possibility of infinite  $X$  point's number producing could be worsened if some points  $X$  will be repeated in different CSCs (possibly in different sessions). To avoid such collisions it is recommended to use a great precision of  $C$  components or/and to provide storage of used points for all clients and all sessions during lifetime of password.

Let's consider that complex type is defined to be a program structure (all program fragments shown in C/C++ formalism):

```
typedef struct tagCOMP
{
    float Re; // the real part
    float Im; // the imaginary part
} complex;
```

Necessary mathematical operations on complex number are defined by functions:

```
float mod(complex &x) //modulus of complex number
{
    return sqrt(x.Re*x.Re+x.Im*x.Im); }
```

```
float arg(complex &x) //argument of complex number
{
    if (x.Re==0) if (x.Im>0) return acos(0); else
    return -acos(0);
    return atan(x.Im/x.Re);
}
```

In such case the next element in sequence (1) could be computed by the function:

```
complex Next(complex &X, int N)
{
    float x,y; // variables
    for intermediate calculations
        x = mod(X); // modulus of X
        for(int i=1;i<N;i++)
            x=x*mod(X); // power for
    modulus: |XN|=|X|N
        y = N*arg(X); // power for
    argument: Arg(XN)=N*Arg(X).
    // Here x and
    y – modulus and argument of XN
    complex temp; // temporal
    complex variable
        temp.Re = x*cos(y)+C.Re; // computing
    the result of XN+C
```

```

temp.Im = x*sin(y)+C.Im; // considering
that value of C is defined above
return temp; // returning
the result
}

```

Convergence of sequence could be checked by the expression:

```

int N; complex X; //variables for
X and N data
X.Re = ...; X.Im = ...; N = ...; //value of
start point (X0) and sequence power
int k=1; //counter
do { X=Next(X, N); k++;} while((mod(X)<100)&
(k<100));

```

There are two conditions for calculation aborting:  $\text{mod}(X) < 100$  means that  $X$  value is not great enough for conclusion about convergence;  $k < 100$  – limits the sequence. After the given fragment a convergence of sequence is defined by checking value of  $\text{mod}(X)$ .

Limit values for  $\text{mod}(X)$  and  $(k)$  were used for computing fractal set images shown on Fig. 1. For the optimization of calculation complexity these values could be decreased. It could be shown [2] that there are no convergence points for  $|C| > \sqrt{2}$ . So this value could be used for the break condition in optimized code. For the optimal value of sequence member limitation further researches are necessary.

**Conclusions.** Authentication scheme based on zero-knowledge protocol is proposed as a combination of knowledge diagnostic methods and fractal sets comparison in a complex plane. The scheme is built on dialog principle and could perform authorization with given probability limit.

The proposed scheme has some features which should be accounted to avoid possible problems in technical realizations. It is shown some recommendations and program fragments allowed realization of authentication scheme.

Further researches could be based on analysis of different fractal sets in multi-dimension spaces and its applicability for selected problems. Additional researches could be related with optimization of calculation complexity of the scheme.

## REFERENCES

- [1]. QUISQUATER J-J, GUILLOU L.C. and BERSON T.A. (1989) How to Explain Zero-Knowledge Protocols to Your Children., *Advances in Cryptology*. – CRYPTO'89: Proceedings 435: p. 628-631.
- [2]. MANDELBROT B. (2004) *Fractals and Chaos*. Berlin: Springer.

- [3]. SAMOILENKO D. N. (2012) Knowledge diagnostics by search methods in the semantic space. *Electrotechnic and computer systems* 07 (83), p. 154-161
- [4]. SAMOILENKO D., MIROSHNICHENKO O. and POPOV D. (2010) Fractal images use for holographic protection of polygraphist production. *Qualilogy of book* 2 (18), p. 77-81

## ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Quisquater, J-J. How to Explain Zero-Knowledge Protocols to Your Children [Текст]/Quisquater, J-J; Guillou, L.C.; Berson, T.A. // *Advances in Cryptology*. – CRYPTO'89: Proceedings 435: 628–631.
- [2]. Mandelbrot B. *Fractals and Chaos*. [Текст] / Mandelbrot B. – Berlin: Springer. – 2004 – p. 38.
- [3]. Samoilenko D. N. Knowledge diagnostics by search methods in the semantic space. [Текст] / Samoilenko D. N. // *Electrotechnic and computer systems*. – 2012. – № 07 (83). – p. 154-161.
- [4]. Самойленко Д. М. Використання фрактальних зображень для голографічного захисту поліграфічної продукції [Текст] / Самойленко Д. М., Мірошніченко О. В. Попов Д. Д. // *Кваліологія книги*. – 2010. – № 2 (18). – с. 77-81.

## СХЕМА АУТЕНТИФИКАЦИИ НА ФРАКТАЛЬНЫХ МНОЖЕСТВАХ

Для построения защищенных информационных ресурсов в открытых сетях необходима реализация средств аутентификации. Известные протоколы аутентификации основываются на проверке некоторого секретного знания (ключа или пароля). Предпочтение отдается схемам проверки, построенным на диалоге клиента и сервера, осуществляемым без передачи секретного знания даже в зашифрованном виде – протоколам с нулевым разглашением. Как правило, такие протоколы используют математически сложные задачи с неизвестным решением обратной задачи. Эта неизвестность становится причиной уязвимости протокола – нахождение решения задачи сведет на нет надежность протокола. Предложена схема аутентификации, построенная на комплексных фрактальных множествах используя в составе методы дистанционного оценивания знаний. Фрактальные множества применимы благодаря объединению свойств конечности и бесконечности. Свойство конечности позволяет построения самого множества, свойство бесконечности гарантирует возможность многократного использования схемы. Приведен алгоритм клиент-серверного взаимодействия. Применение схемы приведет к улучшению показателей безопасности сетевых информационных ресурсов.

**Ключевые слова:** аутентификация, протокол с нулевым разглашением, фрактал, фрактальное множество, сетевая безопасность.

## СХЕМА АВТЕНТИФІКАЦІЇ НА ФРАКТАЛЬНИХ МНОЖИНАХ

Для побудови захищених інформаційних ресурсів у відкритих мережах необхідна реалізація засобів автентифікації. Відомі протоколи автентифікації ґрунтуються на перевірці певних таємних знань (ключа чи пароля). Перевага надається схемам перевірки, побудованим на діалозі клієнта та сервера, який здійснюється без передавання секретного знання, навіть у зашифрованій формі, - протоколам з нульовим розголошенням. Як правило, такі протоколи використовують математично складні задачі з невідомим розв'язком зворотної проблеми. Ця невідомість виступає причиною вразливості протоколу – винайдення рішення задачі зведе нанівець надійність протоколу. Запропонована схема автентифікації, побудована на комплексних фрактальних множинах з використанням методів дистанційного оцінювання знань. Фрактальні множини зручні для використання завдяки поєднанню властивостей скінченності та нескінченності. Властивість скінченності дозволяє побудову самої множини, властивість нескінченності гарантує можливість багаторазового використання схеми. На-

ведено алгоритм клієнт-серверної взаємодії. Використання схеми дозволить покращити показників безпеки мережних інформаційних ресурсів.

**Ключові слова:** автентифікація, протокол з нульовим розголошенням, фрактал, фрактальна множина, мережна безпека.

**Samoilenko Denis**, PhD, docent of Ship Electrical Equipment and Information Security Department, National University of Shipbuilding after Admiral Makarov. E-mail: denniksam@gmail.com

**Самойленко Денис Миколайович**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри електрообладнання суден та інформаційної безпеки. Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова.

**Самойленко Денис Николаевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры электрооборудования суден и информационной безопасности. Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова.

УДК 621.391:519.7

## БЕЗКЛЮЧОВІ ГЕШ-ФУНКЦІЇ РЕГІСТРОВОГО ТИПУ

*Антон Олексійчук, Катерина Король*

*Безключові геш-функції відносяться до найважливіших криптографічних примітивів і застосовуються в сучасних системах шифрування, автентифікації, цифрового підпису, генерації ключів тощо. Незважаючи на помітний прогрес у розробці різноманітних атак на "конкретні" геш-функції, розуміння закономірностей, що лежать в основі зазначених атак, визначення умов їх застосовності та розробка методів оцінювання їх ефективності є предметом активних подальших досліджень. Метою статті є встановлення загальних умов, що визначають практичну стійкість широкого класу геш-функцій, які базуються на реєстрах звуку, відносно атак, спрямованих на побудування колізій їх стискувальних функцій. Показано, що задача побудування колізій зводиться до розв'язання автоматних рівнянь відносно двійкових невідомих, які задовольняють певним обмеженням. При цьому множини всіх розв'язків таких рівнянь (без урахування обмежень) мають простий алгоритмічний опис, що дозволяє перелічувати ці розв'язки в режимі реального часу.*

**Ключові слова:** безключова геш-функція, пошук колізій, скінченний автомат, нелінійний реєстр звуку, система автоматних рівнянь, MDx, SHA.

**Вступ.** Безключові (криптографічні) геш-функції відносяться до найважливіших криптографічних примітивів. Вони застосовуються в сучасних системах шифрування, автентифікації, цифрового підпису, генерації ключів та звичайно виконують роль своєрідної ланки, що пов'язує окремі частини криптографічної системи (див., наприклад, [4, 5]). З появою у 2004 – 2005 роках потужних атак на окремі функції сім'ї MDx [13 – 16] суттєво підсилюється інтерес фахівців до побудови нових видів геш-функцій, розробки методів їх криптоаналізу та обґрунтування їх стійкості

відносно перспективних атак. Певним підсумком досліджень у цьому напрямі можна вважати прийняття у 2012 році нового стандарту гешування даних – алгоритму Кессак [8].

Незважаючи на помітний прогрес у розробці різноманітних атак на "конкретні" геш-функції, розуміння закономірностей, що лежать в основі зазначених атак, визначення загальних умов їх застосовності та розробка методів оцінювання їх ефективності є предметом подальших досліджень, спрямованих на створення загальної теорії побудови та аналізу геш-функцій. Потреби в та-