УДК 631.333

В.С. Ловейкін, проф., д-р техн. наук, Ю.В. Човнюк, проф., канд. техн. наук, А.І.Дитюк, здобувач
Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ

Дослідження дальності польоту частинок твердих мінеральних добрив шляхом моделювання

Завдяки проведеному всебічному дослідженню швидкості руху частинок твердих мінеральних добрив у середовищі з опором (повітрі), встановлено розмірний ефект, який визначає дальність польоту частинок добрив в залежності від їх фізико-механічних властивостей, параметрів їх польоту в момент сходження з розкидального диску, висоти установки диска над поверхнею поля, тощо.
мінеральні добрива, математична модель, лопатки відцентрового розсіювального диска, дальність польоту, опір повітря

Постановка проблеми. Встановлено, що дальність розсівання частинок твердих мінеральних добрив залежить від абсолютної швидкості сходження частинок добрив з розкидального диска, кута між вектором цієї швидкості та горизонтальною площиною і аеродинамічних властивостей самих частинок твердих мінеральних добрив

Попередній аналіз теоретичних досліджень засвідчує, що в даний час відсутні ефективні результати досліджень загального випадку руху частинки добрив, які б враховували рух навколишнього середовища та супроводжуючого повітряного струменя і напрямки векторів їх швидкостей та водночас дозволяли б отримати часткові залежності стосовно параметрів дискових обертальних органів та режимів їх роботи, тому є необхідність у продовженні цих досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Загально відомо, що Н.Е. Жуковський шляхом теоретичних досліджень встановив залежність для визначення траєкторії руху тіла, кинутого під певним кутом до горизонту в повітряному середовищі[2]. Але без використання додаткових спеціальних таблиць, вони не забезпечують значень окремих складових названих залежностей.

Для визначення дальності розсівання частинок твердих мінеральних добрив плоским роз кидальним диском, установленим горизонтально до поверхні поля, без урахування опору повітря П.М. Василенко запропонував таке рівняння[3]:

$$L_{\partial} = v_{nc}\sqrt{\frac{2\text{H}}{q}},$$

де L_{∂} – дальність розсівання добрив роз кидальним диском.

Теоретичні дослідження дальності розсівання твердих мінеральних добрив по поверхні поля плоским розсівальним диском проводили Е.В. Козловський[4], М.К. Штуков, Р.М. Гіліс та В.Ф. Ярошенко[5].

Спільним недоліком цих досліджень є те, що в них не враховано вплив кута α, на дальність розсівання добрив. Крім того Е.В. Козловський в своїй праці [4] записав диференціальне рівняння руху частинки твердих мінеральних добрив лише в горизонтальному напрямку.

Мета дослідження полягає в побудові математичної моделі та аналізу швидкості руху частинки мінеральних добрив після злету з лопатки відцентрового розсіювального диска у середовищі з опором (повітрі) під певним (невеликим) кутом α.

Виклад основного матеріалу. Швидкість частинки твердих мінеральних добрив, яка злетіла з лопатки диску ν_a має дві складові: радіальну ν_r та тангенціальну ν_e, причому:

$$\nu_a = \sqrt{\nu_r^{\,2} + \nu_e^{\,2}}.$$

Оскільки $v_r \cdot v_e = \omega R,$ то вплив ν_r на ν_a відносно невеликий і при практичних розрахунках ним можна знехтувати, прийнявши $\nu_a \approx \nu_e$.

Друга фаза передбачає рух гранули, що злетіла з диска зі швидкістю $\nu_a \approx \nu_e,$ яка має напрямок по горизонталі. При цьому (рис.1)на часточку добрив діятимуть:

а) сила ваги $G = mg$;

б) сила опору повітря $R_x = m \cdot K_П \cdot V^2$, де $k_П$ - коефіцієнт парусності.

<u>Перше наближення.</u> За малих значень $k_П$ (гранули, кристали тощо) опір повітря можна не враховувати.

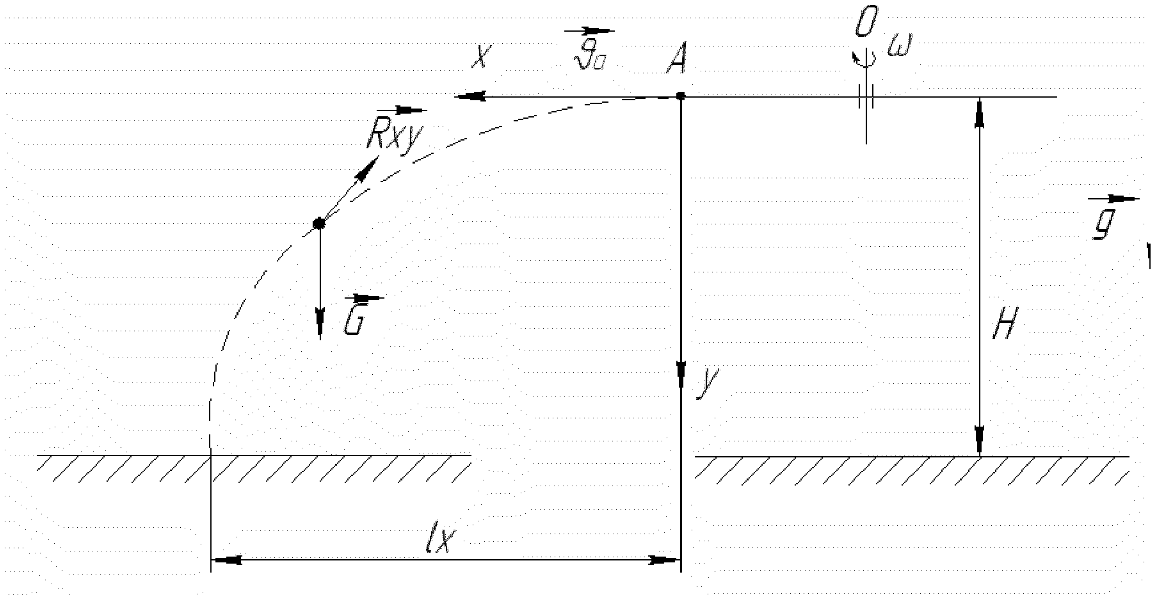

Рисунок 1 - Схема для визначення дальності польоту частинок добрив

Для розрахунку дальності польоту часточок добрив використовують рівняння:

$$\begin{cases} x = v_a \cdot t_n; \\ y = \dfrac{qt_n^2}{2}, \end{cases} \qquad (1)$$

де t_n - час польоту гранули.

Розв’язавши друге рівняння (1) відносно t_n, отримаємо:

$$t_n = \sqrt{\frac{2y}{q}}. \tag{2}$$

Підставивши значення t_n у перше рівняння (1), дістанемо рівняння траєкторії гранули (рис.1)

$$x = v_a \cdot \sqrt{\frac{2y}{q}} \approx \omega R \cdot \sqrt{\frac{2y}{q}}. \tag{3}$$

Визначимо дальність польоту часточки добрив для розсіювального пристрою, підставивши y (3) значення $y = H$, тоді:

$$x = \ell_x = \omega R \cdot \sqrt{\frac{2H}{q}}, \tag{4}$$

де H - висота розміщення розсіювального диску над поверхнею ґрунту.

Для збільшення дальності польоту часточок добрив у деяких конструкціях можуть бути застосовані конічні диски з кутом конусності $3\ldots5^0$.

Друге наближення. Побудуємо уточнену модель польоту гранул мінеральних добрив у процесі їх розсіювання дисковим апаратом, враховуючи їх фізичні та геометричні властивості. До фізичних властивостей в першу чергу можна віднести густину частинок добрив, а до геометричних – їх розмір. Будемо розглядати частинки добрив діаметром не менше 10 мкм = 10^{-5}м.

Після зриву з поверхні диску починається процес розсіювання частинок з подальшим їх осіданням на землю/грунт. При цьому на частинку (рис.1) діють сили тяжіння та опору середовища.

Частинку добрив приймаємо за матеріальну точку маси m. Рух складний, тому розглядаємо рух точки окремо у вертикальному і горизонтальному напрямах. Вісь O_x спрямована горизонтально, а вісь O_y - вертикально вниз.

Диференціальне рівняння руху у проекції на вісь O_y:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = P - \widetilde{R}, \tag{5}$$

де $P = G = mq,$ тобто це вага матеріальної точки з густиною ρ;

$\tilde{R}$ - вертикальна складова сили опору повітря.

Далі будемо вважати, що сила опору $\tilde{R}$ прямо пропорційна квадрату швидкості руху частинки V і площі проекції частинки на площину, перпендикулярну до напрямку її руху, ∂:

$$\widetilde{R} = K \cdot \partial \cdot V^2, \tag{6}$$

де K - коефіцієнт пропорційності, який залежить від форми частинки, що вважається кулькою із заданим діаметром. Для кульки, як свідчать експерименти Ейфеля, $K = 0,24\,{}^{кг}\!/_{м^3}$, при цьому сила опору $\tilde{R}$ має розмірність H, площа $\partial - м^2$, швидкість $V = {}^{м}\!/_{с}$, тобто $\left[\tilde{R}\right] = H,$ $[\partial] = м^2,$ $[V] = {}^{м}\!/_{с},$ $[K] = {}^{кг}\!/_{м^3}$.

Таким чином, диференціальне рівняння матиме наступний вигляд:

$$m\frac{dV}{dt} = P - K \cdot \partial \cdot V^2, \tag{7}$$

де t - час. Позначимо $\frac{P}{K\partial} = c^2$, тоді (7) прийме вид:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = P - \frac{PV^2}{c^2}, \text{або } \frac{dV}{dt} = \frac{g}{c^2}\left(c^2 - V^2\right), \tag{8}$$

де g - прискорення вільного падіння $\left(g = 9{,}8\,\text{м}/\text{с}^2\right)$.

Розділивши змінні та проінтегрувавши рівняння (8), отримаємо:

$$\frac{gt^1}{c^2} = \frac{1}{2c} \cdot \ell n\left|\frac{c+V}{c-V}\right| + A. \tag{9}$$

Тут A - довільна стала інтегрування, яку знайдемо із початкової умови: $t = 0, V = \omega R$, звідси:

$$A = \frac{1}{2c} \cdot \ell n\left|\frac{C - \omega R}{C + \omega R}\right| \cdot \tag{10}$$

Тепер (9) можна переписати так:

$$\frac{gt}{c^2} = \frac{1}{2c} \cdot \ell n\left|\frac{(C+V)(C-\omega R)}{(C-V)(C+\omega R)}\right|. \tag{11}$$

Подамо (11) у вигляді:

$$\frac{gt}{c^2} = \frac{1}{2c} \cdot \ell n\left|\frac{\left(1+\frac{V}{c}\right)}{\left(1-\frac{V}{c}\right)} \cdot \frac{\left(1-\frac{\omega R}{c}\right)}{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}\right|. \tag{12}$$

Тоді:

$$\frac{V}{C} = \left\{e^{\frac{2gt}{c}} \cdot \left|\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left(1-\frac{\omega R}{c}\right)}\right| - 1\right\} \cdot \left\{e^{\frac{2gt}{c}} \cdot \left|\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left(1-\frac{\omega R}{c}\right)}\right| + 1\right\}^{-1}. \tag{13}$$

Оскільки $V = \frac{dy}{dt}$, тоді з (13) маємо:

$$y=-c\cdot t+\frac{c^{2}}{q}\cdot\left(\ell n 1+e^{\frac{2gt}{c}}\cdot\left[\frac{\left|1+\frac{\omega R}{c}\right|}{\left|1-\frac{\omega R}{c}\right|}\right]\right)+B. \tag{14}$$

Тут B - довільна стала інтегрування, яку знайдемо із початкової умови: $t=0, y=0$, звідси:

$$B=-\frac{c^{2}}{q}\cdot\ell n\left\{1+\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left(1-\frac{\omega R}{c}\right)}\right\} \tag{15}$$

Тоді для $y(t)$ знаходимо закон наступного виду:

$$y=-c\cdot t+\frac{c^{2}}{q}\cdot\ell n\left\{\frac{1+e^{\frac{2gt-}{c}}\cdot\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left|1-\frac{\omega R}{c}\right|}}{1+\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left|1-\frac{\omega R}{c}\right|}}\right\}. \tag{16}$$

Закон руху точки у загальному вигляді записується таким чином:

$$\begin{cases} x=\omega R\cdot t \\ y=c\cdot t+\frac{c^{2}}{q}\cdot\ell n\left\{\frac{1+e^{\frac{2gt-}{c}}\cdot\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left|1-\frac{\omega R}{c}\right|}}{1+\frac{\left(1+\frac{\omega R}{c}\right)}{\left|1-\frac{\omega R}{c}\right|}}\right\} \end{cases} \tag{17}$$

Час польоту часточки добрив t_{Π} знайдемо з (17) при $y=H$:

$$H = -c \cdot t_{П} + \frac{c^2}{q} \cdot \ell n \left\{ \frac{1 + e^{\frac{2gt-}{c}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\varpi R}{c}\right)}{\left|1 - \frac{\varpi R}{c}\right|}}{1 + \frac{\left(1 + \frac{\varpi R}{c}\right)}{\left|1 - \frac{\varpi R}{c}\right|}} \right\}. \tag{18}$$

Рівняння є трансцендентним і його слід вирішувати чисельно. Знаючи $t_{П}$ дальність польоту часточок добрив

$$\ell_x = \varpi R \cdot t_{П}. \tag{19}$$

Розглянемо ситуацію, за якої $\frac{\varpi R}{c} \rangle\rangle 1$. Вона відповідає реальним умовам розсіювання мінеральних добрив дисковим апаратом.

Тоді $A = 0$, а співвідношення (11) набуває вигляду

$$\frac{gt}{c^2} = \frac{1}{2c} \cdot \ell n \left| \frac{c+V}{c-V} \right| \tag{20}$$

Звідси для V дістанемо:

$$V = c \cdot th\left(\frac{gt}{c}\right), \tag{21}$$

з другого боку $V = \frac{dy}{dt}$, отже:

$$\frac{dy}{dt} = c \cdot th\left(\frac{gt}{c}\right). \tag{22}$$

Після інтегрування матимемо:

$$y = \frac{c^2}{g} \ell n \left\{ \left(ch \frac{gt}{c} \right) \right\} + B. \tag{23}$$

Тут B - довільна стала інтегрування, яку знайдемо із початкової умови: $t = 0, y = 0,$ звідси $B = 0$ і:

$$y = \frac{c^2}{g} \ell n \left\{ \left(ch \frac{gt}{c} \right) \right\} \tag{24}$$

Тоді закон руху точки запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} x = \omega R \cdot t \\ y = \dfrac{c^2}{g}\left\{\ell n\left(ch\dfrac{gt}{c}\right)\right\}. \end{cases} \tag{25}$$

Час падіння $t_П$ з висоти H можна знайти з трансцендентного рівняння:

$$H = \frac{c^2}{g}\ell n\left\{ch\left(\frac{gt_П}{c}\right)\right\}. \tag{26}$$

Але час падіння $t_П$ можна знайти легше використовуючи асимптоту для кривої (24), яка має вигляд:

$$y = ct - \frac{c^2}{g}\cdot \ell n2. \tag{27}$$

Тоді, поклавши $y = H$, знайдемо час $t_П$:

$$t_П = \frac{H}{c} + \frac{c}{g}\cdot \ell n2. \tag{28}$$

Тепер визначимо дальність польоту: $\ell_x = \omega R t_П$.

Або:

$$\ell_x = \omega R\left(\frac{H}{c} + \frac{g}{c}\cdot \ell n2\right). \tag{29}$$

У (29) $c = \sqrt{\dfrac{P}{K\partial}} = \sqrt{\dfrac{2\rho g d}{3K}}$, де d - діаметр гранули добрив.

Розрахунки за формулою (29) проводилися за допомогою пакета програм MathCad за наступних даних:

$H = 1м; \omega = (50;100;150;)\,{}^{рад}/_{c}; R = (0.15;0,3;0.5)м; \rho = (0,6;1,0;2)\cdot 10^3\,{}^{кг}/_{м^3};$
$d = (0,25;2;7)\cdot 10^{-3}\,м.$

У Таблиці 1 наведені результати розрахунків ℓ_x для різних значень вказаних вище параметрів.

З метою спрощення розрахунків та конструювання Таблиці 1 формулу (29) подамо у вигляді:

$$\ell_x \approx \omega R\left[\frac{0{,}192}{\sqrt{\rho d}} + 0{,}532\cdot \ell n2\sqrt{\rho d}\right] \approx \omega R\left[\frac{0{,}192}{\sqrt{\rho d}} + 0{,}369\sqrt{\rho d}\right].. \tag{30}$$

Тоді значення ρd, ${}^{кг}/_{м^2}$ (для обраних варіантів $\rho, {}^{кг}/_{м^3}$ і $d, м$) набувають таких:

$$\rho d, \frac{кг}{м^2} = (0,15; 0,25; 0,5; 1,2; 2; 4; 4,2; 7; 14).$$

$$\sqrt{\rho d}, \frac{\sqrt{кг}}{м} = (0,387; 0,5; 0,707; 1,095; 1,414; 2; 2,049; 2,646; 3,742).$$

Таблиця - Значення $\ell_x, м$. для різних значень $\omega, {рад}/{с}; \rho, {кг}/{м^3}; d, м; R, м$

$\rho d, {кг}/{м^2}$	$\omega, {рад}/{с}$								
	50			100			150		
0,15	R,m:0,15	0,3	0,5.	R,m:0,15	0,3	0,5	R,m:0,15	0,3	0,5
	4,79	9,59	15,98	9,58	19,18	31,96	14,37	28,77	47,94
0,25	4,27	8,54	14,23	8,54	17,08	28,46	12,81	25,62	42,69
0,5	4,00	8,00	13,33	8,00	16,00	26,66	12,00	24,00	39,99
1,2	4,34	8,68	14,48	8,68	17,36	28,96	13,02	26,04	43,44
2	4,94	9,87	16,45	9,88	19,74	32,90	14,82	29,61	49,35
4	6,26	12,51	20,85	12,52	25,02	41,70	18,78	37,53	62,55
4,2	6,38	12,75	21,25	12,76	25,50	42,50	19,14	38,25	63,75
7	7,87	15,74	26,23	15,74	31,48	52,46	23,61	47,22	78,69
14	10,74	21,48	35,80	21,48	42,96	71,60	32,22	64,44	107,40

Розрахунки показали, яким чином дальність польоту частинок залежить від висоти H, швидкості $v_a = \omega R,$ а також від густини (ρ) і розміру частинок $(d),$ а саме: чим більша густина і розмір частинки, тим менша буде дальність її польоту. Остання думка справедлива тоді, коли виконується нерівність:

$$\frac{H}{c.} \rangle\rangle \frac{c}{g} \ell n 2. \tag{30}$$

Проте, для $\frac{H}{c} \approx \frac{c}{g} \ell n 2$ Дальність польоту починає зростати при зростанні c(а значить ρ і d), саме з того моменту, коли:

$$\frac{c}{g} \ell n 2 > \frac{H}{c}. \tag{31}$$

Мінімального значення ℓ_x приймає при значеннях c:

$$c = \sqrt{\frac{gH}{\ell n 2}}. \tag{32}$$

Розрахунки, наведені в Таблиці визначені із співвідношень (20), (30) характеризують наявність у розглянутій системі, та званого, розмірного ефекту.

Висновки.

1. Запропонована адекватна математична модель та проведений всебічний аналіз руху частинок твердих мінеральних добрив після їх злету з лопатки відцентрового роз кидального диску в середовищі з опором (повітрі).

2. Встановлений розмірний ефект, який визначає дальність польоту частинок твердих мінеральних добрив, що характеризується параметром $\sqrt{\rho d}$, де ρ - об'ємна маса, d - діаметр часток добрив, H - висота установки роз кидального диску над поверхнею ґрунту.

3. Отримані залежності й численні результати у подальшому слугуватимуть для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку режимів роботи відцентрових розкидальних дисків при розсіванні твердих мінеральних добрив по поверхні ґрунту.

Список літератури

1. Заїка П.М. Теорія сільськогосподарських машин. Том 1. Частина 3. Машини для приготування і внесення добрив. – Х.: Око, 2002. – 342 с.
2. Жуковский Н.Е. Теоретическая механика. – М.-Л. Государственное издательство технической литературы, 1950. – 811с.
3. Василенко П.М. Об уравнениях транспортировки частиц в сопровождающих средах // Доклады ВАСХНИЛ. – 1970. - №4. – С.44-46.
4. Козловский Е.В. Некоторые вопросы работы центробежного диска. // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1962. - №1. –С.41-42.
5. Штуков В.А., Тіліс Р.М., Ярошенко В.Ф. Динамічний аналіз руху частинки вздовж прямолінійної напрямної диска, що обертається. Республіканський міжвідомчий тематичний науково-технічний збірник. Механізація та електрифікація сільського господарства. УНДІМЕСТ. – К.: Урожай, 1991- Випуск 73. – С.66-71.
6. Камаєва І.О., Сенчук Я.М. та ін. Математична модель розсіювання викидів промислових підприємств. Вісник ХНТУ, 2005.- №2 (22). – С.143-147.
7. Камаєва І.О., Сенчук Я.М. та ін. Модель розповсюдження шкідливих речовин внаслідок вітрової ерозії. Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2007. – Вип.2 (28). – С. 131-136.

В. Ловейкин, Ю. Човнюк, А. Дитюк

Исследование дальности полета частичек твердых минеральных удобрений путем моделирования

Благодаря проведенным исследованиям скорости движения частиц твердых минеральных удобрений в среде с сопротивлением (воздушной среде) установлен размерный эффект который определяет дальность полета частиц в зависимости от их физико-механических свойств, параметров их потока в момент слета с разбрасывающего диска, высоты установки диска над поверхностью поля и др.

V. Loveykin, U. Chovnyuk, A. Dityuk

Study of the flying range of the particles of solid mineral fertilizers by simulation

Because of the conducted investigations of the speed of the particle motion of the solid mineral fertilizers on Wednesday with the resistance (to air medium) is established size effect which it determines the flying range of particles depending on their physicomechanical properties, parameters of their flow at the moment of flight from the throwing about disk, height of the installation of the disk above the surface of field and others.

Одержано 12.09.09