

УДК 519.85:623.4.06

**С.І. Пастушенко, проф., д-р техн. наук**

*Херсонський державний аграрний університет*

**М.М. Огієнко, ас.**

*Миколаївський державний аграрний університет*

## Математичне моделювання впливу процесу барботації на очистку насіння овоче-баштанних культур гідропневмосепаратором

Розроблена математична модель процесу очищення насіння овоче-баштанних культур в гідропневмосепараторі під впливом процесу барботації. Проведені дослідження моделі руху бульбашок дозволили визначити радіальні межі параметрів тиску в повітропроводі, швидкості спливання та радіус бульбашок у процесах очищення насіння в гідропневмосепараторі.

**гідропневмосепаратор, процес барботації, математичні моделі, насіння, бульбашки**

**Постановка проблеми.** Галузь виробництва насіння овоче-баштанних культур є на сьогоднішній день однією з найменш механізованих і найбільш трудомістких. Розробка сучасних машин і технологічних ліній для виділення насіння овоче-баштанних культур потребує глибокого теоретичного вивчення стану даного питання. Взаємодія робочих органів машин з сировиною (насіннева технологічна маса), що подається на обробку з метою більш повного відділення насіння під час її доробки, вимагає чіткого моделювання процесу, що дозволяє на етапі проектування зробити обґрунтований вибір конструкції машини та режимів її роботи, які забезпечать отримання бажаних результатів по якості і кількості кінцевої продукції.

Машина, що запропонована авторами для отримання насіння та доробки технологічної маси овоче-баштанних культур поєднує два способи сепарації: гідравлічний і пневматичний. Пневматичний спосіб забезпечує інтенсивне тертя шарів рідини за рахунок барботації, що дає можливість розмивати слиз і желатиноподібну плівку до стану клітковини і соку, та забезпечує найкращу очистку насіння. Нами було спроектовано і розроблено додаткові вузли для подачі повітря (барботери), які встановлені в гіросепараторі [1] і потребують теоретичного дослідження впливу їх дії на якість процесу доробки насінневої маси.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** Барботування – це процес пропускання через шар рідини бульбашок газу або пари, їх отримують в барботерах – трубах, тарілках з дрібними отворами.

Власне барботування включає три стадії: утворення бульбашок барботерами, спливання бульбашок, механічне перемішування рідини і складових, що знаходяться в ній.

В результаті спливання і руйнування бульбашок в рідині відбувається кавітація, яка породжує ще один механізм очищення насіння.

Одночасно, в робочому об'ємі рідини гідропневмосепаратора відбувається процес флотації під час якого спливаючі бульбашки здатні захоплювати гідрофобні (погано змочувані водою) частинки і піднімати їх у верхні шари рідини. Частинки

закріплюються на межі розділу фаз (газу і води в даному випадку) і бульбашками повітря підіймаються до поверхні. Флотація, як технологічний процес в промисловості

застосовується для розділення різних сумішей, очищення води від органічних і твердих суспензій.

Кавітація і флотація відносяться до явищ, супроводжуваних барботуванням.

Проблемі математичного моделювання спливання газової бульбашки присвячено велика кількість робіт. Відзначимо тут лише деякі. Більшість теоретичних робіт стосуються розробки математичних моделей динаміки одиночної бульбашки [2, 3]. Окремі наукові роботи, досліджували колективну поведінку бульбашок в рідині. Наявність бульбашок в рідких середовищах змінює їх властивості, що визначає динаміку газорідних (двофазних) середовищ [4, 5].

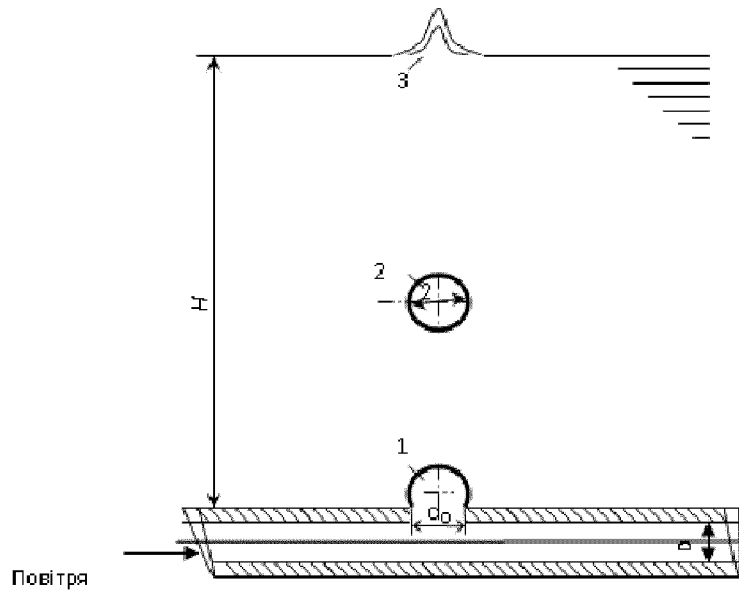
**Постановка завдання.** При малій швидкості газу (малому надмірному тиску) бульбашки утворюються в квазістатичних умовах і спливають із швидкістю, близькою до швидкості спливання одиночної бульбашки.

При пропусканні газу з високими швидкостями (великому надмірному тиску газу) над отворами барботера утворюються газові струмені. На деякій відстані струмені руйнуються, породжуючи потоки бульбашок. В результаті рідина заповнюється бульбашками різного розміру і форми. Їх потоки спричиняють хаотичний рух рідини, з одного боку, і занурення спливаючих твердих частинок, з іншого.

Бульбашки, володіючи певною кількістю руху, взаємодіють з різними утвореннями, кластерами, руйнують їх і відмивають насіння.

Головною метою даного дослідження є створення математичної моделі впливу процесу барботації на відмивання насіння від складових технологічної маси. Адекватність такої математичної моделі, що описує фізичну сутність процесу очистки технологічної насінневої маси, до реальних процесів, дозволяє оптимізувати вибір конструктивних і технологічних параметрів гідропневмосепаратора.

**Результати досліджень.** В лабораторній експериментальній установці гідропневмосепаратора, як барботер використовується трубка  $\varnothing 10$  мм у вигляді кільця, укладеного на дні сепаратора. Трубка у верхній частині має ряд отворів  $\varnothing 1$  мм (рис. 1). У трубку подається повітря від компресора під тиском  $P_1$ . Через отвір повітря дроселує створюючи бульбашки з радіусом  $a$  і внутрішнім тиском  $P_2$ .



1 – бульбашка, що утворюється; 2 – спливаюча бульбашка; 3 – руйнування бульбашки

Рисунок 1 - Схема барботування

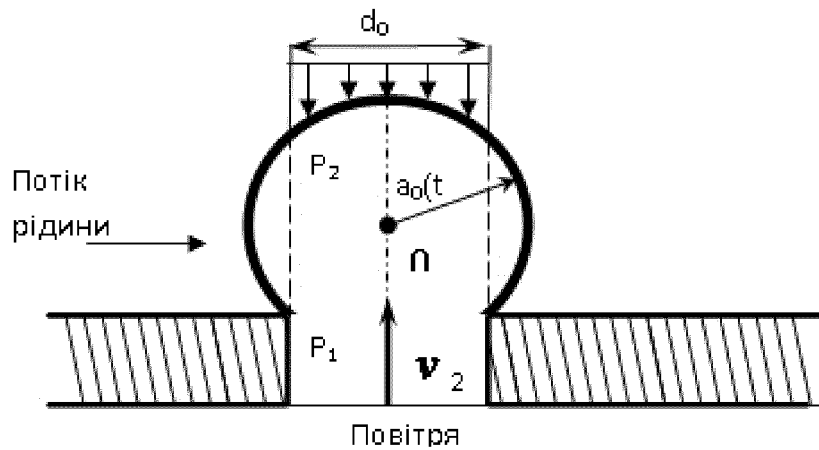


Рисунок 2 - Схема росту бульбашки на отворі барботера

Розглянемо процес утворення газової бульбашки на отворі барботера (рис. 2) і її відрив. Вважаємо, що сусідні бульбашки на неї не впливають.

У квазістатичному випадку  $P_1 \approx P_2$  і умова відриву має вигляд

$$\frac{4}{3} \pi a_0^3 \rho_{жс} g = P_2 \cdot \pi \left( \frac{d_0}{2} \right)^2, \quad (1)$$

де  $a_0$  – радіус бульбашки у момент відриву [м];

$d_0$  – отвори барботера, [м];

$\rho_{жс}$  – густина рідини, [кг/м<sup>3</sup>];

$g$  – прискорення вільного падіння, [м/с<sup>2</sup>];

$P_2$  – тиск газу усередині бульбашки, [МПа].

Зліва у рівнянні (1) представлено вираз для підйомної сили, справа – тиск відриву. У разі квазістатички:

$$P_2 = \rho_{жс} g H + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad (2)$$

де  $H$  – висота стовпа рідини над бульбашкою, [м];

$\sigma$  – поверхневий натяг, [Н/м].

У випадку  $\frac{2\sigma}{a_0} \gg \rho_{жс} g H$  з (1) знайдемо радіус бульбашки при відриві

$$a_0 = \left[ \frac{3 d_0^2 \sigma}{8 \rho_{жс} g} \right]^{1/4}. \quad (3)$$

При виконанні умови  $\rho_{жс} g H \gg \frac{2\sigma}{a_0}$  з (1) отримаємо

$$a_0 = \left[ \frac{3}{16} H d_0^2 \right]^{1/3}. \quad (4)$$

При досить великому тиску  $P_1$  маємо

$$P_2 = P_1 - \xi \rho_g v^2 / 2, \quad (5)$$

де  $\rho_g$  – густина газу (повітря), [кг/м<sup>3</sup>];

$v$  – швидкість дроселювання, [м/с];

$\xi$  – коефіцієнт опору.

В цьому випадку

$$P_2 = \rho_{жс} g H + \left( a \ddot{a} + \frac{3}{2} \dot{a}^2 \right) \rho_{жс}, \quad (6)$$

де  $a$  – радіус бульбашки [м] в деякий момент часу при  $a > d_0/2$ .

У (6) величиною  $\frac{2\sigma}{a}$  - нехтуємо, в зв'язку з малістю.

Точніший розрахунок процесу дроселювання, чим по (5) проводиться за допомогою газодинамічних функцій. В цьому випадку згідно [6] маємо

$$P_2 = P_1 \left[ 1 - \frac{(k-1) v^2 \rho_1}{k \cdot 2 P_1} \right]^{k-1}, \quad (7)$$

де  $\rho_1$  – густина повітря при тиску  $P_1$ , [кг/м<sup>3</sup>];  
 $k$  – показник адіабати (для повітря  $k = 1.4$ ).  
 Вагова витрата повітря через отвір

$$G_2 = \varphi \cdot \omega \cdot v \cdot \rho_2 = \varphi \cdot \omega \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_1 \rho_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{2/k} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{k+1/k} \right]}, \quad (8)$$

де  $\omega$  – площа отвору ( $\omega = \pi d_0^2 / 4$ ), [м<sup>2</sup>];  
 $\varphi$  – коефіцієнт витрати ( по [6]  $\varphi \approx 0,61$ );  
 $\rho_2$  – густина повітря при тиску  $P_2$ , тобто

$$P_2 / P_1 = \left( \rho_2 / \rho_1 \right)^{1/k}. \quad (9)$$

Рівняння (7) – (9) описують струменеві входження газу в рідину, яке супроводжується великими втратами. Тому його не використовуємо в установці.

Розглянемо динаміку зростання бульбашки газу над отвором.

Скористаємося рівнянням (6), де вважаємо, що

$$P_2 - \rho_{жс} gH = \Delta P = const$$

тоді маємо

$$a\ddot{a} + \frac{3}{2} \dot{a}^2 = \Delta P / \rho_{жс}. \quad (10)$$

Слідуючи методу [2, 7], запишемо

$$a\ddot{a} + \frac{3}{2} \dot{a}^2 = \frac{1}{2\dot{a}a^2} \frac{d}{dt} (a^3 \dot{a}^2). \quad (11)$$

Далі послідовно одержуємо:

$$\frac{d}{dt} (a^3 \dot{a}^2) = 2 \frac{\Delta P}{\rho_{жс}} \dot{a} a^2; \quad a^3 \dot{a}^2 = 2 \frac{\Delta P}{\rho_{жс}} \int_0^t \dot{a} a^2 dt = 2 \frac{\Delta P}{\rho_{жс}} \int_0^a a^2 da = 2 \frac{\Delta P}{\rho_{жс}} \frac{a^3}{3};$$

$$\dot{a}^2 = \frac{2}{3} \frac{\Delta P}{\rho_{жс}}; \quad a = \frac{da}{dt} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\Delta P}{\rho_{жс}}};$$

$$a(t) = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\Delta P}{\rho_{жс}}} \cdot t. \quad (12)$$

Таким чином, по (12) маємо лінійний закон зростання радіусу бульбашки від часу.

Тоді

$$a_0 = a(t_0) = \sqrt{\frac{2 \Delta P}{3 \rho_{ж}}} \cdot t_0 \quad (13)$$

де  $t_0$  – час зростання бульбашки до відриву, [с].

Спільне розв'язання системи рівнянь (14) дозволяє знайти час зростання бульбашки до моменту відриву  $t_0$ . По умові відриву

$$\begin{cases} \frac{4}{3} \pi a_0^3 \rho_{ж} g = P_2 \omega; \\ P_2 = \rho_{ж} g + \Delta P; \\ a_0 = \left( \frac{2 \Delta P \omega}{3 \rho_{ж}} \right)^{1/2} t_0. \end{cases} \quad (14)$$

На рис. 3 приведено залежність впливу кількості подачі води на частоту відриву бульбашок, розрахунок здійснено по формулам (13-14), де приймаємо  $a_0 = 4,5 \text{ мм}$ , як середньозважений радіус бульбашки.

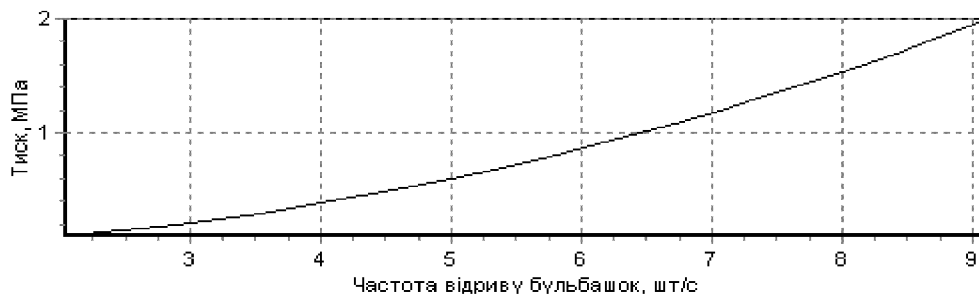


Рисунок 3- Залежність частоти відриву бульбашки від кількості подачі води

Знаючи час  $t_0$  можна оцінити частоту відриву бульбашки як

$$f \geq \frac{1}{t_0}. \quad (15)$$

Грубу оцінку величини бульбашки при відриві одержимо по (4)

$$a_0 \approx \left[ \frac{3}{16} H d_0^2 \right]^{1/3} \approx 0,58 (H d_0^2)^{1/3}. \quad (16)$$

У нашому випадку  $\frac{3}{16} H d_0^2 \approx 10^{-7} \text{ [м}^2\text{]}$   $a_0 \approx 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Врахування динаміки руху рідини призводить до збільшення розміру бульбашки. Разом з тим, тут не враховується закручування потоку рідини в сепараторі, що призводить до більш раннього моменту відриву бульбашки. Візуальна оцінка спливаючих бульбашок дає середнє значення для спливаючої бульбашки  $a_0 \approx (2,5 \div 6) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Що стосується чисельних оцінок швидкості спливання  $u_0$  і експериментальних даних, то вони відносяться до води. У нашому випадку рідина має в'язкість на порядок

більше чим вода. Зробимо оцінку швидкості спливання бульбашок діаметром  $(5\div 6)$  мм з врахуванням коефіцієнту кінематичної в'язкості  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Рівноважну швидкість спливання визначимо з умови рівності сили опору підйомній силі.

$$\frac{4}{3} \pi a_0^3 (\rho_T - \rho_{жс}) g = c_y \rho_{жс} \pi a_0^2 \frac{u_0^2}{2}.$$

тут  $c_y$  – коефіцієнт опору.

Звідки одержуємо, що

$$u_0 = \frac{8}{3} \frac{a_0 g}{c_y(u_0)}, \quad (17)$$

де 
$$c_y = 0,116 \left[ 1 + \sqrt{1 + 8,6 \left( \frac{24}{\text{Re}} \right)} \right]^2.$$

Далі знайдемо

$$\sqrt{c_y} = 0,34 \left[ 1 + \sqrt{1 + 8,6 \left( \frac{24}{\text{Re}} \right)} \right], \quad (18)$$

$$\text{Re} = \frac{2a_0 u_0}{\nu}. \quad (19)$$

Рівняння (17), (18), (19) дозволяє знайти вираз для рівноважної швидкості спливання бульбашки. Підставляючи (19) в (18) і тоді в (17), отримаємо рівняння для визначення  $u_0$

$$0,34 \left[ 1 + \sqrt{1 + 8,6 \frac{24}{2u_0 a_0} \nu} \right] = \sqrt{\frac{8a_0 g}{3}} \frac{1}{u_0}. \quad (20)$$

Далі послідовно одержуємо

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{1 + 107 \frac{\nu}{u_0 a_0}} &= 4,88 \frac{\sqrt{a_0 g}}{u_0}; \\ \sqrt{1 + 107 \frac{\nu}{u_0 a_0}} &= 4,88 \frac{\sqrt{a_0 g}}{u_0} - 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Зведемо обидві частини рівності в квадрат і після ряду нескладних перетворень одержуємо

$$23,8 \frac{a_0 g}{u_0^2} = \frac{\sqrt{a_0 g}}{u_0^2} = \frac{107 \cdot \nu}{u_0 a_0} + 9,75 \frac{\sqrt{a_0 g}}{u_0}.$$

Звідки знаходимо

$$u_0 = \frac{23,8 a_0 g}{107 \cdot \nu / a_0 + 9,8 \sqrt{a_0 g}},$$

або

$$u_0 = \frac{0,22 a_0 g}{\nu / a_0 + 0,091 \sqrt{a_0 g}}, \quad (22)$$

де  $a_0$  – радіус [м];

$\nu$  – в'язкість [ $\text{м}^2/\text{с}$ ];

$g$  – прискорення вільного падіння.

Вважаючи, що  $\nu = \nu_0 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$

$a_0 = R_0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,

де  $R_0$  - радіус бульбашки в [мм]  $\nu_0 \approx 10$ .

Тепер з (22) одержуємо

$$u_0 = \frac{2,18 \cdot R_0}{(\nu_0 / a_0) + 31,6 \sqrt{R_0}}. \quad (23)$$

Розглянемо окремі випадки:

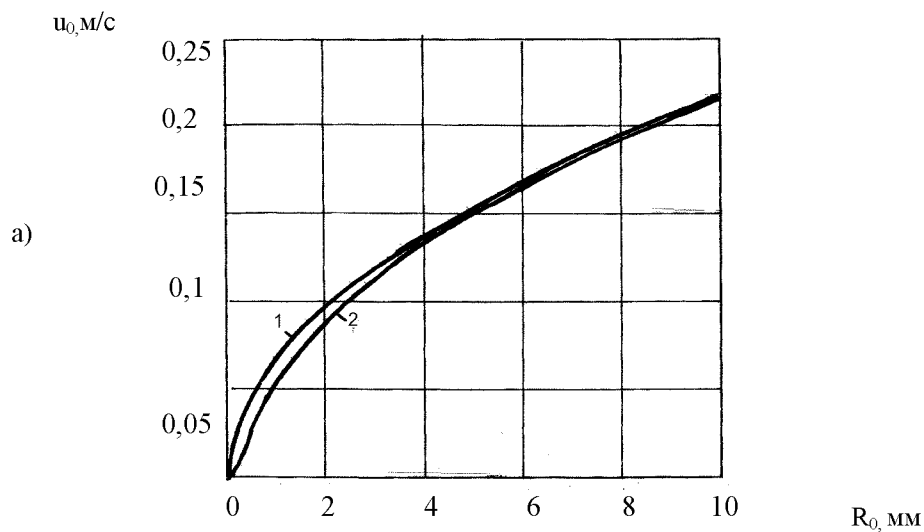
при  $\frac{\nu}{a_0} \ll 0,1 \sqrt{a_0 g}$  з (22)

$$u_0 \approx 0,22 \frac{g}{\nu} a_0^2 = 0,22 \frac{g}{\nu_0} R_0^2; \quad (24)$$

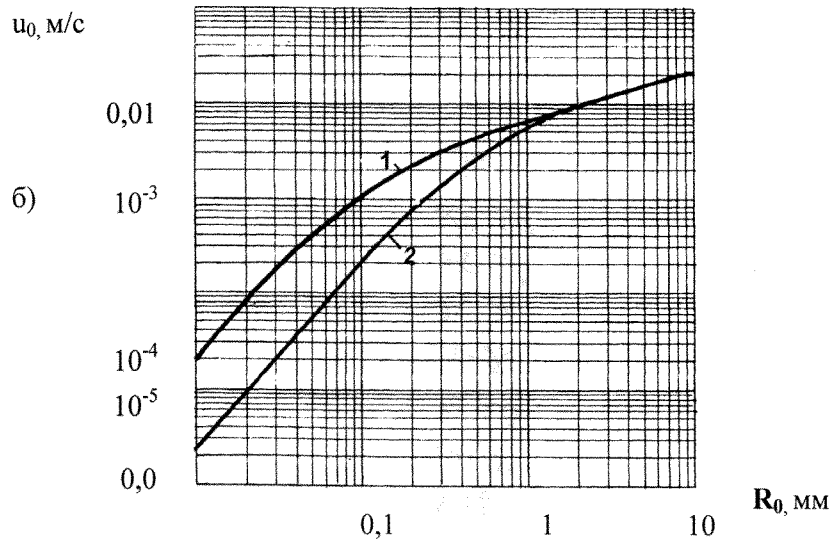
при  $\frac{\nu}{a_0} \ll 0,1 \sqrt{a_0 g}$  з (22)

$$u_0 \approx 2,5 \sqrt{a_0 g} = 0,08 \sqrt{g} R_0^2. \quad (25)$$

На рис. 4 приведені результати розрахунку по формулі (23) для води  $\nu_0 = 1$  і для рідини з в'язким середовищем  $\nu_0 = 10$  в звичайних (а) і логарифмічних (б) координатах.







1 – у воді; 2 – у в'язкому середовищі

Рисунок 4 - Залежності швидкості спливання бульбашки від радіусу

Дотепер ми розглядали спливання бульбашки в стоячій воді. В установці при барботуванні спостерігається колективне спливання бульбашок, а рідина закручена.

Оцінимо швидкість спливання бульбашки з  $R_0 = 2,5 \text{ мм}$  по формулі (23) при  $\nu_0 = 10$

$$u_0 \approx \frac{2,2 \cdot 2,5}{10/2,5 + 31,6 \cdot \sqrt{2,5}} \approx 0,1 \text{ м/с}$$

кількість руху бульбашки

$$m_{жс} \cdot u_0 = \frac{4}{3} \pi a_0^3 \rho_{жс} u_0 = \frac{4}{3} 3,14 (2,5 \cdot 10^{-3})^3 1000 \cdot 0,1 \approx 0,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Тут використана не маса газу в бульбашці, а приєднана маса рідини.

При спливанні великого числа бульбашок, у разі їх рівномірного розподілу за об'ємом, швидкість колективного спливання [3] можна оцінити формулою:

$$\frac{u_k}{u_0} = \frac{1}{(1+k) \cdot g^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\left(1+k g^{\frac{1}{3}}\right)}, \quad (26)$$

де  $u_0$  – швидкість спливання одиночної бульбашки;

$u_k$  – швидкість колективного спливання;

$k$  – коефіцієнт, що враховує просторовий розподіл бульбашок ( $k = 1,3 \div 2,1$ );

$g$  – об'ємна концентрація бульбашок.

Можна зробити оцінку колективної швидкості спливання бульбашок в нашому випадку  $\frac{u_k}{u_0} \approx 0,7$ .

**Висновки.** Аналізуючи графічні залежності можна відзначити, що при збільшенні тиску (0,1...2 МПа) подачі води частота відриву бульбашок за одиницю часу також зростає, що дає можливість підвищити вплив ефекту барботації, а при спливанні бульбашки із зростанням радіусу бульбашки збільшується і швидкість її спливання, а це в свою чергу, сприяє активізації процесів відмивання насіння овоче-баштанних культур (диня і огірок) в гідропневмосепараторі.

Проведені дослідження та математична обробка результатів моделі руху бульбашок дозволили визначити найбільш раціональні межі параметрів тиску в повітрепроводі ( $P = 0,5...2$  МПа), швидкості спливання ( $u = 0,05...0,2$  м/с) та радіус ( $a_0 = 2,5...6,5$  мм) бульбашок при яких проходить процес очищення насіння в гідропневмосепараторі.

## Список літератури

1. Пат. 29598 У України, МПК А23N15/00. Гідропневмосепаратор /Огієнко М.М., Пастушенко С.І, Горбенко О.А./ - заяв.30.03.07; опуб. 25.01.08, Бюл. № 2.
2. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости /Бэтчелор Дж. Перев. с англ. – М.: Мир, 1973. –758 с.
3. Хаппель Дж. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса /Хаппель Дж., Бренер Г. Перев. с англ. – М.: Мир, 1976. – 630 с.
4. Гегузин Я.Е. Пузыри/ Гегузин Я.Е. – М.: Наука, 1985. – 176 с.
5. Федоровский А.Д. Процессы переноса в системах газ – жидкость /Федоровский А.Д., Никифорович Е.И., Приходько Н.А. – К.: Наук. думка,, 1988. – 256 с.
6. Алтшуль А.Д. Гидравлика и аэродинамика /Алтшуль А.Д., Киселев П.Г. – М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1965. – 274 с.
7. Тонт Л. Теплоотдача при кипении и двухфазное течение /Тонт Л. Перев. с англ. – М.: Мир, 1969. – 344 с.

*С. Пастушенко, М. Огієнко*

### **Математическое моделирование влияния процесса барботации на очистку семян овоще-баштаных культур гидропневмосепаратором**

Разработана математическая модель процесса очистки семян овоще-баштаных культур в гидропневмосепараторе под воздействием барботации. Проведенные исследования модели движения пузырьков позволили определить рациональные пределы параметров давления в воздухопроводе, скорости всплытия и радиус пузырьков в процессах очищения семян в гидропневмосепараторе.

*S. Pastushenko, M. Ogienko*

### **A mathematical design of influence of bubbling process on cleaning of seeds of vegetable cultures of hidropneumoseparator**

The mathematical model of process of clearing of seed of vegetable cultures is developed in hidropneumoseparator under influence of bubbling processes. The conducted researches of model of motion of bubbles allowed to define the rational limits of parameters of pressure in air duct, emerging speeds and radius of bubbles in the processes of clearing of seed in hidropneumoseparator.

Одержано 31.08.09