

В.Булгаков, І.Головач, Н.Свирень, І.Киров

Основные принципы теории вибрационного выкапывания корнеплодов

Разработаны основные положения теории извлечения корнеплода из почвы, осуществляемого под действием вертикальной возмущающей силы и тягового усилия, которые передаются ему от вибрационного выкапывающего рабочего органа. Получена системы дифференциальных уравнений, решение которых дало возможность определить закон движения корнеплода в процессе его непосредственного вибрационного извлечения.

V.Bulgakov, I.Holovach, M.Sviren, I.Kirov

Theory of a root crop direct extraction from soil at vibrational digging up

The new mathematical model which describes process of a beet root crop direct extraction from soil, realized under act of a vertical disturbing force and a tractive force which are transmitted a root crop from a vibrational digging out end-effector is developed. The system of the differential equations which solution has enabled to determine the law of a root crop movement during its direct vibrational extraction is received.

Одержано 14.09.11

УДК 631.3.02: 004.358.001.891.57

В.І. Кравчук, чл.-кор. НААНУ, проф., д-р техн. наук, В.П. Давидюк, канд. техн. наук

Український науково-дослідний інститут прогнозування та випробування техніки і технологій для сільськогосподарського виробництва ім. Л. Погорілого

Аналитичне відображення кінематичного зв'язку, як передумова створення теоретичних моделей взаємодії пружно – в'язких елементів механічної системи

У статті наведено уніфікована система рівнянь кінематичного зв'язку, використання якої відкриває можливість створення компонент поступального прискорення та енергії взаємодії елементів будь – якої механічної системи.

робочий елемент машини, об'єкт сировини, режим функціонування

Постановка проблеми. Проблема кінематичного зв'язку елементів механічної системи в аналітичній формі частково висвітлена в наукових працях [1, 2, 3, 4 та ін.]. Там же формалізація кінематичного зв'язку матеріальної точки і елемента машини, як умови обмеження руху, аналітично виражається рівнянням поверхні елемента машини

$$f(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

при цьому, якщо поверхня змінюється, то такий зв'язок набуває вигляду:

$$f(x, y, z, t) = 0, \quad (2)$$

тобто залежить також і від часу. Також в загальній формі приводиться аналітична

умова обмеження руху, виражена рівняннями, які пов'язують між собою координати, швидкості точок системи та час.

Аналіз, проведений за методами диференціальної геометрії, свідчить, що дотик матеріальної точки з поверхнею (1) має третій, а із сферичною площиною четвертий порядок малювання. Нехтуючи геометричними параметрами ми неправомірно позбавляємо об'єкт малих розмірів можливості займати певний простір, тобто ігноруємо об'єктивною формою його існування. А це означає, що відповідні елементи реальної механічної системи не відображаються у свідомості та моделях образами геометричного простору видозміненої перспективи. За відсутності геометричних параметрів матеріальної точки активна та реактивна компоненти сили співпадають з траєкторією руху, тому визначати коефіцієнт Лагранжа нема необхідності, оскільки права частина створених аналітичних моделей є узагальнена побічна дія на досліджуваній об'єкт, одночасно ж ліва – є кінематичними компонентами не досліджуваного об'єкта, а точки площини, яка нема нічого спільного з правою.

Отже, на сьогодні аналітичне зображення взаємодії робочого елемента машини з об'єктами сировини, визначення режимів їх функціонування без врахування фізико-механічних властивостей не співвідноситься із сучасними вимогами наукового обґрунтування параметрів машини.

Тому, **метою наукового дослідження** є розробка загально – теоретичних положень кінематичного зв'язку пружно - в'язких елементів механічної системи.

Об'єктом дослідження є взаємодія робочого елемента машини та об'єкта сировини. Для цього конкретизуємо прийняті поняття та визначення:

– координатна система з певним масштабом осей та часом, пов'язана із тілом відліку, що рухається відносно абсолютної системи поступально, прямолінійно і рівномірно є інерційна; якщо рух тіла відліку з координатною системою прискорений, то така система приймається за неінерційну [3, 5 та ін.];

– сукупність робочого елемента машини та об'єкта сировини, що взаємодіють в полі земного тяжіння, властивості яких не перечать властивостям реальних тіл, є замкнута механічна система (в подальшому механічна система);

– за конфігурацію механічної системи приймаємо сукупність взаємних положень її елементів, аналітично описаних квазі – $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ чи узагальненими (q_1, q_2, \dots, q_n) координатами, певні значення яких співвідносяться з однозначними положення системи і навпаки;

– створена в неінерційній системі координат система аналітичних моделей є сукупність нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку в частинних похідних із змінними коефіцієнтами, в якій час є незалежним змінним параметром, а квазі – та узагальнені координати елементів механічної системи – залежними змінними, які за сукупністю з початковими умовами однозначно визначають попередній, теперішній та майбутній стан системи за будь – який проміжок часу;

– кінематичні рівняння зв'язку елементів механічної системи є поєднана математичними операторами символічна сукупність не тільки геометричних та кінематичних параметрів елементів, що утворюють замкнену механічну систему, але і фізико – механічних та інших параметрів, доданих окремою умовою.

– зв'язок елементів механічної системи, за Г. Герцом [6], є голономним, якщо всі можливі її положення не залежать від інших координат

$$dq_i = \sum \frac{\partial f_i}{\partial q_i} dq_i, \quad (3)$$

при цьому наявність принаймні одного диференціального співвідношення між ними

$$dq_j = \sum_{i=1}^k a_{ij} dq_i + a_j dt = 0, (i=1,2,3,\dots, n) \quad (4)$$

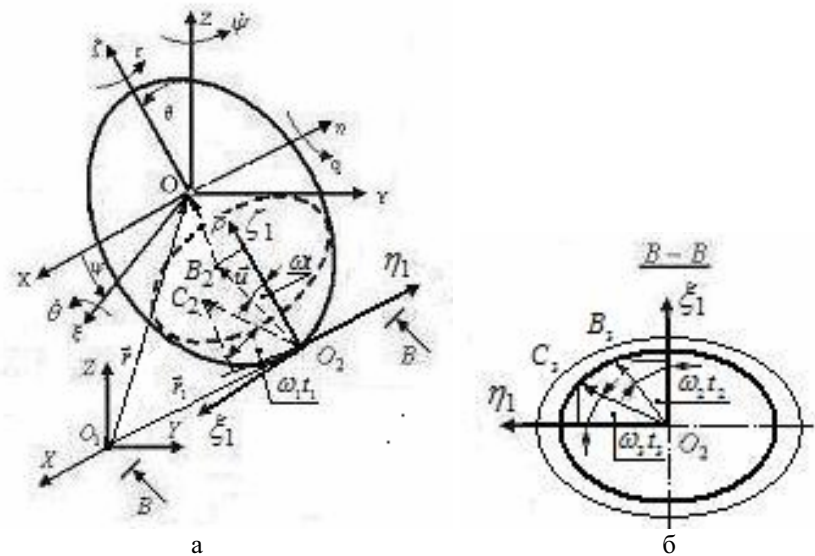
де коефіцієнти a_{ij} та a_j є неперервними функціями координат, швидкостей та часу, обумовлює неголономність системи;

– окіл дотику елементів механічної системи є з'єднання координат, тобто якщо q_i є координати i – го елемента, а q_j – координати j – го елемента, то з'єднання між ними аналітично виражається в тому, що одній чи декільком парам значень індексів i та j координат q_i і q_j їх диференціали або швидкості та прискорення за протилежними напрямкам будуть рівні:

$$q_i + q_j = 0; dp_i + dp_j = 0; \dot{q}_i + \dot{q}_j = 0; \ddot{q}_i + \ddot{q}_j = 0 \quad (5)$$

– квазікоординати є кінематичні характеристики, представлені кутами Ейлера та їх похідними за часом, які відрізняються від узагальнених швидкостей $\dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\phi}$ тим, що вони не є повними похідними за часом узагальнених координат;

Для створення моделі енергії прискорень з компонентами деформації елементів механічної системи розмістимо в центрі інерції об'єкта сировини неінерційну систему координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 1.), при цьому осі $O\xi, O\eta, O\zeta$ сумістимо з головними осями інерції, а вісь $O\xi$ направимо по лінії вузлів, тобто по лінії перетину площин $\zeta O\xi$ та $ZO\xi$. Крім того, в центрі інерції об'єкта сировини розмістимо інерційну систему координат $OXYZ$, так щоб вісь OX була паралельною поздовжній осі O_1X , а вісь OZ – перпендикулярною до неї. Символом θ позначимо кут між площинами $\zeta O\xi$ і $ZO\xi$, ψ – кут утворений площинами ZOX та $ZO\xi$.



а – зображення у вертикальній площині; б – вид за стрілками В; $\omega t, \omega_1 t_1, \omega_2 t_2, \omega_3 t_3$ – кути деформації речовини об'єкта сировини у вертикальній та горизонтальній площинах; $\bar{\rho}, \bar{r}, \bar{u}_r, \bar{r}_1$, – радіус – вектор центра інерції O об'єкта сировини, абсолютний і відносний радіуси – вектори деформації його речовини та абсолютний радіус – вектор точки O_2 дотику елементів механічної системи.

Рисунок 1 – Розрахункова схема деформації об'єкта сировини

При такому розміщенні систем відліку кути θ і ψ будуть визначати положення неінерційної системи координат $O\xi\eta\zeta$ відносно інерційної $OXYZ$. Іншу інерційну координатну систему O_1XYZ правої орієнтації нерухомо поєднаємо з рамою машини.

Тоді, між радіусом – вектором $\vec{\rho}$ центра інерції O , абсолютним \vec{r} і відносним \vec{u} радіусами – векторами деформації речовини об'єкта сировини та абсолютним \vec{r}_1 радіусом – вектором точки O_2 дотику елементів механічної системи існує залежність:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{u} + \vec{\rho}. \quad (6)$$

За методом диференціювання співвідношення (6) абсолютну похідну $\dot{\vec{r}}$ виразимо через похідні радіусів – векторів $\dot{\vec{r}}_1, \dot{\vec{U}}_r, \dot{\vec{\rho}}$, при цьому похідну радіуса – вектора $\vec{\rho}$, як швидкість об'єкта із нерухомою точкою в неінерційній системі $O\xi\eta\zeta$, представимо векторним добутком $\vec{\omega}_e \times \vec{\rho}$. Оскільки радіус – вектор \vec{u} змінний як за модулем так і за напрямком, то запишемо:

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_1 + \vec{\omega}_e \times \vec{\rho} + \dot{\vec{U}}_r, \quad (7)$$

де $\dot{\vec{u}}_r = \vec{\omega}_r \times \vec{U}_r + \dot{\vec{U}}_r$;

\vec{U}_r - радіус – вектор деформації;

$\vec{\omega}_r, \dot{\vec{U}}_r$, – кутова та лінійна швидкості деформації.

Перша компонента правої частини рівняння (7) направлена по самому радіусу – вектору \vec{r}_1 і є поступальною компонентою, яка характеризує бистроту зміни його модуля, а друга, розмірністю $m c^{-1}$, перпендикулярна до радіуса – вектора \vec{r}_1 , є тангенціальною компонентою, яка характеризує бистроту зміни напрямку або повороту радіуса – вектора \vec{r}_1 . Третя компонента є швидкість зміни радіуса – вектора \vec{u} деформації околу дотику об'єкта сировини за часом в неінерційній системі координат з початком в точці дотику елементів механічної системи (на схемі не зображена).

Далі, за повторним диференціюванням рівності (7) визначимо прискорення абсолютного радіуса – вектора \vec{r} :

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_1 + \dot{\vec{\omega}}_e \times \vec{\rho} + \vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{\rho}) + \dot{\vec{\omega}}_r \times \vec{U}_r + \vec{\omega}_r \times (\vec{\omega}_r \times \vec{U}_r + \dot{\vec{U}}_r) + \vec{\omega}_r \times \dot{\vec{U}}_r + \ddot{\vec{U}}_r, \quad (8)$$

яке в кінцевому варіанті набуває вигляду:

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_1 + \dot{\vec{\omega}}_e \times \vec{\rho} + \vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{\rho}) + \vec{\omega}_r \times \vec{U}_r + \vec{\omega}_r \times (\vec{\omega}_r \times \vec{U}_r) + 2\vec{\omega}_r \times \dot{\vec{U}}_r + \ddot{\vec{U}}_r. \quad (9)$$

Перша компонента правої частини рівняння (9) відображає поступальне прискорення вздовж вектора r_1 , друга і третя – тангенціальне та доцентрове прискорення об'єкта сировини, четверта, п'ята, шоста і сьома компоненти – відповідно тангенціальне, доцентрове, коріолісове та поступальне прискорення деформації околу дотику об'єкта сировини.

Тоді за векторним рівнянням (7) система рівнянь кінематичного зв'язку абсолютно твердих елементів механічної системи [4]

$$\dot{\xi} + q\zeta - r\eta = \dot{X}_\xi;$$

$$\dot{\eta} + r\xi - p\zeta = \dot{Y}_\eta;$$

$$\dot{\zeta} + p\eta - q\xi = \dot{Z}_\zeta \quad (10)$$

з пружно – в'язкими властивостями, які взаємодіють в полі земного тяжіння набула конфігурації:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} + \left(\frac{\partial U_\xi}{\partial t} + U_\xi \omega\right) + [q - \left(\frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta} + \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi}\right)](\zeta - U_\zeta) - [r - \left(\frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta} + \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi}\right)](\eta - U_\eta) &= \dot{X}_\xi; \\ \dot{\eta} + \left(\frac{\partial U_\eta}{\partial t} + U_\eta \omega\right) + [r - \left(\frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi} + \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta}\right)](\xi - U_\xi) - [p - \left(\frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta} + \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta}\right)](\zeta - U_\zeta) &= \dot{Y}_\eta; \end{aligned}$$

$$\dot{\zeta} + \left(\frac{\partial U_\zeta}{\partial t} + U_\zeta \omega\right) + [p - \left(\frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta} + \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta}\right)](\eta - U_\eta) - [q - \left(\frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi} + \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta}\right)](\xi - U_\xi) = \dot{Z}_\zeta, \quad (11)$$

де $U_\xi, U_\eta, U_\zeta; \left(\frac{\partial U_\xi}{\partial t} + U_\xi \omega\right), \left(\frac{\partial U_\eta}{\partial t} + U_\eta \omega\right), \left(\frac{\partial U_\zeta}{\partial t} + U_\zeta \omega\right)$ – компоненти деформації, поступальної швидкості деформації об'єкта сировини;

$$\frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta} + \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi}; \quad \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi} + \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta}; \quad \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta} + \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta}; \quad \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta} + \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta}; \quad \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi} + \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta} \quad -$$

компоненти кутової швидкості деформації в площинах $O\xi\xi, O\eta\xi, O\xi\eta, O\zeta\eta, O\eta\zeta, O\xi\zeta$;

$\xi, \eta, \zeta; \dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}; p, q, r$ – координати поверхні, компоненти поступальної та кутової швидкостей об'єкта сировини;

$\dot{X}_\xi, \dot{Y}_\eta, \dot{Z}_\zeta$ – компоненти поступальної швидкості робочого елемента машини в неінерційній системі координат, які визначаються за системою рівнянь ортогонального перетворення [4]:

$$\begin{aligned} \dot{X}_\xi &= a_{11}\dot{X} + a_{21}\dot{Y} + a_{31}\dot{Z}; \\ \dot{Y}_\eta &= a_{12}\dot{X} + a_{22}\dot{Y} + a_{32}\dot{Z}; \\ \dot{Z}_\zeta &= a_{13}\dot{X} + a_{23}\dot{Y} + a_{33}\dot{Z}, \end{aligned} \quad (12)$$

де $a_{11} = \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi \cos \theta$;

$a_{21} = \sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \cos \theta$;

$a_{31} = \sin \varphi \sin \theta$;

$a_{12} = -\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \cos \theta$;

$a_{22} = -\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \cos \theta$;

$a_{32} = \cos \varphi \sin \theta$;

$a_{13} = \sin \psi \sin \theta$;

$a_{23} = -\cos \psi \sin \theta$;

$a_{33} = \cos \theta$,

(13)

в якій a_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$) – напрямні косинуси кутів Ейлера;

$\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$ – компоненти поступальної швидкості робочого елемента машини в інерційній системі координат, визначені за методом диференціювання системи рівнянь геометричного зв'язку, неявну форму якого в загальному формалізували рівнянням гравітаційної сферичної хвилі:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = \left(\frac{gt^2}{2} \right)^2, \quad (14)$$

де $X, Y, Z; g, t$ – відповідно координати дотику робочого елемента, прискорення земного тяжіння та час в інерційній системі координат.

Координати точки дотику об'єкта сировини (ξ, η, ζ) визначаються за його рівнянням поверхні, яку описали виразом еліпсоїда обертання [2]:

$$\frac{\xi^2 + \eta^2}{h^2} + \frac{\zeta^2}{R^2} = 1, \quad (15)$$

де $R, h; \xi, \eta, \zeta$ – відповідно радіус, висота еліпсоїдальної частини об'єкта сировини та координати його поверхні, а компоненти його кутової швидкості (p, q, r) за кінематичними рівняннями Ейлера [4]:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi; \\ q &= \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi; \\ r &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta, \end{aligned} \quad (16)$$

І далі, на основі векторного співвідношення (9), після повторного диференціювання системи (11) та врахування обертання неінерційної системи координат $O\xi\eta\zeta$, компоненти поступального прискорення ($\ddot{\xi}, \ddot{\eta}, \ddot{\zeta}$) представимо в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} &= -\left(\frac{\partial^2 U_\xi}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial U_\xi}{\partial t} \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\xi} + U_\xi \frac{\partial^2 \dot{U}_\xi}{\partial U_\xi^2} \right) - \left[\dot{q} - \left(\frac{\partial^2 \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta^2} + \frac{\partial^2 \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi^2} \right) \right] (\zeta - U_\zeta) - \left[q - \left(\frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta} + \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi} \right) \right] \times \\ &\times \left(\dot{\zeta} - \frac{\partial U_\zeta}{\partial t} \right) + \left[\dot{r} - \left(\frac{\partial^2 \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta^2} + \frac{\partial^2 \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi^2} \right) \right] (\eta - U_\eta) + \left[r - \left(\frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta} + \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi} \right) \right] \left(\dot{\eta} - \frac{\partial U_\eta}{\partial t} \right) + \ddot{X}_\xi + Q\dot{\zeta} - R\eta; \\ \ddot{\eta} &= -\left(\frac{\partial^2 U_\eta}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial U_\eta}{\partial t} \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\eta} + U_\eta \frac{\partial^2 \dot{U}_\eta}{\partial U_\eta^2} \right) - \left[\dot{r} - \left(\frac{\partial^2 \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi^2} + \frac{\partial^2 \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta^2} \right) \right] (\xi - U_\xi) - \left[r - \left(\frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\xi} + \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\eta} \right) \right] \times \\ &\times \left(\dot{\xi} - \frac{\partial U_\xi}{\partial t} \right) + \left[\dot{p} - \left(\frac{\partial^2 \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta^2} + \frac{\partial^2 \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta^2} \right) \right] (\zeta - U_\zeta) + \left[p - \left(\frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta} + \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta} \right) \right] \left(\dot{\zeta} - \frac{\partial U_\zeta}{\partial t} \right) + \ddot{Y}_\eta + R\dot{\xi} - P\dot{\zeta}; \\ \ddot{\zeta} &= -\left(\frac{\partial^2 U_\zeta}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial U_\zeta}{\partial t} \frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\zeta} + U_\zeta \frac{\partial^2 \dot{U}_\zeta}{\partial U_\zeta^2} \right) - \left[\dot{p} - \left(\frac{\partial^2 \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta^2} + \frac{\partial^2 \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta^2} \right) \right] (\eta - U_\eta) - \left[p - \left(\frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\eta} + \frac{\partial \dot{U}_\eta}{\partial U_\zeta} \right) \right] \times \\ &\times \left(\dot{\eta} - \frac{\partial U_\eta}{\partial t} \right) + \left[\dot{q} - \left(\frac{\partial^2 \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi^2} + \frac{\partial^2 \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta^2} \right) \right] (\xi - U_\xi) + \left[q - \left(\frac{\partial \dot{U}_\zeta}{\partial U_\xi} + \frac{\partial \dot{U}_\xi}{\partial U_\zeta} \right) \right] \left(\dot{\xi} - \frac{\partial U_\xi}{\partial t} \right) + \ddot{Z}_\zeta + P\dot{\eta} - Q\dot{\xi}. \end{aligned} \quad (17)$$

де P, Q, R – компоненти кутової швидкості неінерційної системи координат $O\xi\eta\zeta$, визначені за кінематичними рівняннями Ейлера при $\varphi = 0$ [4]:

$$P = \dot{\theta}; \quad Q = \dot{\psi} \sin \theta; \quad R = qctq\theta. \quad (18)$$

Компоненти прискорення $(\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z})$ робочого елемента механічної системи також знаходимо за повторним диференціюванням системи рівнянь (14) в параметричній формі, при цьому їх проекції по осях $O\xi, O\eta, O\zeta$ опишемо системою рівнянь ортогонального перетворення [4]:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_\xi &= a_{11}\ddot{X} + a_{21}\ddot{Y} + a_{31}\ddot{Z}; \\ \ddot{Y}_\eta &= a_{12}\ddot{X} + a_{22}\ddot{Y} + a_{32}\ddot{Z}; \\ \ddot{Z}_\zeta &= a_{13}\ddot{X} + a_{23}\ddot{Y} + a_{33}\ddot{Z}, \end{aligned} \quad (19)$$

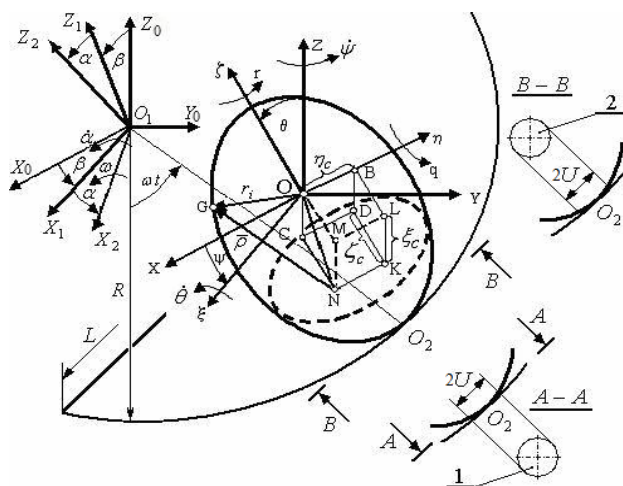
де $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z}$ – компоненти прискорення робочого елемента в системі $OXYZ$.

Тоді поступальна компонента S_n енергії прискорень замкнутої механічної системи за підстановкою компонент (17) може бути описана співвідношенням:

$$S_n = \frac{1}{2} m_i (\ddot{\xi}^2 + \ddot{\eta}^2 + \ddot{\zeta}^2), \quad (20)$$

в якій $\ddot{\xi}, \ddot{\eta}, \ddot{\zeta}; m_i$ – відповідно компоненти поступального прискорення та маса елементів механічної системи по осях $O\xi, O\eta, O\zeta$, кг, $m \cdot c^{-2}$.

Достовірність наведених положень підтверджується за чисельним моделювання руху об'єкта сировини еліпсоїдної форми обертання по внутрішній поверхні циліндра (рис. 2). При цьому створення системи шістнадцяти диференціальних рівнянь другого порядку в частинних похідних із змінними коефіцієнтами провели на основі системи рівнянь кінематичного зв'язку (11). За розробленим пакетом прикладних програм проведено дослідження впливу обертання внутрішньої поверхні циліндра на коренеплід.

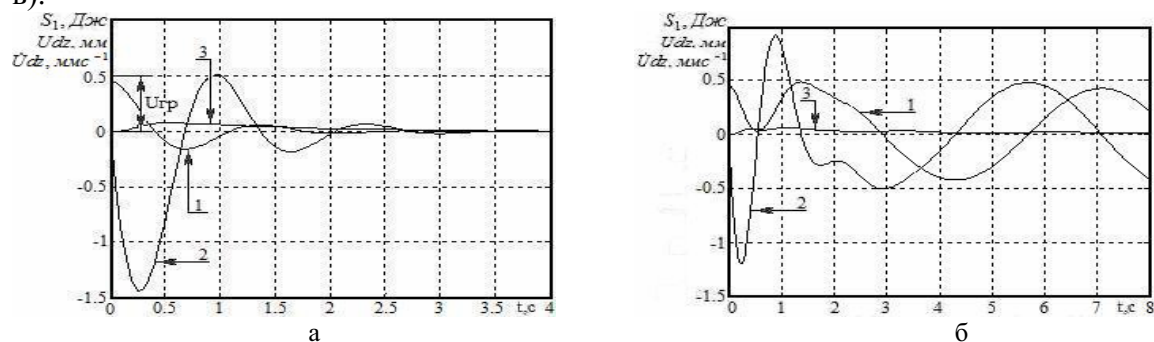


$\dot{\theta}, q, r$ – компоненти кутової швидкості об'єкта сировини; $OXYZ, O\xi\eta\zeta$ – інерційна та неінерційна системи відліку; O, B, C, D, K, L, M – можливе розміщення центра інерції об'єкта сировини; R – радіус циліндра; ξ_c, η_c, ζ_c – координати центра інерції об'єкта сировини відносно центра його обертання; $\psi, \theta; \alpha, \beta, \omega t$ – відповідно кути Ейлера та Кривої, 1, 2 – відповідно слід деформації внутрішньої поверхні циліндра та об'єкта сировини, $2U$ – слід деформації

Рисунок 2 – Розрахункова схема переміщення об'єкта сировини по внутрішній поверхні циліндра

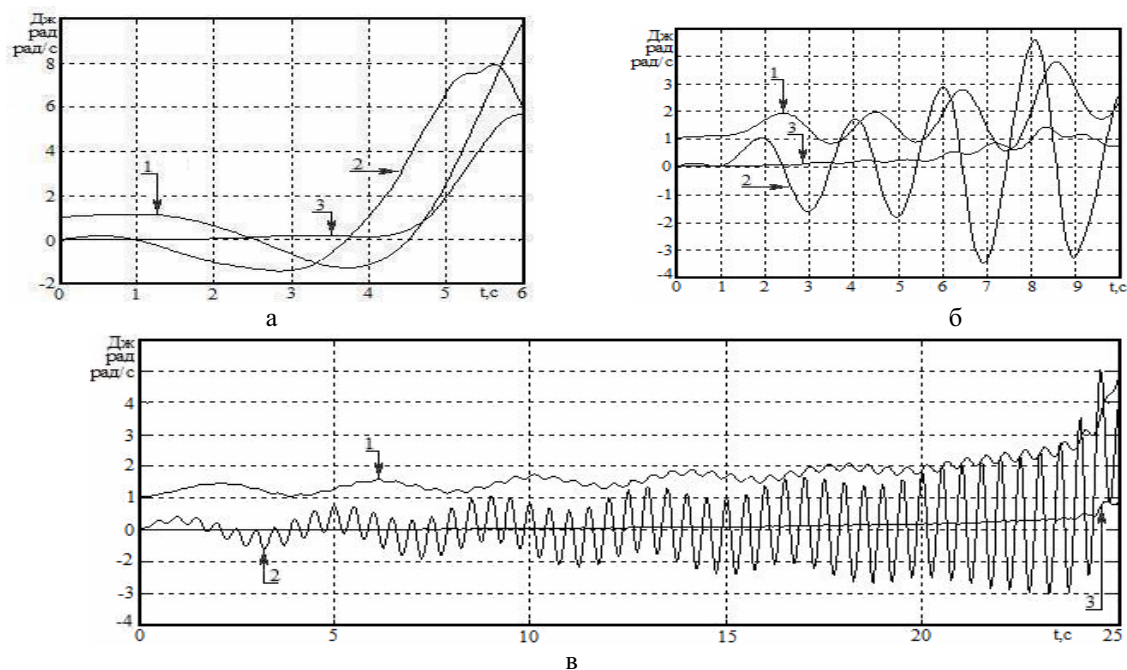
З'ясовано, що за наявності в'язкості $3.0 \text{ МПа} \cdot \text{с}$ та пружності 23.4 МПа цукрового коренеплоду з еліпсоїдною формою наземної частини радіусом 40 мм та висотою 60 мм , радіуса циліндра 0.25 м та певних значень інших параметрів, напруженість в околі дотику коренеплоду, за аналогією із принципом Сен – Венана, прискорено згасає, про що засвічують графічні залежності (рис. 3, а). За частотою обертання циліндра 0.18 с^{-1} поверхня в околі дотику коренеплоду прискорено відновлюється, при цьому періодична "підкачка" енергії циліндром породжує гармонічні коливання в околі дотику, які не перевищують граничної амплітуди 0.45 мм

(залежність 1 рис. 3, б). При цьому початковий кут нутації 1.04 рад за перші півтори секунди дещо збільшується (залежність 1 рис. 4, а). За наступні три – набуває від'ємного значення, після чого кут нутації прискорено збільшується до 5.9 рад . Це свідчить про опускання хвостової частини коренеплоду на внутрішню поверхню циліндра та завершення нутаційного руху. Збільшення частоти обертання циліндра до 0.5 c^{-1} підвищує не тільки частоту нутаційного обертання хвостової частини коренеплоду відносно умовної осі (залежність 2 рис. 4, б), але й одночасно підвищує частоту його прецесії. За підвищенням частоти обертання циліндра до 2 c^{-1} кут нутації на 25-й секунді перевищує 4 рад ., що показує на завершення процесу нутації та опускання хвостової частини коренеплоду на внутрішню поверхню циліндра (залежність 1 рис. 4, в).



1 – деформації, мм; 2 – швидкості, $\text{мм} \cdot \text{с}^{-1}$; 3 – енергії, Дж.

Рисунок 3 – Характер відновлення поверхні коренеплоду

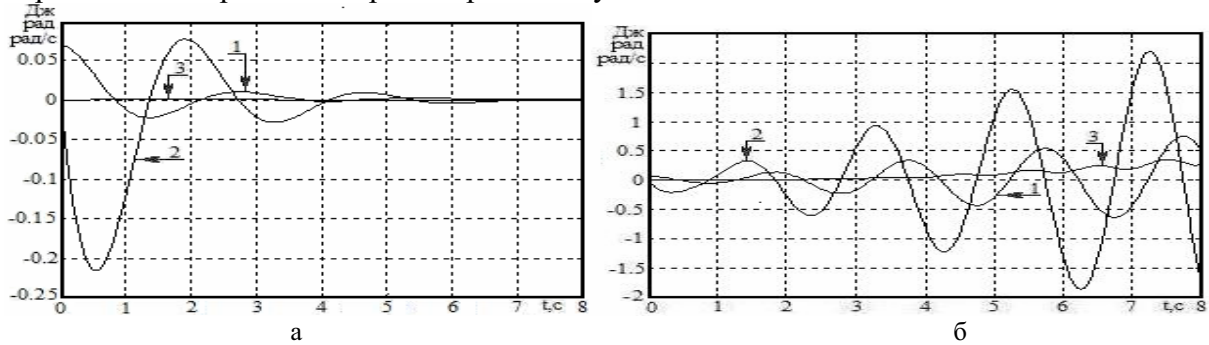


а – при частоті обертання циліндра 0.18 c^{-1} ; б – 0.5 c^{-1} ; в – 2.0 c^{-1}

Рисунок 4 – Характер нутації коренеплоду

Також виявлено, що частота прецесії та власного обертання хвостової частини коренеплоду з часом збільшується, на що свідчить зростання кутової швидкості та енергії, при цьому позитивні значення прецесії показують, що хвостова частина коренеплоду опускається вниз за напрямком обертання циліндра. Власне обертання коренеплоду породжує пружно – в'язку деформацію поверхні в околі дотику

коренеплоду за тангенціальним напрямком (залежність 1 рис. 5, а). При цьому за одночасною дією циліндра ці деформації складаються (залежності 1 рис. 5, б), а обертання циліндра з частотою 0.5 c^{-1} зумовлює підвищення їх значень до 0.74 рад . та витрату енергії до 0.29 мДж (залежність 3 рис. 5, б), що може призвести до виникнення резонансу. Як засвідчує залежність 1 (рис. 5, б) тангенціальні деформації поверхні коренеплоду в околі дотику з часом можуть перевищити граничне значення та спричинити стирання поверхні коренеплоду.

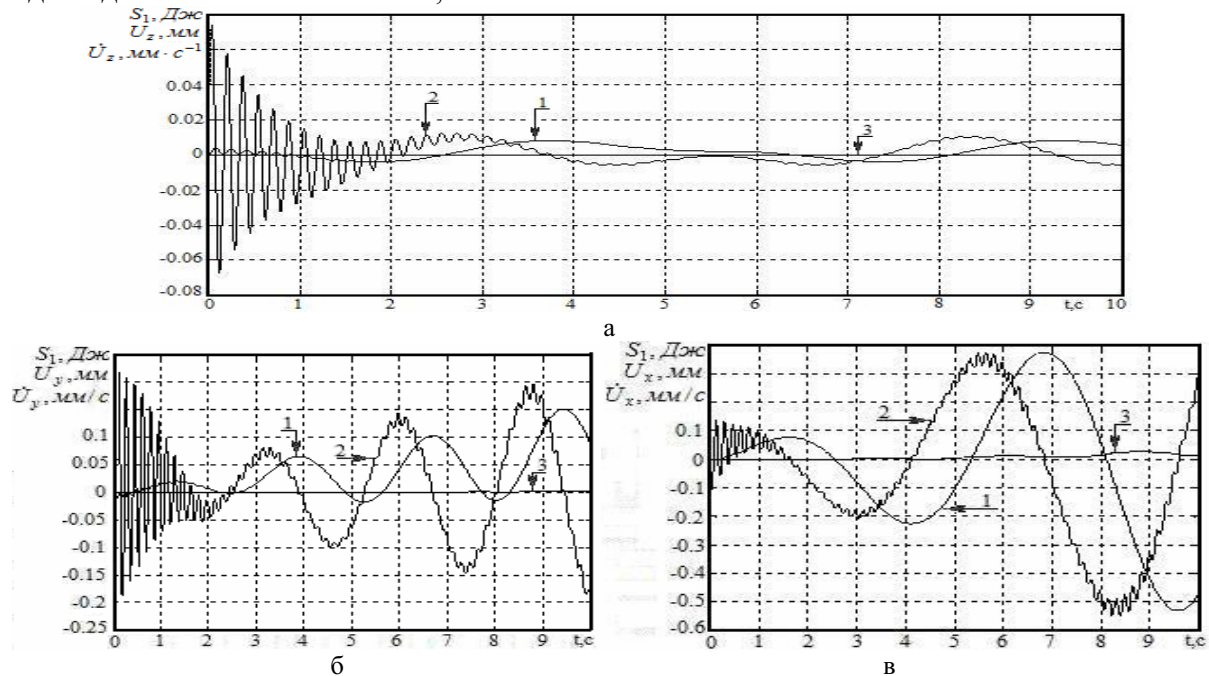


а – при власному обертанні коренеплоду з частотою 3.0 c^{-1} ;

б. – обертанні циліндра з частотою 0.5 c^{-1} .

Рисунок 5 – Характер деформації в околі дотику коренеплоду за тангенціальним напрямком

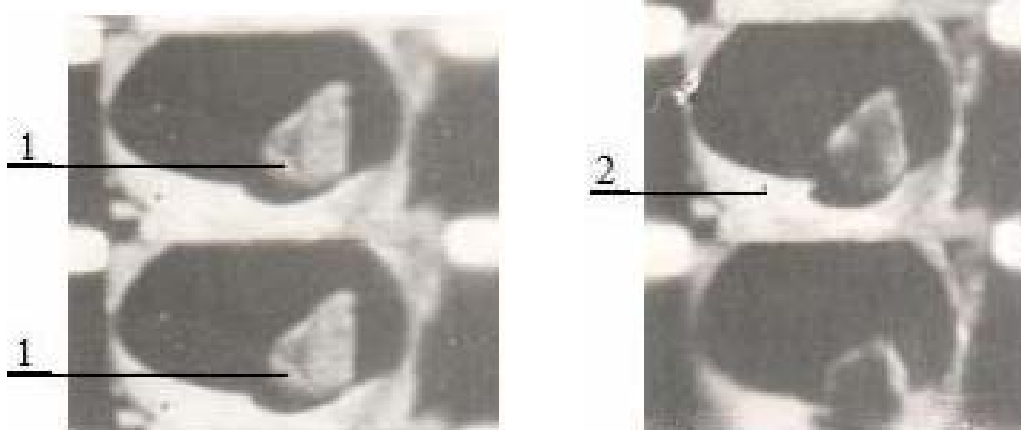
Одночасно, обертання циліндра з частотою 6.0 c^{-1} спричиняє періодичні коливання його околу дотику, характер переміщення яких залежить від пружно – в'язких властивостей металу. Їх поширення за радіальним напрямком має періодичний характер (залежність 2 рис. 6, а), а в тангенціальному - із зародженням резонансу (залежності 1, 2 і 3 рис. 6, б, в), при цьому значення амплітуд за 10 с. збільшується відповідно на 0.53 мм та 0.1 мм ,



а – за радіальним напрямком; б, в – в дотичній площині: 1 – переміщення, мм; 2 – швидкості, $\text{мм} \cdot \text{c}^{-1}$; 3 – енергії, Дж

Рисунок 6 – Характер переміщення внутрішньої поверхні циліндра

Зростання періодичних коливань (залежність 1 рис. 6, б) здійснюється в сторону позитивних значень, що свідчить на прискорене коливання повітряного простору поперек циліндра. Зародження резонансу вздовж осі обумовлює підвищення звукового тиску на торці циліндра, оскільки значення енергії за 9 с. зростає до 0.049 мДж. (залежність 3 рис. 6, в). (Аналогічне явище спостерігається при утворенні звуку в духовому інструменті тощо).



1 – цукровий коренеплід, 2 - циліндр.

Рисунок 7 – Експериментальне дослідження характеру нутації та орієнтування коренеплоду хвостовою частиною уздовж осі циліндра, що обертається

Описаний за аналітичними моделями рух об'єкта сировини в циліндрі підтверджується не тільки результатами теоретичного моделювання, але і експериментальними дослідженнями характеру орієнтування коренеплодів хвостовою частиною уздовж осі циліндра (рис. 7).

З'ясовано також характер зміни параметрів поступального руху коренеплоду за напрямками поздовжньої осі циліндра.

Висновок. За результатами аналізу переміщення об'єкта сировини з еліпсоїдною формою конфігурації по внутрішній поверхні циліндра констатуємо, що сутність кінематичного зв'язку елементів механічної системи, відображений системою рівнянь (11), полягає в тому, що вона відображає не тільки поступальний та обертальний рух об'єкта сировини, але і деформацію речовини в околі дотику елементів механічної системи;

– зв'язок елементів механічної системи із земним тяжінням описується виразом, в якому властивість об'єктів прискорюватись в полі тяжіння, виражена як добуток модуля прискорення (g) та квадрату часу (t) в системі координат $OXYZ$;

– сукупність компонент прискорень ($\ddot{\xi}, \ddot{\eta}, \ddot{\zeta}$) формується в неінерційній системі координат $O\xi\eta\zeta$, з початком в центрі інерції об'єкта сировини, при цьому компоненти її обертання (18) описуються за кінематичними рівняннями Ейлера (16);

– за системою рівнянь кінематичного зв'язку (11) створюються диференційні рівняння будь – якої механічної системи, оскільки вона збіжна з уявленнями про взаємодію пружно – в'язких елементів механічної системи і є одночасним наслідком відображення їх дотику.

За аналізом результатів проведених досліджень руху цукрового коренеплоду по внутрішній поверхні циліндра з'ясовано:

– просторове переміщення об'єкта сировини в циліндрі - це складний механічний процес, який залежить як від пружно – в'язких властивостей коренеплоду та матеріалу циліндра, так і від їх кінематичних режимів та параметрів.

– пружно – в'язка деформація коренеплоду масою 0.3 кг з радіусом 40мм та висотою еліпсної частини 60мм, пружністю 23.4 МПа та в'язкістю 3.0 МПа·с не

перевищуватиме 0.45 мм при частоті обертання циліндра 2 с^{-1} радіусом 0.25 м, з в'язкістю $3.0 \text{ МПа} \cdot \text{с}$ та пружністю $1400 \text{ Н} \cdot \text{мм}^{-2}$ металу, розміщеного горизонтально, при цьому конусна частина коренеплоду здійснює прецесію за напрямком поздовжньої осі циліндра протягом 25 с.

- розроблене програмне забезпечення може бути використано при дослідженні руху зерна в циліндричних решетах, барабанних сепараторах, живильниках тощо, які знайшли широке практичне використання в машинах для переробки сільськогосподарських культур. Тож запрошуємо виробників – інвесторів до співпраці!

Список літератури

1. Василенко П. М. Введение в земледельческую механику / П. М. Василенко. – К.: "Сільгоспосвіта", 1966. – 251 с.
2. Василенко П. М. Методика построения расчетных моделей функционирования механических систем машин и машинных агрегатов / П. М. Василенко. – Киев: УСХА, 1980. – 134 с.
3. Лойцянский Л. Г. Курс теоретической механики / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье. – М.: Наука, 1983. – Т. 2. – 640 с.
4. Сулов Г. К. Теоретическая механика / Г. К. Сулов. – М.: Гостехиздат, 1946. – 654 с.
5. Ейнштейн А. Собрание научных трудов / А. Ейнштейн. – М.: Наука, 1966. – Т.1. – 694 с; Т.2..
6. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой святы / Г. Герц. – М.: Изд – во АН СССР, 1959. – 386 с.

В. Кравчук, В. Давыдюк

Аналитическое отображение кинематической связи взаимодействия упруго-вязких элементов механической системы и компонент ее поступательного ускорения

В статье приведенная унифицирована система уравнений кинематической связи, использование которой открывает возможность создание компонент поступательного ускорения взаимодействия элементов любой механической системы.

V. Kravchuk, V. Davidjuk

Analytical image of kinematics connection of cooperation of resiliently viscid elements of the mechanical system and component of it forward acceleration

In the article the resulted is compatible system of equalizations of kinematics connection, use which the component of forward acceleration cooperation of elements of any mechanical system opens possibility creation.

Одержано 25.09.11