

УДК 631.356.02

І.В.Головач, д-р техн. наук, М.Г. Березовий, канд. техн. наук
Національний університет біоресурсів і природокористування України
М.О. Свірень, проф., канд. техн. наук
Кіровоградський національний технічний університет
В.М. Пришляк, канд. техн. наук
Вінницький національний аграрний університет

Теорія викопування коренеплодів вібраційним способом

Складена математична модель, що описує процес безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту, яке здійснюється під дією вертикальної збурюючої сили та тягового зусилля, що надаються коренеплоду від вібраційного викопуючого органу. Отримана система диференціальних рівнянь, розв'язування якої дало можливість знайти закон руху коренеплоду в процесі його безпосереднього вилучення.

коренеплод, вібраційний викопуючий робочий орган, вертикальна збурююча сила, вилучення коренеплоду з ґрунту

Вступ. Вібраційне викопування коренеплодів цукрового буряку має ряд переваг в порівнянні з іншими способами викопування. Воно характеризується меншим пошкодженням коренеплодів, зниженням втрат врожаю при збиранні, більш інтенсивним очищенням коренеплодів від налиплого ґрунту, меншим захаращенням робочого русла копача ґрунтом та бур'янами. Тому саме цей технологічний процес потребує докладного аналітичного дослідження та подальшої розробки і впровадження вдосконалених вібраційних викопуючих органів.

Постановка проблеми. Фундаментальні теоретичні дослідження вібраційного викопування коренеплодів дають можливість науково обґрунтувати конструктивні і кінематичні параметри вібраційних викопуючих робочих органів. Такі дослідження необхідні у першу чергу для теоретичного аналізу роботи вібраційних викопуючих органів у несприятливих умовах, на важких і твердих ґрунтах, де надійність роботи бурякозбиральних машин знижується. В свою чергу глибокий теоретичний аналіз будь-якого технологічного процесу можливий лише за наявності адекватних математичних моделей, що описують даний процес.

Аналіз досліджень і публікацій. Фундаментальні теоретичні і експериментальні дослідження вібраційного викопування коренеплодів цукрових буряків були здійснені у праці [1].

Однак у даній праці процес безпосереднього вилучення коренеплодів цукрових буряків з ґрунту аналітично не досліджується, а вказано, що за додатково складеними рівняннями кінестатики отримані умови їх викопування.

Значна кількість наукових (в основному експериментальних) результатів стосовно вібраційного викопування коренеплодів наведена у праці [2]. Проте математичної моделі вібраційного викопування коренеплоду цукрових буряків тут не наведено.

Подальший розвиток теорія вібраційного викопування коренеплодів отримала у працях [3 – 6].

У праці [3] розроблена теорія вільних і вимушених повздовжніх коливань тіла

коренеплоду, які виникають під дією вертикальної збуруючої сили. Дана теорія необхідна для оцінки впливу зазначених коливань на процес руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом та знаходження умов його непошкодження.

Тій же меті присвячені праці [4, 5], де розглядаються поперечні вільні і вимушені коливання тіла коренеплоду, які виникають під дією збуруючої сили, що спрямована у напрямку руху копача.

У праці [6] процес вилучення коренеплоду з ґрунту розглядається у найбільш загальному випадку – при несиметричному захваті коренеплоду вібраційним викопуючим робочим органом. Даний процес описується за допомогою кінематичних і динамічних рівнянь Ейлера.

Отримана у праці [6] система диференціальних рівнянь описує просторовий коливальний процес закріпленого у ґрунті коренеплоду, як у пружному середовищі, з однією точкою закріплення.

У даній роботі процес вібраційного викопування коренеплоду з ґрунту розглядається при симетричному захваті коренеплоду обома лемешами вібраційного викопуючого органу, оскільки захват коренеплоду робочим органом з одного боку (несиметричний захват), який розглянуто у [6], буде тривати недовго. Внаслідок поступального руху копача і звуженості робочого русла вібраційний викопуючий робочий орган в подальшому здійснить захват коренеплоду вже з обох боків. Якщо ж коренеплід не зміщений відносно осі рядка (тобто строго розташований на осі рядка) і знаходиться на осі симетрії вібраційного викопуючого робочого органу, то захват коренеплоду відбудеться відразу з обох боків.

Якраз при такому захваті коренеплоду викопуючими лемешами і можливий процес подальшого повного вилучення коренеплоду з ґрунту. Тому дослідимо процес безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту при симетричному захваті його робочим органом.

Мета дослідження. Розробити основні положення теорії безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту, який здійснюється під дією вертикальної збуруючої сили, що надається коренеплоду від вібраційного робочого органу, та тягового зусилля внаслідок поступального руху копача.

Результати дослідження. Для опису вище згаданого процесу вилучення коренеплоду з ґрунту потрібно вибрати необхідні системи координат (рис.1).

Зв'яжемо з вібраційним викопуючим робочим органом прямокутну декартову систему координат $O_1x_1y_1z_1$, центр O_1 якої знаходиться посередині звуженого русла копача, вісь O_1x_1 співпадає з напрямком поступального руху копача, вісь O_1z_1 має напрямок вгору, а вісь O_1y_1 спрямована у правий бік копача (рис.1). Переміщення коренеплоду при його безпосередньому вилученні з ґрунту необхідно розглядати відносно нерухомої системи координат $O_1x_1y_1z_1$. Введемо рухому систему координат $Oxyz$, жорстко зв'язану з коренеплодом, початок якої знаходиться в точці закріплення O , вісь Oz напрямлена вздовж осі симетрії коренеплоду, осі Ox і Oy розташовані у площині, перпендикулярній осі Oz (рис.1).

Крім того, для опису поворотів коренеплоду відносно точки закріплення O необхідно ввести ще одну прямокутну декартову систему координат $O_2x_2y_2z_2$, як це показано на рис.

Внаслідок протікання коливальних процесів коренеплоду у ґрунті як у пружному середовищі зв'язки коренеплоду з ґрунтом інтенсивно руйнуються, а отже відновлюючі сили починають різко зменшуватись, а тому коливальні процеси перетворюються на процеси неперервного переміщення коренеплоду вздовж осей Ox_1 і Oz_1 а також неперервного повороту коренеплоду навколо його центра мас (точка C) на деякий кут θ без повернення коренеплоду у попереднє положення.

Отже, настає етап безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту. Перехідний процес від коливального руху коренеплоду до його неперервного переміщення у ґрунті більш докладно можна уявити наступним чином. Під дією вертикальної збуруючої сили $\bar{Q}_{зб.}$ коренеплід здійснює поступальні коливання разом з оточуючим його ґрунтом, причому, чим ближче ґрунт знаходиться до коренеплоду, тим більш синхронними будуть коливання ґрунту з коливаннями коренеплоду. І, навпаки, чим далі ґрунт знаходиться від коренеплоду, тим менше, за рахунок пружно-пластичних властивостей ґрунту, його коливання будуть копіювати коливання коренеплоду. І, нарешті, існує відстань від коренеплоду, де коливання не відбуваються зовсім, причому межа області ґрунту, який коливається разом з коренеплодом, досить нечітка. Відбувається плавний перехід від області ґрунту, яка коливається, до області, яка не коливається, а тому розрив ґрунту на межі цих областей малоімовірний. Оскільки, як зазначалось вище, вилучення можливе лише при симетричному захваті коренеплоду робочим органом, то одночасно з поступальними коливаннями коренеплоду відбувається коливання коренеплоду навколо осі Oy_2 на деякий кут θ .

На першому етапі вилучення, а особливо при перших коливаннях, відновлююча сила при кутових коливаннях, а отже, і її момент відносно осі Oy_2 , будуть максимальними. Тому кут нахилу θ буде досить незначний і можливе повне відновлення вертикального положення коренеплоду, або часткове, внаслідок поступального руху копача. Проте, завдяки дії поступальних коливань коренеплоду разом з оточуючим його ґрунтом, ущільненість зазначеного ґрунту буде зменшуватись, а тому відновлююча сила при кутових коливаннях також буде зменшуватись. Отже, з кожним коливанням кут нахилу коренеплоду θ буде збільшуватись, а відновлення попереднього положення – зменшуватись. Коренеплід буде розхитуватись навколо осі Oy_2 з поступовим збільшення кута θ , тобто нахилу коренеплоду вперед по ходу копача. Це буде призводити до розриву зв'язків коренеплоду з ґрунтом у напрямку осі Ox_1 , починаючи з верхньої частини конічної поверхні знаходження коренеплоду у нерозпушеному ґрунті, поступово наближаючись до точки закріплення O . Отже, з вище сказаного випливає, що руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом одночасно відбувається у двох напрямках – вздовж осей O_1x_1 і O_1z_1 . При цьому сили зв'язку коренеплоду з ґрунтом і сили пружності ґрунту будуть поступово зменшуватись до такої мінімальної величини, коли коливальні процеси перейдуть у процеси неперервного переміщення коренеплоду вгору вздовж осі O_1z_1 , уперед – вздовж осі O_1x_1 , і неперервного повороту коренеплоду навколо його центра мас (точка C) на деякий кут θ до повного вилучення коренеплоду з ґрунту. Сили ж пружності ґрунту просто перейдуть у сили опору розпушеного ґрунту при русі коренеплоду у робочому руслі копача.

Складемо еквівалентну схему взаємодії коренеплоду з робочими поверхнями вібраційного викопуючого робочого органу при його безпосередньому вилученні. Для чого представимо вібраційний викопуючий робочий орган у вигляді двох клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$, кожний з яких у просторі має нахил під кутами α , β , γ і які встановлено таким чином один до одного, що утворюється робоче русло, задня частина якого звужується (рис.1). Вказані клини здійснюють коливальні рухи в повздовжньо-вертикальній площині (механізм приводу лемешів у коливальний рух не показано), напрямком поступального руху вібраційного викопуючого робочого органу показано стрілкою. Проекції точок B_1 і B_2 на вісь O_1y_1 позначимо точками D_1 і D_2 відповідно.

Вважаємо, що з поверхнями клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ у відповідних точках взаємодіє коренеплід, який апроксимується тілом конусоподібної форми, причому захват коренеплоду робочим органом відбувається з обох боків.

Припускаємо далі, що робоча поверхня клина $A_1B_1C_1$ здійснює безпосередній

контакт з коренеплодом у точці K_1 , а поверхня $A_2B_2C_2$ – у точці K_2 (рис.). Прямі, проведені через точки контакту коренеплоду K_1 і K_2 і точки B_1 і B_2 утворюють на перетині зі сторонами клинів A_1C_1 і A_2C_2 відповідні точки M_1 і M_2 . Таким чином, δ – це двохгранний кут ($\angle B_1M_1D_1$) між нижньою основою $A_1D_1C_1$ та робочою поверхнею клина $A_1B_1C_1$ або двогранний кут ($\angle B_2M_2D_2$) між нижньою основою $A_2D_2C_2$ та робочою поверхнею клина $A_2B_2C_2$.

Покажемо сили, які виникають внаслідок взаємодії коренеплоду з вібраційним робочим органом.

Нехай від вібраційного робочого органу діє вертикальна збуруюча сила $\bar{Q}_{зб.}$, яка змінюється за гармонійним законом такого вигляду:

$$Q_{зб.} = H \sin \omega t, \quad (1)$$

де H – амплітуда збуруючої сили;

ω – частота збуруючої сили.

Дана сила відіграє основну роль у процесі розпушування ґрунту в зоні робочого русла копача та вилучення коренеплоду. Зазначена збуруюча сила $\bar{Q}_{зб.}$ прикладається до коренеплоду з двох його боків, а тому на схемі вона представлена двома складовими $\bar{Q}_{зб.1}$ та $\bar{Q}_{зб.2}$. Дані сили прикладені відповідно у точках K_1 і K_2 на відстані h від умовної точки закріплення O і саме вони викликають коливання коренеплоду в поздовжньо-вертикальній площині, які руйнують зв'язки коренеплоду з ґрунтом і створюють для останнього умови вилучення з ґрунту.

Оскільки захват симетричний, то очевидно, що має місце наступне співвідношення:

$$Q_{зб.1} = Q_{зб.2} = \frac{1}{2} H \sin \omega t. \quad (2)$$

Розкладемо дані сили на нормальні \bar{N}_1 і \bar{N}_2 і дотичні складові \bar{T}_1 і \bar{T}_2 , як це показано на рис. Отже ці сили будуть дорівнювати:

$$\bar{Q}_{зб.1} = \bar{N}_1 + \bar{T}_1, \quad (3)$$

$$\bar{Q}_{зб.2} = \bar{N}_2 + \bar{T}_2. \quad (4)$$

Очевидно, що вектори сил \bar{T}_1 і \bar{T}_2 будуть напрямлені паралельно прямим B_1M_1 і B_2M_2 відповідно.

Оскільки вібраційний копач рухається поступально у напрямку осі O_1x_1 відносно коренеплоду, який закріплений у ґрунті, то в момент захвату коренеплоду робочим органом у напрямку осі O_1x_1 діють також рушійні сили \bar{P}_1 і \bar{P}_2 . Також розкладемо сили \bar{P}_1 і \bar{P}_2 на дві складові: нормальні \bar{L}_1 і \bar{L}_2 і дотичні \bar{S}_1 і \bar{S}_2 до поверхонь $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ відповідно, тобто:

$$\bar{P}_1 = \bar{L}_1 + \bar{S}_1, \quad (5)$$

$$\bar{P}_2 = \bar{L}_2 + \bar{S}_2. \quad (6)$$

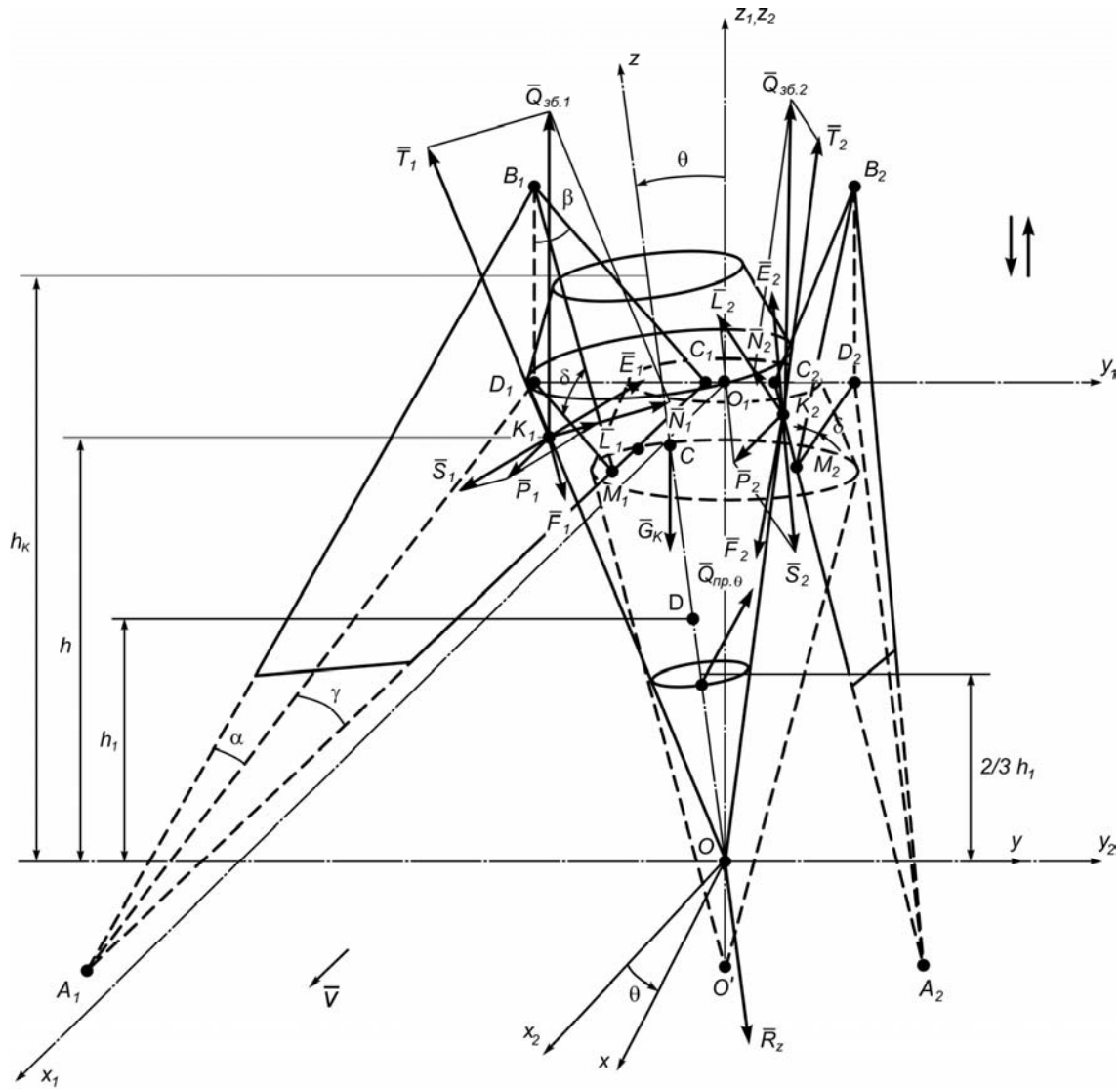


Рисунок 1 – Силова взаємодія коренеплоду з клинами вібраційного викопуючого робочого органу при симетричному захваті коренеплоду

Вектори сил \bar{S}_1 і \bar{S}_2 діють у напрямку векторів відносної швидкості лемешів по поверхні коренеплоду при поступальному русі копача.

Таким чином, у точках контакту K_1 і K_2 на коренеплід з боку клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ діють сили, що відповідно дорівнюють:

$$\bar{N}_{K_1} = \bar{N}_1 + \bar{L}_1, \quad (7)$$

$$\bar{N}_{K_2} = \bar{N}_2 + \bar{L}_2, \quad (8)$$

які напрямлені по нормалі до поверхні клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ відповідно.

Очевидно, що величини цих сил дорівнюють

$$N_{K_1} = N_1 + L_1, \quad (9)$$

$$N_{K_2} = N_2 + L_2. \quad (10)$$

Крім того, у точках контакту K_1 і K_2 діють сили тертя \bar{F}_{K_1} і \bar{F}_{K_2} відповідно, які протидіють проковзуванню коренеплоду по робочій поверхні клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ під час його захвату вібраційним робочим органом. Вектори цих сил напрямлені протилежно вектору відносної швидкості проковзування коренеплоду по поверхні клинів.

У центрі ваги коренеплоду (точка C) діє сила ваги коренеплоду \bar{G}_k . Сили опору розпушеного ґрунту при русі коренеплоду у робочому руслі копача у напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 , позначені через \bar{R}_{x_1} та \bar{R}_{z_1} відповідно.

При безпосередньому вилученні коренеплоду з ґрунту буде здійснюватись поворот коренеплоду навколо його центра мас C під дією пари сил опору розпушеного ґрунту. Позначимо момент цієї пари через M .

Визначимо далі значення сил, які показані на рис. Так, дотичні складові \bar{T}_1 і \bar{T}_2 збуруючих сил $\bar{Q}_{зб.1}$ і $\bar{Q}_{зб.2}$ відповідно та дотичні складові \bar{S}_1 і \bar{S}_2 рушійних сил \bar{P}_1 і \bar{P}_2 відповідно безпосередньо на коренеплід не діють, вони викликають лише розпушування ґрунту навколо коренеплоду.

Враховуючи симетричність захвату коренеплоду робочим органом, слід відмітити, що однойменні сили, що формуються на обох робочих поверхнях лемешів при їх взаємодії з коренеплодом, будуть однакові за величиною і розташовані симетрично відносно площини симетрії $x_1O_1z_1$ (рис.). Таким чином, зі схеми сил отримуємо вирази для визначення нормальних \bar{N}_1 і \bar{N}_2 та дотичних \bar{T}_1 і \bar{T}_2 складових збуруючих сил $\bar{Q}_{зб.1}$ і $\bar{Q}_{зб.2}$. Вони будуть відповідно дорівнювати:

$$N_1 = N_2 = Q_{зб.1} \cdot \cos \delta, \quad (11)$$

$$T_1 = T_2 = Q_{зб.1} \cdot \sin \delta. \quad (12)$$

З цієї ж схеми також отримуємо вирази для визначення нормальних \bar{L}_1 і \bar{L}_2 та дотичних \bar{S}_1 і \bar{S}_2 складових рушійних сил \bar{P}_1 і \bar{P}_2 відповідно:

$$L_1 = L_2 = P_1 \cdot \sin \gamma, \quad (13)$$

$$S_1 = S_2 = P_1 \cdot \cos \gamma. \quad (14)$$

Величини сил \bar{N}_{K_1} і \bar{N}_{K_2} , враховуючи вирази (9), (11) та (13), будуть дорівнювати:

$$N_{K_1} = N_{K_2} = Q_{зб.1} \cdot \cos \delta + P_1 \cdot \sin \gamma, \quad (15)$$

або, враховуючи вираз (2), матимемо:

$$N_{K_1} = N_{K_2} = \frac{1}{2} H \cdot \cos \delta \sin \omega t + P_1 \cdot \sin \gamma. \quad (16)$$

Тоді величини сил тертя \bar{F}_{K_1} і \bar{F}_{K_2} будуть дорівнювати:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = f N_{K_1} = f (Q_{зб.1} \cdot \cos \delta + P_1 \cdot \sin \gamma), \quad (17)$$

або, враховуючи вираз (2), матимемо:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = \frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma. \quad (18)$$

Очевидно, що під час безпосереднього контакту клинів $A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$ з поверхнею коренеплоду вектори сил тертя \bar{F}_{K_1} і \bar{F}_{K_2} будуть завжди лежати у площині клинів $A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$ відповідно. Крім того, за рахунок сил опору ґрунту, можливе проковзування коренеплоду по поверхні клинів у напрямку дії сил \bar{T}_1 , \bar{T}_2 (паралельно лініям B_1M_1 та B_2M_2) та у напрямку, протилежному дії сил \bar{S}_1 , \bar{S}_2 .

Тому вектор відносної швидкості проковзування коренеплоду по поверхні клинів можна розкласти на складові у зазначених вище напрямках. Отже, силу тертя \bar{F}_{K_1} також можна розкласти на дві складові:

\bar{F}_1 – у напрямку, протилежному вектору \bar{T}_1 , та \bar{E}_1 – у напрямку вектора \bar{S}_1 , тобто:

$$\bar{F}_{K_1} = \bar{F}_1 + \bar{E}_1. \quad (19)$$

Аналогічно, силу тертя \bar{F}_{K_2} також можна розкласти на дві складові:

\bar{F}_2 – у напрямку, протилежному вектору \bar{T}_2 , та \bar{E}_2 – у напрямку вектора \bar{S}_2 , тобто:

$$\bar{F}_{K_2} = \bar{F}_2 + \bar{E}_2. \quad (20)$$

Очевидно, що $F_1 = F_2$, $E_1 = E_2$.

Визначимо величини складових \bar{F}_1 і \bar{E}_1 , а отже \bar{F}_2 і \bar{E}_2 . З наведених вище міркувань та виразу (16) можна зробити висновок, що на відрізках $[2k\pi, (2k+1)\pi]$, $k = 0, 1, 2, \dots$, зокрема на відрізку $[0, \pi]$, величина сили тертя \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) визначається згідно виразу (18), причому на відрізку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ вона зростає від мінімальної величини

$$F_{K_1 \min} = F_{K_2 \min} = f P_1 \cdot \sin \gamma \quad (21)$$

до максимальної величини

$$F_{K_1 \max} = F_{K_2 \max} = \frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta + f P_1 \cdot \sin \gamma, \quad (22)$$

а на відрізку $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ вона спадає від $F_{K_1 \max}$ ($F_{K_2 \max}$) до $F_{K_1 \min}$ ($F_{K_2 \min}$). Причому,

напрямок вектора сили тертя на відрізку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ також змінюється. Вектор

$\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) напрямлений так само, як вектор сили тертя для звичайного лемішного копача (при відсутності збуруючої сили), тобто паралельно прямим $A_1 O'_1$ ($A_2 O'_2$), причому $\angle O'_1 A_1 M_1 = \angle O'_2 A_2 M_2 = \gamma$ [7]. Вектор $\bar{F}_{K_1 \max}$ ($\bar{F}_{K_2 \max}$) відхиляється від вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) на деякий кут $\alpha_{K_1 \max}$ ($\alpha_{K_2 \max}$), причому $\alpha_{K_1 \max} = \alpha_{K_2 \max}$.

Отже, на відрізку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ вектор \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) рухається від вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) до вектора $\bar{F}_{K_1 \max}$ ($\bar{F}_{K_2 \max}$), а на відрізку $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ – від вектора $\bar{F}_{K_1 \max}$ ($\bar{F}_{K_2 \max}$) до вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$). Таким чином, кут відхилення α_{K_1} (α_{K_2}) вектора \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) від вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) на відрізку $[0, \pi]$ змінюється за наступним законом:

$$\alpha_{K_2} = \alpha_{K_1} = \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t. \quad (23)$$

Очевидно, що величина $\alpha_{K_1 \max}$ ($\alpha_{K_2 \max}$) залежить у першу чергу від відношення

$\frac{H}{P_1} \left(\frac{H}{P_2} \right)$ і буде тим більшою, чим більшим буде зазначене відношення. Отже, на відрізку $[0, \pi]$ величина вектора тертя \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) змінюється згідно закону (18), а напрям – згідно закону (23).

Таким чином, на відріжку $[0, \pi]$ маємо наступні значення складових $\bar{F}_1(\bar{F}_2)$ і $\bar{E}_1(\bar{E}_2)$.

$$F_1 = F_2 = F_{K_1} \cdot \sin(\gamma + \alpha_{K_1}), \quad (24)$$

$$E_1 = E_2 = F_{K_1} \cdot \cos(\gamma + \alpha_{K_1}), \quad (25)$$

або, враховуючи вирази (18) і (23), матимемо:

$$F_1 = F_2 = \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \sin \left(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t \right), \quad (26)$$

$$E_1 = E_2 = \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \cos \left(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t \right) \quad (27)$$

Вирази (26) і (27) мають місце на будь-якому відріжку $[2k\pi, (2k+1)\pi]$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Очевидно, що на відрізках $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$, $k = 1, 2, \dots$, сили тертя \bar{F}_{k1} (\bar{F}_{k2}) дорівнюють:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = F_{K_1 \min} = f P_1 \cdot \sin \gamma. \quad (28)$$

Отже, на зазначених відрізках матимемо:

$$F_1 = F_2 = F_{K_1 \min} \cdot \sin \gamma = f P_1 \sin \gamma \cdot \sin \gamma = f P_1 \sin^2 \gamma, \quad (29)$$

$$E_1 = E_2 = F_{K_1 \min} \cdot \cos \gamma = f P_1 \sin \gamma \cdot \cos \gamma = \frac{1}{2} f P_1 \sin 2\gamma. \quad (30)$$

Сили опору розпушеного ґрунту при безпосередньому вилученні коренеплоду можна вважати залежними від швидкості руху коренеплоду у розпушеному ґрунті, або, у першому наближенні, – просто постійними величинами. Тому для спрощення математичної моделі будемо сили \bar{R}_{x_1} , R_{z_1} та момент пари M вважати постійними величинами.

Складемо спочатку диференціальні рівняння руху центра мас коренеплоду (точка C), тобто поступального руху коренеплоду вздовж осей O_1x_1 і O_1z_1 .

Враховуючи вище приведену схему сил, диференціальне рівняння руху центра мас коренеплоду у векторній формі при його безпосередньому вилученні буде мати наступний вигляд:

$$m_k \bar{a} = \bar{N}_1 + \bar{N}_2 + \bar{L}_1 + \bar{L}_2 + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{G}_k + \bar{R}_{z_1} + \bar{R}_{x_1}, \quad (31)$$

де \bar{a} – прискорення руху центра мас коренеплоду.

Оскільки процес вилучення, як було зазначено вище, відбувається при симетричному захваті коренеплоду робочим органом, то рух коренеплоду вздовж робочого русла копача відбувається фактично у повздовжньо-вертикальній площині (площині $x_1O_1z_1$), а тому векторне рівняння (31) зводиться до системи двох рівнянь у проекціях на осі Ox_1 і Oz_1 наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} m_k \ddot{x}_1 &= N_{1x_1} + N_{2x_1} + L_{1x_1} + L_{2x_1} + F_{1x_1} + F_{2x_1} + E_{1x_1} + E_{2x_1} - R_{x_1}, \\ m_k \ddot{z}_1 &= N_{1z_1} + N_{2z_1} + L_{1z_1} + L_{2z_1} - F_{1z_1} - F_{2z_1} - G_k - R_{z_1}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Визначимо значення проекцій сил, що входять у систему рівнянь (32).

Враховуючи вирази, отримані в [7], проекції нормальних складових \bar{N}_1 і \bar{N}_2 на вісь O_1x_1 визначаються наступним чином:

$$\bar{N}_{1x_1} = \bar{N}_{2x_1} = \frac{N_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (33)$$

або, враховуючи вираз (11), отримаємо:

$$\bar{N}_{1x_1} = \bar{N}_{2x_1} = \frac{Q_{33_1} \cdot \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (34)$$

Проекції нормальних складових \bar{L}_1 і \bar{L}_2 на вісь O_1x_1 дорівнюють:

$$L_{1x_1} = L_{2x_1} = \frac{L_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (35)$$

або, враховуючи (13), отримаємо:

$$L_{1x_1} = L_{2x_1} = \frac{P_1 \sin \gamma \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (36)$$

Для проекцій складових \bar{F}_1 і \bar{F}_2 сил тертя маємо наступні вирази:

$$F_{1x_1} = F_{2x_1} = F_1 \cos \delta \sin \gamma, \quad (37)$$

або, враховуючи (26), матимемо:

$$\begin{aligned} F_{1x_1} = F_{2x_1} = & \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\ & \times \sin \left(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t \right) \cos \delta \sin \gamma, \\ & \omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (38)$$

Враховуючи (29), отримаємо:

$$\begin{aligned} F_{1x_1} = F_{2x_1} = & f P_1 \sin^3 \gamma \cos \delta, \\ & \omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (39)$$

Проекції складових \bar{E}_1 і \bar{E}_2 сил тертя на вісь O_1x_1 дорівнюють:

$$E_{1x_1} = E_{2x_1} = E_1 \cos \gamma, \quad (40)$$

або, враховуючи (27), матимемо наступний вираз:

$$\begin{aligned} E_{1x_1} = E_{2x_1} = & \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\ & \times \cos \left(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t \right) \cos \gamma, \\ & \omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (41)$$

Враховуючи (30), отримаємо:

$$\begin{aligned} E_{1x_1} = E_{2x_1} = & \frac{1}{2} f P_1 \sin 2\gamma \cos \gamma, \\ & \omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (42)$$

Проекції нормальних складових \bar{N}_1 і \bar{N}_2 на вісь O_1z_1 згідно [7] будуть дорівнювати:

$$N_{1z_1} = N_{2z_1} = \frac{N_1 \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (43)$$

або, враховуючи (11), отримаємо:

$$N_{1z_1} = N_{2z_1} = \frac{Q_{33_1} \cdot \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (44)$$

Проекції нормальних складових \bar{L}_1 і \bar{L}_2 на вісь O_1z_1 дорівнюють:

$$L_{1z_1} = L_{2z_1} = \frac{L_1 \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (45)$$

або, враховуючи (13), матимемо:

$$L_{1z_1} = L_{2z_1} = \frac{P_1 \sin \gamma \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}}. \quad (46)$$

Проекції складових \bar{F}_1 і \bar{F}_2 сил тертя на вісь O_{1z_1} дорівнюють:

$$F_{1z_1} = F_{2z_1} = F_1 \sin \delta, \quad (47)$$

або, враховуючи вираз (26), матимемо:

$$\begin{aligned} F_{1z_1} = F_{2z_1} = & \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\ & \times \sin (\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t) \sin \delta, \\ & \omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (48)$$

Враховуючи (29), отримаємо:

$$\begin{aligned} F_{1z_1} = F_{2z_1} = & f P_1 \sin^2 \gamma \sin \delta, \\ & \omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (49)$$

Проекції складових \bar{E}_1 і \bar{E}_2 сил тертя на вісь O_{1z_1} дорівнюють нулю на будь-якому відрізку, тобто $E_{1z_1} = E_{2z_1} = 0$.

Підставляючи вирази (34), (36), (38) або (39), (41) або (42), (44), (46), (48) або (49) у систему диференціальних рівнянь (32), отримаємо наступні системи диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} m_k \ddot{x}_1 = & \frac{2Q_{\alpha \beta_1} \cdot \cos \delta \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + \frac{2P_1 \sin \gamma \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + 2 \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\ & \times \sin (\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t) \cdot \cos \delta \sin \gamma + 2 \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\ & \times \cos (\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t) \cos \gamma - R_{x_1}, \\ m_k \ddot{z}_1 = & \frac{2Q_{\alpha \beta_1} \cdot \cos \delta \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + \frac{2P_1 \sin \gamma \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} - 2 \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\ & \times \sin (\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t) \cdot \sin \delta - G_k - R_{z_1}, \\ & \omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

або

$$\left. \begin{aligned} m_k \ddot{x}_1 = & \frac{2P_1 \sin \gamma \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + 2f P_1 \cdot \sin^3 \gamma \cdot \cos \delta + f P_1 \cdot \sin 2\gamma \cdot \cos \gamma - R_{x_1}, \\ m_k \ddot{z}_1 = & \frac{2P_1 \sin \gamma \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} - 2f P_1 \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \delta - G_k - R_{z_1}, \\ & \omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi,], \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

У системах рівнянь (50), (51) сили опору розпушеного ґрунту \bar{R}_{x_1} і \bar{R}_{z_1} при русі коренеплоду в робочому руслі копача вважаються постійними.

Початкові умови для диференціальних рівнянь (50), (51) визначимо наступним чином. Оскільки коренеплід до початку безпосереднього вилучення здійснює коливання навколо положення рівноваги, то початкові умови для координат центра мас коренеплоду (точка С) можна вважати наступними:

при $t=0$:

$$x_1 = x_{10}, \quad z_1 = -\frac{1}{3}h_k,$$

де x_{10} – відстань вертикальної осі коренеплоду від початку координат (точка O_I) у момент часу $t=0$.

Похибка може бути хіба що у межах амплітуди коливань коренеплоду, яка досить мала у порівнянні з довжиною робочого русла копача та глибиною вилучення. Враховуючи далі, що при кожному коливанні, протягом періоду, існує момент часу, коли швидкість переміщення коренеплоду дорівнює нулю, прийнемо за початковий саме цей момент часу при останньому коливанні, яке переходить у безпосереднє вилучення коренеплоду з ґрунту. Таким чином, для систем диференціальних рівнянь (50), (51) початкові умови будуть мати наступний вигляд: при $t=0$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 0, & \dot{z}_1 &= 0, \\ x_1 &= x_{10}, & z_1 &= -\frac{1}{3}h_k. \end{aligned} \quad (52)$$

Підставивши вираз (2) у систему рівнянь (50), після деяких перетворень отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \frac{1}{m_k} \left[\frac{\cos\delta \cdot tg\gamma}{\sqrt{tg^2\gamma + 1 + tg^2\beta}} + f \cos^2\delta \cdot \sin(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin\omega t) \cdot \sin\gamma + \right. \\ &\quad \left. + f \cos\delta \cdot \cos(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin\omega t) \cdot \cos\gamma \right] \times \\ &\quad \times H \sin\omega t + \frac{2}{m_k} \left[\frac{\sin\gamma \cdot tg\gamma}{\sqrt{tg^2\gamma + 1 + tg^2\beta}} + f \sin^2\gamma \cdot \sin(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin\omega t) \right] \times \\ &\quad \times \cos\delta + f \sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot \cos(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin\omega t) \left. \right] \cdot P_1 - \frac{R_{x_1}}{m_k}, \\ \ddot{z}_1 &= \frac{1}{m_k} \left[\frac{\cos\delta \cdot tg\beta}{\sqrt{tg^2\gamma + 1 + tg^2\beta}} - f \cos\delta \cdot \sin(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin\omega t) \cdot \sin\delta \right] \times \\ &\quad \times H \sin\omega t + \frac{2}{m_k} \cdot \left[\frac{\sin\gamma \cdot tg\beta}{\sqrt{tg^2\gamma + 1 + tg^2\beta}} - f \sin\gamma \cdot \sin(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin\omega t) \cdot \sin\delta \right] \times \\ &\quad \times P_1 - \frac{G_k}{m_k} - \frac{R_{z_1}}{m_k}, \\ \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Система диференціальних рівнянь (53) є нелінійною. Її можна проінтегрувати лише наближеними чисельними методами з застосуванням ПЕОМ. У першому наближенні будемо вважати, що вектори сил тертя \bar{F}_{K_1} та \bar{F}_{K_2} зберігають постійний напрям, тобто кут між векторами $\bar{F}_{K_1 \min}$ та \bar{F}_{K_1} постійний і дорівнює $\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2}$, аналогічно кут між векторами $\bar{F}_{K_2 \min}$ та \bar{F}_{K_2} постійний і дорівнює $\frac{\alpha_{K_2 \max}}{2}$, причому $\frac{\alpha_{K_2 \max}}{2} = \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2}$.

Враховуючи це допущення, система диференціальних рівнянь (53) набуде вигляду:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_1 = & \frac{1}{m_k} \left[\frac{\cos \delta \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + f \cos^2 \delta \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \sin \gamma + f \cos \delta \times \right. \\
 & \left. \times \cos \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \cos \gamma \right] H \sin \omega t + \frac{2}{m_k} \times \\
 & \times \left[\frac{\sin \gamma \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + f \sin^2 \gamma \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \cos \delta + f \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \right] \times (54) \\
 & \times P_1 - \frac{R_{x_1}}{m_k}, \\
 \ddot{z}_1 = & \frac{1}{m_k} \left[\frac{\cos \delta \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} - f \cos \delta \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \sin \delta \right] \cdot H \sin \omega t + \frac{2}{m_k} \times \\
 & \times \left[\frac{\sin \gamma \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} - f \sin \gamma \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \sin \delta \right] \cdot P_1 - \frac{R_{z_1}}{m_k} - g, \\
 & \omega t \in [2k\pi, 2(k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned}$$

Система диференціальних рівнянь (54) є системою лінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Як відомо, вона розв'язується в квадратурах.

Для спрощення запису системи диференціальних рівнянь (54) введемо наступні позначення.

$$\frac{1}{m_k} \cdot \left[\frac{\cos \delta \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + f \cos^2 \delta \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \sin \gamma + \right. \\
 \left. + f \cos \delta \cdot \cos \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \cos \gamma \right] = \phi_1, \quad (55)$$

$$\frac{2}{m_k} \cdot \left[\frac{\sin \gamma \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + f \sin^2 \gamma \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \cos \delta + \right. \\
 \left. + f \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \right] = \psi_1, \quad (56)$$

$$\frac{1}{m_k} \cdot \left[\frac{\cos \delta \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} - f \cos \delta \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \sin \delta \right] = \phi_2, \quad (57)$$

$$\frac{2}{m_k} \cdot \left[\frac{\sin \gamma \cdot tg \beta}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} - f \sin \gamma \cdot \sin \left(\gamma + \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} \right) \cdot \sin \delta \right] = \psi_2. \quad (58)$$

Враховуючи вирази (55) – (58), система диференціальних рівнянь (54) набуде наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{x}_1 = & \phi_1 H \sin \omega t + \psi_1 P_1 - \frac{R_{x_1}}{m_k}, \\
 \ddot{z}_1 = & \phi_2 H \sin \omega t + \psi_2 P_1 - \frac{R_{z_1}}{m_k} - g.
 \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Проінтегруємо систему диференціальних рівнянь (59). Перший інтеграл буде дорівнювати:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{\phi_1 H}{\omega} \cos \omega t + \psi_1 P_1 t - \frac{R_{x_1}}{m_k} t + C_1, \\ \dot{z}_1 &= -\frac{\phi_2 H}{\omega} \cos \omega t + \psi_2 P_1 t - \frac{R_{z_1}}{m_k} t - gt + L_1, \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

де C_1 і L_1 – довільні сталі.

Другий інтеграл буде дорівнювати:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{\phi_1 H}{\omega^2} \sin \omega t + \frac{\psi_1 P_1 t^2}{2} - \frac{R_{x_1} t^2}{2m_k} + C_1 t + C_2, \\ z_1 &= -\frac{\phi_2 H}{\omega^2} \sin \omega t + \frac{\psi_2 P_1 t^2}{2} - \frac{R_{z_1} t^2}{2m_k} - \frac{gt^2}{2} + L_1 t + L_2, \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

де C_2 і L_2 – довільні сталі.

Довільні сталі C_1 , L_1 , C_2 , L_2 визначаються з початкових умов (52). Згадані довільні сталі будуть дорівнювати:

$$C_1 = \frac{\phi_1 H}{\omega}, \quad L_1 = \frac{\phi_2 H}{\omega}, \quad C_2 = x_{10}, \quad L_2 = -\frac{1}{3} h_k. \quad (62)$$

Підставляючи значення довільних сталих C_1 і L_1 у систему диференціальних рівнянь (60), отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{\phi_1 H}{\omega} \cos \omega t + \psi_1 P_1 t - \frac{R_{x_1} t}{m_k} + \frac{\phi_1 H}{\omega}, \\ \dot{z}_1 &= -\frac{\phi_2 H}{\omega} \cos \omega t + \psi_2 P_1 t - \frac{R_{z_1} t}{m_k} - gt + \frac{\phi_2 H}{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

Підставляючи значення довільних сталих C_1 , C_2 , L_1 , L_2 у систему рівнянь (61), матимемо:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{\phi_1 H}{\omega^2} \sin \omega t + \frac{\psi_1 P_1 t^2}{2} - \frac{R_{x_1} t^2}{2m_k} + \frac{\phi_1 H t}{\omega} + x_{10}, \\ z_1 &= -\frac{\phi_2 H}{\omega^2} \sin \omega t + \frac{\psi_2 P_1 t^2}{2} - \frac{R_{z_1} t^2}{2m_k} - \frac{gt^2}{2} + \frac{\phi_2 H t}{\omega} - \frac{1}{3} h_k. \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Системи рівнянь (63) і (64) відповідно описують закони зміни швидкості і переміщення центра мас коренеплоду у процесі його безпосереднього вилучення з ґрунту. З другого рівняння системи (64) можна визначити час t_l безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту. Для цього необхідно у ліву частину зазначеного рівняння підставити значення $z_l=0$ і розв'язати отримане рівняння відносно t_l . Оскільки рівняння є трансцендентним, то отримати аналітичний вираз для визначення t_l неможливо, проте його можна розв'язати на ПЕОМ за допомогою відомих чисельних методів. Обчислене значення t_l можна застосувати для визначення продуктивності агрегату для викопування коренеплодів вібраційними викопуючими робочими органами.

Розглянемо далі систему диференціальних рівнянь (51). Для спрощення запису даної системи введемо наступні позначення:

$$\frac{1}{m_k} \cdot \left(\frac{2 \sin \gamma \cdot tg \gamma}{\sqrt{tg^2 \gamma + 1 + tg^2 \beta}} + 2f \sin^3 \gamma \cdot \cos \delta + f \sin 2\gamma \cdot \cos \gamma \right) = \psi', \quad (65)$$

$$\frac{1}{m_k} \cdot \left(\frac{2 \sin \gamma \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2f \sin^2 \gamma \cdot \sin \delta \right) = \psi'_2. \quad (66)$$

З урахуванням виразів (65), (66) система диференціальних рівнянь (51) набуде вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \psi'_1 P_1 - \frac{R_{x_1}}{m_k}, \\ \ddot{z}_1 &= \psi'_2 P_1 - \frac{G_k}{m_k} - \frac{R_{z_1}}{m_k}, \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Після першого інтегрування системи рівнянь (67) отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \psi'_1 P_1 t - \frac{R_{x_1}}{m_k} t + C_1, \\ \dot{z}_1 &= \psi'_2 P_1 t - \frac{G_k}{m_k} t - \frac{R_{z_1}}{m_k} t + L_1, \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

де C_1 і L_1 – довільні сталі,

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Після другого інтегрування матимемо:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \psi'_1 P_1 \frac{t^2}{2} - \frac{R_{x_1} t^2}{2m_k} + C_1 t + C_2, \\ z_1 &= \psi'_2 P_1 \frac{t^2}{2} - \frac{G_k t^2}{2m_k} - \frac{R_{z_1} t^2}{2m_k} + L_1 t + L_2, \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

де C_2 і L_2 – довільні сталі,

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Довільні сталі C_1 , L_1 , C_2 , L_2 знаходимо з початкових умов (52). Згадані довільні сталі будуть дорівнювати:

$$C_1 = 0, \quad L_1 = 0, \quad C_2 = x_{10}, \quad L_2 = -\frac{1}{3} h_k. \quad (70)$$

Підставляючи значення довільних сталих C_1 і L_1 у систему рівнянь (68), отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \psi'_1 P_1 t - \frac{R_{x_1}}{m_k} t, \\ \dot{z}_1 &= \psi'_2 P_1 t - \frac{G_k}{m_k} t - \frac{R_{z_1}}{m_k} t, \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Підставляючи значення довільних сталих C_1 , L_1 , C_2 , L_2 у систему рівнянь (69), матимемо:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \psi'_1 P_1 \frac{t^2}{2} - \frac{R_{x_1} t^2}{2m_k} + x_{10}, \\ z_1 &= \psi'_2 P_1 \frac{t^2}{2} - \frac{G_k t^2}{2m_k} - \frac{R_{z_1} t^2}{2m_k} - \frac{1}{3} h_k, \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Системи рівнянь (71) та (72) відповідно описують закони зміни швидкості і переміщення центра мас коренеплоду у процесі його безпосереднього вилучення з ґрунту при відсутності дії збурюючої сили.

Складемо далі диференціальне рівняння повороту коренеплоду навколо його центра мас, вірніше навколо осі Cy_c , яка проходить через центр мас (точку C) паралельно осі Oy_2 . Згідно [8], зазначене рівняння буде мати такий вигляд:

$$I_{y_c} \frac{d^2\theta}{dt^2} = M_{y_c}^e, \quad (73)$$

де θ – кут повороту коренеплоду навколо осі Cy_c ;

I_{y_c} – момент інерції коренеплоду відносно осі Cy_c ;

$M_{y_c}^e$ – обертальний момент навколо осі Cy_c (сума моментів усіх зовнішніх сил, що діють на коренеплід, відносно осі Cy_c).

Отже, визначимо моменти усіх зовнішніх сил відносно осі Cy_c згідно силової схеми, показаної на рис.

Оскільки рух центра мас коренеплоду розглянуто у системі координат $x_1O_1z_1$, то у цій же системі координат визначимо положення точок K_1 і K_2 контакту коренеплоду з робочими поверхнями лемешів. Як видно з рис., ордината точок контакту у зазначеній системі координат буде дорівнювати:

$$z_{K_1} = z_{K_2} = -h_k + h,$$

де h – ордината зазначених точок контакту у системі координат $x_2O_2z_2$.

Оскільки рух лемешів відбувається на певній глибині, то величина h для даного коренеплоду може змінюватись лише у межах амплітуди коливань лемешів, яка досить мала у порівнянні з величиною h . Тому величину h для даного коренеплоду будемо вважати постійною.

Ордината центра мас коренеплоду (точка C) у будь-який момент часу буде дорівнювати:

$$z_c = z_1,$$

де z_1 визначається з другого рівняння системи (64).

Таким чином, ординати точок K_1 і K_2 відрізняються від ординати точки C на величину

$$-h_k + h - z_1.$$

Так, наприклад, на початку безпосереднього вилучення

$$\left(z_1 = -\frac{1}{3}h_k \right) \text{ маємо:}$$

$$-h_k + h + \frac{1}{3}h_k = h - \frac{2}{3}h_k.$$

Тоді моменти усіх зовнішніх сил, що діють на коренеплід у будь-який момент часу, будуть дорівнювати:

$$M_{y_c}(\bar{Q}_{зб_1}) = M_{y_c}(\bar{Q}_{зб_2}) = -Q_{зб_1} \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta, \quad (74)$$

оскільки вектори сил $\bar{Q}_{зб_1}$ та $\bar{Q}_{зб_2}$ паралельні площині $x_1O_1z_1$.

$$M_{y_c}(\bar{P}_1) = M_{y_c}(\bar{P}_2) = P_1 \cos \theta \cdot (-h_k + h - z_1), \quad (75)$$

оскільки вектори сил \bar{P}_1 і \bar{P}_2 паралельні площині $x_1O_1z_1$.

$$M_{y_c}(\bar{F}_1) = M_{y_c}(\bar{F}_2) = F_1 \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta \quad (76)$$

або, враховуючи вираз (26), матимемо:

$$\begin{aligned}
 M_{y_c}(\bar{F}_1) = M_{y_c}(\bar{F}_2) &= \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\
 &\times \sin(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t) \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta, \\
 \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{77}$$

Враховуючи вираз (29), отримаємо:

$$\begin{aligned}
 M_{y_c}(\bar{F}_1) = M_{y_c}(\bar{F}_2) &= f P_1 \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta, \\
 \omega t &\in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{78}$$

$$M_{y_c}(\bar{E}_1) = M_{y_c}(\bar{E}_2) = E_l \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cos \theta. \tag{79}$$

Враховуючи вираз (27), отримаємо:

$$\begin{aligned}
 M_{y_c}(\bar{E}_1) = M_{y_c}(\bar{E}_2) &= \left(\frac{1}{2} f H \cdot \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \cdot \sin \gamma \right) \times \\
 &\times \cos(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \cdot \sin \omega t) \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cos \theta, \\
 \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{80}$$

Враховуючи вираз (30), матимемо:

$$M_{y_c}(\bar{E}_1) = M_{y_c}(\bar{E}_2) = \frac{1}{2} f P_1 \cdot \sin 2\gamma \cdot \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cos \theta, \tag{81}$$

$$\begin{aligned}
 \omega t &\in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots \\
 M_{y_c}(\bar{G}_k) &= 0,
 \end{aligned} \tag{82}$$

$$M_{y_c}(\bar{R}_{z_1}) = 0, \tag{83}$$

оскільки вектори \bar{G}_k і \bar{R}_{z_1} перетинають вісь Cy_c .

Отже, враховуючи вирази (74), (75), (77) або (78), (80) або (81), (82), (83) та момент M пари сил опору розпушеного ґрунту повороту коренеплоду, знаходимо значення обертального моменту $M_{y_c}^e$ усіх зовнішніх сил відносно осі Cy_c , який буде дорівнювати:

$$\begin{aligned}
 M_{y_c}^e &= -2Qz_{z_1} \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta + 2P_1 \cos \theta \cdot (-h_k + h - z_1) + \\
 &+ 2 \cdot \left(\frac{1}{2} f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma \right) \cdot \sin(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \sin \omega t) \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta + \\
 &+ 2 \cdot \left(\frac{1}{2} f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma \right) \cdot \cos(\gamma + \alpha_{K_1 \max} \sin \omega t) \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cdot \cos \theta - M, \\
 \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{84}$$

або

$$\begin{aligned}
 M_{y_c}^e &= 2P_1 \cos \theta \cdot (-h_k + h - z_1) + 2f P_1 \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta + \\
 &+ f P_1 \cdot \sin 2\gamma \cdot \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cdot \cos \theta - M, \\
 \omega t &\in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{85}$$

Момент інерції I_{y_c} коренеплоду відносно осі Cy_c визначається з виразу [8]:

$$I_{y_c} = \left(\frac{3}{80} + \frac{3}{20} \text{tg}^2 \varepsilon \right) m_k h_k^2. \tag{86}$$

Підставляючи вирази (2), (86), (84) або (85) у диференціальне рівняння (73), отримаємо диференціальне рівняння повороту коренеплоду навколо осі Cy_c при безпосередньому вилученні, яке має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{80} + \frac{3}{20} \operatorname{tg}^2 \varepsilon \right) m_k h_k^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -H \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta \cdot \sin \omega t + 2P_1 \cos \theta \cdot (-h_k + h - z_1) + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma \right) \cdot \sin(\gamma + \alpha_{k1 \max} \sin \omega t) \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma \right) \cdot \cos(\gamma + \alpha_{k1 \max} \sin \omega t) \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cdot \cos \theta - M, \end{aligned} \quad (87)$$

$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$

або

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{80} + \frac{3}{20} \operatorname{tg}^2 \varepsilon \right) m_k h_k^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 2P_1 \cos \theta \cdot (-h_k + h - z_1) + 2f P_1 \sin^2 \gamma \times \\ & \times \cos \varepsilon \cdot (-h_k + h - z_1) \sin \theta + f P_1 \sin 2\gamma \cdot \cos \gamma \cdot (-h_k + h - z_1) \cdot \cos \theta - M, \end{aligned} \quad (88)$$

$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$

Початкові умови для отриманого диференціального рівняння визначаємо з тих же міркувань, що і початкові умови (52). Зазначені початкові умови мають наступний вигляд:

при $t=0$:

$$\theta = 0, \quad \dot{\theta} = 0. \quad (89)$$

Диференціальне рівняння (87) є нелінійним. Розв'язати його можна наближеними чисельними методами з застосуванням ПЕОМ, причому для кожного кроку застосування чисельного алгоритму значення z_1 необхідно знаходити з другого рівняння системи (64) для відповідного моменту часу t_k . Диференціальне рівняння (88) через входження в нього величини z_1 , яка є змінною, також є нелінійним, і для кожного моменту часу t_k згадану величину z_1 необхідно визначати з другого рівняння системи (72).

Таким чином, аналітично досліджено процес безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту при вібраційному викопуванні цукрових буряків. Отримані результати дають можливість визначати кінематичні режими вібраційного викопування коренеплодів з умов їхнього непошкодження та конструктивні параметри вібраційних викопуючих органів.

Висновки:

1. Складені диференціальні рівняння, що описують плоскопаралельний рух коренеплоду у ґрунті при його безпосередньому вилученні, який здійснюється під дією вертикальної збуруючої сили, що надається коренеплоду від вібраційного викопуючого органу, та тягового зусилля, що виникає внаслідок поступального руху копача.

2. Розв'язок даних диференціальних рівнянь дав можливість знайти закон руху коренеплоду у повздовжньо - вертикальній площині при безпосередньому вилученні з ґрунту.

3. Отримані результати дають можливість визначати кінематичні режими вібраційного викопування коренеплодів з умов їхнього непошкодження та конструктивні параметри вібраційних викопуючих органів.

Список літератури

1. Василенко П.М., Погорельый Л.В., Брей В.В. Вибрационный способ уборки корнеплодов // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства, 1970, №2. – С.9 – 13.
2. Свеклоуборочные машины (конструирование и расчет) // Л.В. Погорельый, Н.В. Татьянко, В.В. Брей и др.; под общ. ред. Л.В. Погорелого. – К.: Техника, 1983. – 168с.
3. Булгаков В.М., Головач І.В., Войтюк Д.Г. Теорія вібраційного викопування коренеплодів. – Збірник наукових праць Національного аграрного університету "Механізація сільськогосподарського виробництва", 2003. Том XIV. – С. 34 – 86.

4. Булгаков В.М., Головач І.В., Войтюк Д.Г. Теорія поперечних коливань коренеплоду при вібраційному викопуванні. – Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Випуск 18. Мелітополь, 2004. – С. 8 – 24.
5. Булгаков В.М., Головач І.В. Про вимушені поперечні коливання тіла коренеплоду при вібраційному викопуванні. – Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць, випуск 39. Харків: ХНТУСГ, 2005. – С. 23 – 39.
6. В Булгаков, І Головач. Розробка математичної моделі вилучення коренеплоду з ґрунту. // Техніка АПК, 2006, №6, 7, 8. С. 36 – 38.
7. Булгаков В.М., Головач І.В. Уточнена теорія викопуючого робочого органу лемішного типу // Вісник аграрної науки Причорномор'я. Спеціальний випуск 4(18). Том I. – Миколаїв: МДАУ, 2002. – С. 37–63.
8. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Том II Динамика. – М.: Наука, 1985. – 496 с.

И.Головач, Н.Березовой, Н.Свирень, В.Пришляк

Теория выкапывания корнеплодов вибрационным способом

Составлена математическая модель, которая описывает процесс непосредственного извлечения корнеплода из почвы осуществляемого под действием вертикальной возмущающей силы и тягового усилия, которые предоставляются корнеплоду от выкапывающего рабочего органа. Получена система дифференциальных уравнений, решение которой дало возможность определить закон движения корнеплода в процессе его непосредственного извлечения.

I.Holovach, M.Berezovyy, M.Sviren, V.Pruchliak

The theory of excavation of root crops in the vibrating way

The mathematical model which describes process of direct extraction of a root crop of soil carried out under the influence of vertical revolting force and traction effort which are given to a root crop from the digging out worker of body is made. The system of the differential equations which decision has given the chance to define the law of movement of a root crop in the course of its direct extraction is received.

Одержано 18.09.11