I. Lukianov
Kharkov National Technical University of Agriculture named after P. Vasylenko, city of Kharkov

Determination of the proper tension of belts for noria - elevators and development of the methods of the tension control

The methods used for the determination of the tension value of the belts of noria - elevators with two-step tension control have been described.

The tension value based on the use of the design factors of thrust obtained during the investigation of the elastic belt motion along the wrap arc of the driving pulley taking into consideration the friction was determined using the program system of the finite-element "ANSYS" system. The obtained values of the thrust coefficient were checked and specified during the experiment using the working elevator. The proposed method of tension control consists in the measurement of the rotation moment of the tensioning screw of continuous bucket elevator and high precision adjustment of the rotation frequency of the tension pulley.

The developed techniques used for the determination of the belt tension and two-step method of the tension control allow us to provide a reliable tractive ability for the driving pulleys of noria in the optimal mode without any slipping.

noria, tractive ability, elastic motion, thrust coefficient, tension control, measurement techniques

Получено 20.11.13

УДК 681.513.5

О.П. Лобок, доц., канд. фіз.-мат. наук, Б.М. Гончаренко, проф., д-р техн. наук
Національний університет харчових технологій
Л.Г. Віхрова, проф., канд. техн. наук
Кіровоградський національний технічний університет

Особливості синтезу робастних регуляторів для випадків повного та неповного вимірювання вектора стану об'єкта

Наведені визначення та відмінні особливості оптимальних робастних систем. Розглянуті види невизначеностей. Визначені норми робастної стійкості: H_∞ і H^2 . Завдання синтезу робастного регулятора при параметричній невизначеності зводиться до розв'язання рівняння Лур'є-Ріккаті, що гарантує робастність на певній множині його параметрів. Наводиться фізичний сенс H_∞ норми, як максимального значення амплітудно-частотної характеристики. Розглянутий зміст синтезу робастного керування у формі функції від стану і моменту часу для випадків повного і неповного вимірювання вектора стану об'єктів (серед інших і сільськогосподарського призначення). Для останніх розглянуті властивості спостерігачів.

оптимізаційна задача, робастність, норми робастної стійкості, синтез робастного регулятора, рівняння Лур'є-Ріккаті, вектор стану, повне і неповне вимірювання, спостерігач

А.П. Лобок, Б.Н. Гончаренко
Национальный университет пищевых технологий
Л.Г. Вихрова
Кировоградский национальный технический университет

Особенности синтеза робастных регуляторов для случаев полного и неполного измерения вектора состояния объекта

Приведены определения и отличительные особенности оптимальных робастных систем. Рассмотрены виды неопределенностей. Определены нормы робастной устойчивости: H_∞ и H^2. Задача синтеза робастного регулятора при параметрической неопределенности сводится к решению уравнения Лурье-Риккати, что гарантирует робастность на определенном множестве его параметров. Приводится физический смысл H_∞ нормы, как максимального значения амплитудно-частотной характеристики. Рассмотрено содержание синтеза робастного управления в форме функции от состояния и момента времени для случаев полного и неполного измерения вектора состояния объектов (среди других и сельскохозяйственного назначения). Для последних рассмотрены свойства наблюдателей.

оптимизационная задача, робастность, нормы робастной стойкости, синтез робастного регулятора, уравнение Лурье-Риккати, вектор состояния, полное и неполное измерение, наблюдатель

Вступ. В галузі керування для лінійного керованого об’єкта годі й уявити чогось кращого за визначенням ніж оптимальне керування. Але нелінійні системи оптимальної стабілізації часом можуть бути не грубими (тобто чутливими до небажаних змін). Це означає, що за певних умов малі відхилення параметрів системи від розрахункових значень можуть призводити до нестійкості системи, коли вона втрачає працездатність.

Це привело до подальшого розвитку теорії оптимального керування з виділенням класу об’єктів, в тому числі і в сільськогосподарській галузі, для яких можуть бути побудовані грубі оптимальні системи, або як їх називають – робастні, на основі, відповідно, робастних регуляторів.

Постановка проблеми та аналіз останніх досягнень. Дослівно термін "робастного керування" означає "грубе (нечутливе до небажаних змін) керування", тобто керування з певним запасом, наприклад, за стійкістю. Теорія робастного керування [1] впритул зацікавила вчених з 90-х років, хоча деякі фундаментальні ідеї робастності (наприклад, виділення областей стійкості в просторі параметрів) походять ще від Вишнеградського. Перші результати в цій області стосувалися аналізу систем з невизначеностями – вдалося побудувати робастні аналоги основних критеріїв стійкості лінійних систем. Серйозні результати були отримані і в робастному синтезі (проектування регуляторів для робастних систем).

Практична цінність застосування робастного керування пов'язана з тим, що синтезована за критеріями стійкості оптимальна система керування може мати меншу чутливість до зміни параметрів або більшу. У першому випадку говорять про грубість системи або про її робастность, у другому – система практично непрацездатна, оскільки щонайменше відхилення параметрів (їхня невизначенність) веде до втрати стійкості. Таким чином, постановка задачі робастного керування пов'язана з вимогою збереження працездатності системи за наявності невизначеностей в її описі.

Розрізняють три види невизначеностей: параметричну, коли неточно відомі параметри об'єкта; структурну, коли точно не відома структура об'єкта; змішану, коли неточно задані і параметри і структура.

Система буде стійкою робастною, якщо за кореневим критерієм стійкості всі корені її характеристичного рівняння лежать в лівій комплексній кореневій півплощині.

У теорії робастного керування використовують поняття H_∞ і H^2 норм стійкості. Для одновимірних систем H_∞ норма – це максимум модуля частотної передавальної функції (амплітудно-фазової характеристики) при зміні частоти від нуля до нескінченності. Наприклад, показник коливальності – це H_∞ норма передавальної функції, яка зв’язує регульовану змінну із за давальною дією.

Використання H_∞ норми дозволило застосувати для побудови оптимального керування, що забезпечує мінімум цієї норми, відомі методи теорії функцій комплексної змінної (теорема Нехарі, інтерполяція Неванліни-Піка). Пізніше був запропонований метод побудови H_∞ – субоптимального керування, так званий

2-Ріккаті підхід, який розвиває результати, отримані при розробці оптимальних стохастичних систем, на випадок, коли зовнішні збурення і завади є невідомими затухаючими функціями з невідомими статистичними характеристиками, або H^2 підхід.

H^2 норма матричної передавальної функції *G (p)* є

$$\|G(p)\|_{\infty} = ess \sup \bar{\sigma}(G(j\omega)), \tag{1}$$

де $\bar{\sigma}(a)$ –максимальне сингулярне власне значення матриці *a*.

У скалярному випадку H_{∞} норма є максимальним значенням модуля частотної характеристики $|G(j\omega)|$.

Квадратична або H_{∞} норма матричної передавальної функції *G(p)* має вигляд

$$\|G(p)\| \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} fr[G^{\infty}(j\omega)G(j\omega)]d\omega} . \tag{2}$$

У скалярному випадку ця норма дорівнює інтегралу від квадрата модуля частотної характеристики $|G(j\omega)|^2$.

Нехай тепер невизначеність в описі об'єкта задана у вигляді передавальної функції $\Delta(p)$ з обмеженою нормою, тобто

$$\|\Delta(p)\|_{\infty} \le c . \tag{3}$$

Це може бути як параметрична невизначеність, так і структурна для об'єкта керування, заданого передавальною функцією $G_0(p)$.

Передбачається, що число правих полюсів *П* об'єкта з невизначеністю $\Delta(p)$ не змінюється, тобто

$$\Pi[G(p)] = \Pi[G_{\Delta}(p)] . \tag{4}$$

Тоді регулятор $K = K(p)$ стабілізує об'єкт з невизначеністю, якщо він стабілізує вихідний об'єкт $G_0(p)$ і H_{∞} норма передавальної функції замкнутої системи обмежена[2]

$$\left\| G_0(p)K(p)(I - G_0(p)K(p))^{-1} \right\|_{\infty} \prec c^{-1}. \tag{5}$$

Отриманий результат зводить завдання синтезу робастного регулятора при параметричної невизначеності до розв’язку рівняння Лур'є-Ріккаті.

Нехай об'єкт описується матричним рівнянням

$$\dot{X} = A(\theta)X + BU , \tag{6}$$

де *A* і *B* – стійкі матриці;

θ – параметрична невизначеність, яка задовольняє нерівність

$$\|A(\theta) - A(\theta)\| \le l_A \|\theta - \theta_0\|, \quad A_0 = A(\theta_0) . \tag{7}$$

За цих умов зворотний зв'язок

$$U = -kX ,$$

з регулятором виду

$$K = \lim_{z \to 0} \varepsilon^{-1} B^T P(\varepsilon) , \quad P(\varepsilon) \succ 0 , \tag{8}$$

що задовольняє рівняння Лур'є-Ріккаті

$$A_0^T P + PA_0 - \varepsilon^{-1} PBB^T P + 1 = 0 \quad , \tag{9}$$

і гарантує робастність замкненої системи на множині

$$\left\|\theta-\theta_0\right\| = \rho \prec (2\|Q\|^{-1} l_A \left\|P_0\right\|_2)^{-1}, \;\; P_0 = \lim_{z\to 0} P(\varepsilon). \tag{10}$$

З вищевикладеного випливає, що робастний регулятор гарантує стійкість замкненої системи керування, якщо незмінна в часі параметрична або незмінна за часом структурна невизначеність належить деякій множині. Разом з тим, не гарантується стійкость замкненої системи керування навіть при досить малих змінах у часі з іншої множини.

Мета статті. Визначення можливості застосування теорії оптимального робастного керування до синтезу працездатних (робастних) систем в умовах невизначеності.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо [3] оптимальну систему, що описується рівняннями:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + \psi(t)f_1(t),\; y(t) = D(t)x(t) + f_2(t),\; \theta(t) = N(t)x(t), \tag{11}$$
$$\dot{x}_p(t) = A_p(t)x_p(t) + B_p(t)y_p(t),\; u(t) = D_p(t)x_p(t) + F_p(t)y(t). \tag{12}$$

Побудуємо матрицю $T_{\theta\overline{f}}(s)$ зв'язку вектора регульованих змінних $\theta(t)$ з вектором збурень $\overline{f}(t) = \left[\, f_1^T(t), f_2^T(t) \,\right]^T$, які складаються із зовнішніх діянь і завад.

Рівняння об'єкта (11) можна записати так:

$$\theta(s) = P_{11}(s)\overline{f} + P_{12}(s)u,\;\; y = P_{21}(s)\overline{f} + P_{22}(s)u, \tag{13}$$

де

$$P_{11}(s) = N(Es-A)^{-1}\overline{\psi},\;\; P_{12}(s) = N(Es-A)^{-1}B, \tag{14}$$
$$P_{21}(s) = \left[D(ES-A)^{-1}\psi, E_r\right],\;\; P_{22}(s) = D(Es-A)^{-1}B,\;\; \overline{\psi} = [\psi, O_{r\times f_2}], \tag{15}$$

$P_{21}(s)$ – об'єднання $D(ES-A)^{-1}\psi$ і одиничної матриці розмірності $r\times r$; $\overline{\psi}$ – об'єднання ψ і нульової матриці розмірністю $n\times f_2$.

Рівняння регулятора (12) запишемо у вигляді:

$$u = K(s)y, \tag{16}$$

де $K(s) = D_p(Es-A_p)^{-1}B_p + F_p$.

Підставимо [4] вираз для вимірюваного вектора (14) в (16) і отримаємо:

$$\begin{aligned}
&u = K(s)(P_{21}(s)\overline{f} + P_{22}(s)u) = K(s)P_{21}(s)\overline{f} + K(s)P_{22}(s)u;\\
&u - K(s)P_{22}(s)u = K(s)P_{21}(s)\overline{f} \Rightarrow (E-K(s)P_{22}(s))u = K(s)P_{21}(s)\overline{f} \Rightarrow\\
&\Rightarrow u = \underbrace{\left[E-K(s)P_{22}(s)\right]^{-1}K(s)P_{21}(s)}_{\substack{\parallel\\ T_{u\overline{f}}(s)}}\overline{f}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Позначивши через $T_{u\overline{f}}(s)$ співвідношення

$$T_{u\overline{f}}(s) = \left[E-K(s)P_{22}(s)\right]^{-1}K(s)P_{21}(s), \tag{18}$$

перепишемо (17) так

$$u = T_{u\overline{f}}(s)\overline{f}. \tag{19}$$

Остання рівність дає змогу трансформувати вираз для регульованого вектора (13) таким чином:

$$\theta(s) = P_{11}(s)\overline{f} + P_{12}(s)u = P_{11}(s)\overline{f} + P_{12}(s)\underbrace{\left[E - K(s)P_{22}(s)\right]^{-1}K(s)P_{21}(s)}_{\substack{\parallel \\ T_{u\overline{f}}(s)}}\overline{f}$$

$$= \underbrace{\left[P_{11}(s) + P_{12}(s)T_{u\overline{f}}(s)\right]}_{\substack{\parallel \\ T_{\theta\overline{f}}(s)}}\overline{f}, \tag{20}$$

або

$$\theta(s) = T_{\theta\overline{f}}(s)\overline{f}\,, \tag{21}$$

де

$$T_{\theta\overline{f}}(s) = P_{11}(s) + P_{12}(s)\left[E - K(s)P_{22}(s)\right]^{-1}K(s)P_{21}(s)\,. \tag{22}$$

Приймемо

$$s = j\omega\,, \tag{23}$$

де $j = \sqrt{-1}$;

ω – частота,

тоді матриця $T_{\theta\overline{f}}(j\omega)$ – частотна передавальна матриця системи (11), (12).

Тепер розглянемо [5] задану матрицю чисел T розмірністю $m \times \mu$. Якщо ця матриця квадратна ($m = \mu$), то її власні значення $\lambda_i[T]$ $(i = \overline{1,m})$ знаходяться як корені поліному $d(s) = \det(Es - T)$. Якщо $m \neq \mu$, то такий поліном побудувати не можна, тому знаходять сингулярні числа $\sigma_i[T]$ $(i = overline 1,\mu)$, які в загальному випадку комплексної матриці визначаються так:

$$\sigma_i[T] = \sqrt{\lambda_i[T^*T]} \quad (i = \overline{1,\mu}), \tag{24}$$

де T^*– комплексно-спряжена з T і транспонована матриця (якщо $T = T_1 + jT_2$, $T^* = [T_1 + jT_2]^T = T_1^T + jT_2^T$).

Нехай матриця T є функцією $j\omega$:

$$T(j\omega) = T_1(j\omega) + jT_2(\omega)\,, \tag{25}$$

Тоді сингулярні числа залежать від ω:

$$\sigma_i[T(j\omega)] = \sqrt{\lambda_i[T_{\theta\overline{f}}^T(-j\omega) * T_{\theta\overline{f}}(j\omega)]} \quad (i = \overline{1,\mu})\,. \tag{26}$$

Повертаючись до передавальної матриці системи, запишемо:

$$\sigma_i[T_{\theta\overline{f}}(j\omega)] = \sqrt{\lambda_i[T_{\theta\overline{f}}^T(-j\omega) * T_{\theta\overline{f}}(j\omega)]} \quad (i = \overline{1,\mu})\,. \tag{27}$$

H_∞ є нормою передавальної функції $T_{\theta\overline{f}}(j\omega)$, яка позначається як $\left\|T_{\theta\overline{f}}(j\omega)\right\|_\infty$ або просто $\left\|T_{\theta\overline{f}}\right\|_\infty$, так називають число

$$\left\|T_{\theta\overline{f}}(j\omega)\right\|_\infty = \max_{1\le i\le m}\ \sup_{0\le\omega\le\infty}\left[\sigma_1[T_{\theta\overline{f}}(j\omega)],...,\sigma_m[T_{\theta\overline{f}}(j\omega)]\right]. \qquad (28)$$

Фізичний зміст цього числа полягає в наступному. Нехай система має скалярну регульовану змінну ($m=1$). В такому випадку

$$\lambda_1[T_{\theta\overline{f}}(-j\omega)*T_{\theta\overline{f}}(j\omega)] = \left|T_{\theta\overline{f}}(j\omega)\right|^2 = a_1^2(\omega),$$

де $a_1(\omega)$ – амплітуда коливань регульованої змінної системи, збуреної гармонічним діянням $\overline{f_1} = 1\cdot\sin\omega t$, і H_∞ норма передавальної функції системи $\left\|T_{\theta\overline{f}}\right\|_\infty = \sup\limits_{0\le\omega\le\infty}\left|a_1^2(\omega)\right|$ є усталеним максимальним значенням амплітуди коливань при різних значеннях частоти ω.

В загальному випадку фізичний зміст H_∞ норми розкривається її наступною властивістю [6]: якщо система (11), (12) під гармонічним діянням

$$\overline{f}(t) = \overline{f^s}\sin\omega^f t,$$

де f^s – заданий μ-мірний вектор чисел;

ω^f – частота збурення,

то відношення суми квадратів амплітуд виходу і суми квадратів амплітуд входу задовольняє нерівність

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{m} a_i^2(\omega^f)}{\sum\limits_{k=1}^{\mu}\left(\overline{f_k^s}\right)^2} \le \left\|T_{\theta\overline{f}}(j\omega^f)\right\|_\infty \qquad \forall\omega^f : 0\le\omega^f<\infty. \qquad (29)$$

Таким чином, H_∞ норма показує у скільки разів може змінитися енергія сигналу при проходженні через дану лінійну систему. Крім того H_∞ норма є амплітудно-частотною характеристикою системи.

При розробленні робастного H_∞ регулятора для випадку повного вимірювання вектора стану системи вибір керування у формі функції від стану і моменту часу називають синтезом керування

$$u = \varphi(x,t). \qquad (30)$$

Функція $\varphi(x,t)$, в принципі, може бути нелінійною за *x,* існують різні підходи (наприклад динамічне програмування), що дозволяють вирішувати задачу оптимального синтезу при деяких постановках задачі оптимального керування. Однак після вибору керування у формі (30) рівняння стану стає нелінійним і нестаціонарним. Тому в даному пункті ми обмежимося випадком статичного лінійного зворотного зв'язку за вектором стану

$$u = Kx, \qquad (31)$$

де матриця підсилення $K\in R^{m\times n}$ не залежить від *t*.

Виявляється, у багатьох завданнях керування такого типу забезпечує найкраще значення критерію оптимальності в класі будь-яких керувань, тобто перехід до нелінійних систем з нестаціонарним зворотним зв'язком не покращує критерію якості.

При розробленні робастного H_∞ регулятора для випадку неповного виміру вектора стану [7] розглянемо об'єкт керування, збурений рух якого описується рівнянням

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, x(t_0) = x^{(0)}, \tag{32}$$

і нехай у результаті синтезу отримано оптимальне керування

$$u = C'(t)x. \tag{33}$$

Реалізація такого керування часто ускладнена тим, що не всі змінні стану об'єкта доступні безпосередньому вимірюванню, але можна виміряти лише компоненти деякого r-мірного вектора y, пов'язані з змінними співвідношенням

$$y = D(t)x \tag{34}$$

У зв'язку з цим виникає завдання відновлення (спостереження, оцінки) вектора $x(t)$ за результатами вимірювання $y(t)$ на інтервалі $[t_0, t]$. Після того, як вектор стану відновлений, можна реалізувати керування, замінюючи в ньому дійсний стан відновленим вектором стану.

У цьому спостерігачі порівнюється виміряне значення вектора y з відновленим значенням D(t)€. Ця корекція помилкового відновлення підсилюється матрицею $K(t)$. При $K(t)$=0 спостерігач збігається з найпростішим. Якщо існує матриця $K(t)$ спостерігача, така, що спостерігач асимптотамитично стійкий, то помилка відновлення має властивість $\lim_{t\to 0} e(t) = 0$.

Висновки: Здійснений аналіз норм робастної стійкості оптимальних систем керування. Показано, що завдання синтезу робастного регулятора при параметричній невизначеності зводиться до розв'язання рівняння Лур'є-Рікатті, що гарантує робастність синтезованої системи на певній множині її параметрів. Наведений фізичний зміст H_∞ норми робастної стійкості. Розглянутий зміст синтезу робастного керування для випадків повного і неповного вимірювання вектора стану системи.

Список літератури

1. Краснощёченко, В.И. Синтез регуляторов для нелинейных систем управления, проводимых в канонической форме Бруновского [Текст]: / В.И Красношёченко //Труды –М.: МГТУ, 1998. – Вып 571. – С.3-9 .
2. Мышляев, Ю.И. Синтез систем управления с настраиваемой плоскостью скольжения. задача слежения, линейные объекты [Текст] / Ю.И. Мышляев, С.В. Мышляева //Труды –М.: МГТУ им Н.Э. Баумана, 2000. –Вып. 577. – С.129-132.
3. Дружинина, М.В. Методы адаптивного управления нелинейными объектами по выходу (обзор) [Текс] / М.В. Дружинина, В.О. Никифоров, А.Л. Фрадков // Автоматика и телемеханика. – 1996. – Вып.1. – С.8-12.
4. Фомин, В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами [Текст] / В.Н. Фомин, А.Л. Фрадков, В.А. Якубович. — М.: Наука, 1981. – 245 с.
5. Позняк А.С. H_∞-теория управления: феномен, достижения, перспективы, открытые проблемы [Текст] / А. С. Позняк, Г. Г. Серебряков, А. В. Семенов, Е. А. Федосов. - М.: ГосНИИАС, 1990. – С.185-186.
6. Поляк Б. Т. Сверхустойчивые системы управления, Пленарные доклады 12-й Байкальской междунар. Конф [Текст] / Б.Т. Поляк // "Методы оптимизации и их приложения", И.: КОНФ.– 2001. – С.209-218.
7. Поляк Б. Т.Частотные критерии робастной устойчивости и апериодичности линейных систем [Текс] / Б. Т. Поляк, Я. З. Цыпкин // Автом. Телемех - М.: Наука, 1990. – Вып.9. – С.45-47.

O. Lobok, **B. Goncharenko**
National University of Food Technologies
L. Vihrova
Kirovograd National Technical University

Features of syntesis of robust controllers for cases of complete and incomplete measurements state vector of the object

Are the definitions and characteristics of the optimal robust systems.The types of uncertainties. Set standards for Robust Stability: H_∞ and H^2.

The problem of synthesis of robust controller with parametric uncertainty is reduced to the solution of the Riccati-Lurie, which guarantees robustness in a certain set of parameters. Provides the physical meaning of the H_∞ norm as the maximum value of the amplitude-frequency response.Examined the content of the synthesis of robust control in the form of a function of the state and the point in time for the cases of complete and incomplete measurement of the state vector objects (among others, and for agricultural use).For the latter, we study the properties of observers.

optimization problem, robustness, norms of robust stability, the synthesis of robust controller, Lurie-Riccati equation, state vector, complete and incomhlete measurement, observer

Одержано 08.10.13

УДК 622.6

В.С. Ловейкін, проф., д-р техн. наук, Ю.В. Човнюк, доц., канд. техн. наук, А.П. Сачик, асп.
Національний університет біоресурсів і природокористування України

Застосування методів математичної фізики у дослідженні динаміки канатів змінної довжини

Рух канату змінної довжини описаний за допомогою інтегро-диференціального рівняння зі змінними у часі параметрами. Інтегрування вказаних рівнянь приведене із застосуванням методів математичної фізики.

методи, математична фізика, динаміка, канат, змінна довжина

В.С. Ловейкин, Ю.В. Човнюк, А.П. Сачик
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Применение методов математической физики в исследовании динамики канатов переменной длины

Движение каната переменной длины описано с помощью интегро-дифференциального уравнения с изменяющимися во времени параметрами. Интегрирование указанных уравнений проведено с использованием методов математической физики.

методы, математическая физика, динамика, канат, переменная длина

Постановка проблеми. Більшість досліджень динаміки шахтних підйомних канатів, а також канатів вантажопідйомних кранів базується на рівняннях поздовжніх коливань пружного стрижня.

Розмаїття моделей, які використовуються для динамічного розрахунку шахтних підйомних установок (механізмів підйому вантажу кранів), можна умовно розділити на дві групи. До першої відносяться розрахункові моделі, протяжні елементи котрих