

O. Lobok, B. Goncharenko

National University of Food Technologies

L. Vihrova

Kirovograd National Technical University

Features of synthesis of robust controllers for cases of complete and incomplete measurements state vector of the object

Are the definitions and characteristics of the optimal robust systems. The types of uncertainties. Set standards for Robust Stability: H_∞ and H^2 .

The problem of synthesis of robust controller with parametric uncertainty is reduced to the solution of the Riccati-Lurie, which guarantees robustness in a certain set of parameters. Provides the physical meaning of the H_∞ norm as the maximum value of the amplitude-frequency response. Examined the content of the synthesis of robust control in the form of a function of the state and the point in time for the cases of complete and incomplete measurement of the state vector objects (among others, and for agricultural use). For the latter, we study the properties of observers.

optimization problem, robustness, norms of robust stability, the synthesis of robust controller, Lurie-Riccati equation, state vector, complete and incomplete measurement, observer

Одержано 08.10.13

УДК 622.6

В.С. Ловейкін, проф., д-р техн. наук, Ю.В. Човнюк, доц., канд. техн. наук, А.П. Сачик, асп.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Застосування методів математичної фізики у дослідженні динаміки канатів змінної довжини

Рух канату змінної довжини описаний за допомогою інтегро-диференціального рівняння зі змінними у часі параметрами. Інтегрування вказаних рівнянь приведені із застосуванням методів математичної фізики.

методи, математична фізика, динаміка, канат, змінна довжина

В.С. Ловейкин, Ю.В. Човнюк, А.П. Сачик

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Применение методов математической физики в исследовании динамики канатов переменной длины

Движение каната переменной длины описано с помощью интегро-дифференциального уравнения с изменяющимися во времени параметрами. Интегрирование указанных уравнений проведено с использованием методов математической физики.

методы, математическая физика, динамика, канат, переменная длина

Постановка проблеми. Більшість досліджень динаміки шахтних підйомних канатів, а також канатів вантажопідйомних кранів базується на рівняннях поздовжніх коливань пружного стрижня.

Розмаїття моделей, які використовуються для динамічного розрахунку шахтних підйомних установок (механізмів підйому вантажу кранів), можна умовно розділити на дві групи. До першої відносяться розрахункові моделі, протяжні елементи котрих

мають фіксовану, наперед задану довжину. Вони досить вдало описують більшість розрахункових режимів роботи вказаних канатів у момент пуску і гальмування підйомної установки. Такі механічні системи успішно розв'язуються методом розділення змінних (класичний метод Фур'є, відомий у математичній фізиці). До другої групи відносяться розрахункові моделі, протяжні елементи котрих мають змінну довжину. Перші спроби розгляду, наприклад, шахтних канатів як систем змінної довжини були зроблені ще у кінці 20-х років ХХ ст. О.С. Локшиним [1], хоча прийняті ним розрахункові схеми виявились фізично недостатньо коректними.

Слід зазначити, що пружна нитка (або канат) з вантажем на кінці представляє собою механічну систему з нескінченним числом ступенів вільності руху. Наявність неминучого внутрішнього тертя матеріалу канат, а також тертя вантажу з повітрям призводять до порівняно швидкого зникнення зі спектру коливань системи всіх вищих частот, тобто до так званого звільнення основного тону. Остання обставина робить можливим наближений розгляд канату з вантажем на кінці як механічної системи з одним ступенем вільності руху.

Наприклад, згідно методу Релея, у випадку каната постійної довжини вважають, що всі елементи системи здійснюють гармонічні руху з однією й тією ж фазою. Амплітуди цих рухів приймаються пропорціональними статичним переміщенням елементів системи під дією підвішеного вантажу. Далі складаються вирази кінетичної й потенціальної енергії системи й використовується рівняння Лагранжа другого роду, причому за узагальнену координату приймають переміщення вантажу.

У кінцевому випадку задача зводиться до звичайного диференціального рівняння гармонічних коливань, котре має той самий вид, що і у випадку каната постійної довжини, який немає маси, однак маса вантажу виявляється немов би збільшена на одну третину маси канату (так звана поправка Релея).

Безпосереднє застосування методу Релея до каната змінної довжини зустрічає ускладнення, обумовлені складністю граничних умов, а також тим, що рівняння Лагранжа другого роду застосовують для систем, маси котрих у процесі руху не змінюються.

Зараз розповсюдження набули аналітичні методи, які використовуються при розв'язку задач динаміки канатів змінної довжини, серед котрих слід зазначити перш за все методи розповсюджуваних хвиль й інтегро-диференціальних рівнянь зі змінними у часі ядрами та межами інтегрування. На думку авторів даної роботи, вказані методи вимагають подальшого вдосконалення та уточнення.

Аналіз публікацій по темі дослідження.

На можливість розв'язку задач динаміки каната змінної довжини методом розповсюджуваних хвиль вперше вказав Н.П. Неронов [2]. Однак накреслений ним шлях розв'язку виявився надто важким щодо реалізації. Рівняння поздовжніх рухів каната змінної довжини та інтегро-диференціальні співвідношення для них запропонував О.Ю. Ішлінський [3,4]. Рух нитки (каната) змінної довжини за допомогою інтегро-диференціальних рівнянь зі змінними у часі параметрами описаний у монографіях [5,6]. Для наближеного розв'язку отриманих рівнянь використані асимптотичні методи нелінійної механіки. Складність вказаних аналітичних методів ускладнює їх застосування у інженерній практиці, а степінь розробки цих методів ще недостатня для успішної їх формалізації на ПЕОМ [1].

Одним з перспективних шляхів розв'язку задач динаміки каната змінної довжини є використання інтегро-диференціальних співвідношень [7], які дозволяють інтегрувати рівняння руху об'єкту змінної довжини, й, по суті, звести розв'язок до вирішення задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь з аргументом, що відхиляється, й котрий у чисельній формі можна отримати на ПЕОМ [8,9].

Результати цитованих вище робіт будуть використані у даному дослідженні.

Мета роботи полягає у встановленні основних кінематично-силових параметрів механічних систем, до складу яких входять канати змінної довжини, що піднімають вантаж, на основі обґрунтованої нелінійної моделі вказаного каната, котра описується інтегро-диференціальним рівнянням руху і може бути зведена до звичайного диференціального рівняння зі змінними у часі коефіцієнтами.

Виклад основного змісту дослідження

1. Поздовжні коливання каната постійної довжини.

Розглянемо спочатку вимушені коливання важкого каната (у межах моделі стрижня з пружними властивостями). При цьому використовуємо підходи, розвинуті у роботі [10].

Припустимо, що ми маємо справу з доволі важким і у той час легко розтяжним стрижнем (канатом), довжина котрого у не розтягнутому стані l . Підвісимо його за кінець $x=0$, а кінець $x=l$ навантажимо, підвішуючи до нього вантаж вагою $P=mg$ (m – маса, g – прискорення вільного падіння). Площа поперечного перерізу каната – незмінна і має величину S . Під впливом сили тяжіння такий канат почне здійснювати поздовжні коливання. Якщо позначити через $u(x,t)$ переміщення перерізу канату з абсцисою x у момент часу t , тоді диференціальне рівняння вимушених коливань такого канату буде мати вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g, \quad (1)$$

де $a^2 = E/\rho$;

E – модуль пружності матеріалу канату;

ρ – його щільність.

Граничні умови окресленої задачі мають вид:

$$u|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -c^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l}, \quad c = \sqrt{\frac{gES}{P}}. \quad (2)$$

Функції $f(x)$ й $F(x)$ є неперервними й принаймні один раз диференційованими по x . Кожна з них відповідно, означає початкове переміщення та його швидкість вподовж канату (у момент $t=0$)/

Початкові умови мають вигляд:

$$u|_{t=0} = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = F(x). \quad (3)$$

Слід зазначити, що у роботі [10] при визначенні C допущена неточність. У даному дослідженні вказана неточність (відсутність параметру каната S у визначенні C) відсутня.

Розв'язок задачі (1)-(3) має наступний вигляд:

$$u(x, t) = \frac{g \cdot x \cdot (2l - x)}{2a^2} - \frac{16gl^2}{\pi^3 \cdot a^2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos\left[\frac{(2k+1)\pi at}{2l}\right] \cdot \sin\left[\frac{(2k+1)\pi x}{2l}\right]}{(2k+1)^3} \right\} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cdot \cos\left(\frac{\mu_k at}{l}\right) + b_k \cdot \sin\left(\frac{\mu_k at}{l}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{\mu_k x}{l}\right) \quad (4)$$

де $\mu_k, k=1,2,3, \dots$ є коренями трансцендентного рівняння:

$$\mu \cdot \sin(\mu) - \frac{lc^2}{a^2} \cdot \cos(\mu) = 0, \quad \frac{lc^2}{a^2} > 0, \quad (5)$$

а коефіцієнти $(a_k, b_k), k=1,2,3, \dots$ визначаються зі співвідношення:

$$\begin{cases} a_k = \frac{4}{(2\mu_k + \sin 2\mu_k)} \cdot \int_0^l f'(x) \cdot \cos\left(\frac{\mu_k \cdot x}{l}\right) dx, \\ b_k = \frac{4l}{a \cdot \mu_k \cdot (2\mu_k + \sin 2\mu_k)} \cdot \int_0^l F'(x) \cdot \cos\left(\frac{\mu_k \cdot x}{l}\right) dx. \end{cases} \quad (6)$$

Зазвичай початкові умови нульові:

$$u|_{t=0} = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad (7)$$

тоді останній член у (4) дорівнює нулю, бо $a_k = b_k = 0$.

Формула (4) набуває виду:

$$u(x, t) = \frac{g \cdot x \cdot (2l - x)}{2a^2} - \frac{16gl^2}{\pi^3 \cdot a^2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos\left[\frac{(2k+1)\pi at}{2l}\right] \cdot \sin\left[\frac{(2k+1)\pi x}{2l}\right]}{(2k+1)^3} \right\}. \quad (8)$$

За допомогою (8) розрахуємо, у яких межах змінюється у цьому випадку довжина усього канату. Насправді, покладаючи у формулі (8) $x=l$, отримаємо відносно переміщення кінцевого перерізу канату:

$$u(x, t)|_{x=l} = \frac{gl^2}{2a^2} - \frac{16gl^2}{\pi^3 \cdot a^2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3} \cdot \cos\left[\frac{(2k+1)\pi at}{2l}\right]. \quad (9)$$

Права частина цієї рівності (9) досягає свого найбільшого значення при $t = \frac{2l}{a}$, звідки:

$$u_{\max} = \frac{gl^2}{2a^2} + \frac{16gl^2}{\pi^3 \cdot a^2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}. \quad (10)$$

Оскільки відомо, що

$$u \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3} = \frac{\pi^3}{32}. \quad (11)$$

Знаходимо найбільше переміщення кінцевого перерізу каната:

$$u_{\max} = \frac{gl^2}{a^2}, \quad (12)$$

Звідси випливає, що при розглядуваних поздовжніх коливаннях каната його довжина змінюється у межах від l до $l + \frac{gl^2}{a^2}$, тобто зростає у $1 + \frac{gl^2}{a^2}$ разів, порівнюючи з вихідною величиною l . Нижче, у табл. 1 подане значення $1 + \frac{gl^2}{a^2}$ для різних довжин канату при $a^2 = \frac{E}{\rho} = \frac{2 \cdot 10^{11} \pi a}{(8 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3})} = \frac{10^8 \cdot m^2}{4 \cdot c^2} = 2,5 \cdot 10^7 \frac{m^2}{c^2} = 25 \cdot 10^6 \frac{m^2}{c^2}$.

Таблиця 1 – Значення $1 + \frac{gl^2}{a^2}$ для різних l, m канату

l, m	$1 + \frac{gl^2}{a^2}$	l, m	$1 + \frac{gl^2}{a^2}$	l, m	$1 + \frac{gl^2}{a^2}$	l, m	$1 + \frac{gl^2}{a^2}$
50	$1+19,6 \cdot 10^{-6}$	400	$1+156,8 \cdot 10^{-6}$	800	$1+313,6 \cdot 10^{-6}$	3000	$1+117,6 \cdot 10^{-5}$
100	$1+39,2 \cdot 10^{-6}$	500	$1+196 \cdot 10^{-6}$	900	$1+352,8 \cdot 10^{-6}$	4000	$1+156,8 \cdot 10^{-5}$
200	$1+78,4 \cdot 10^{-6}$	600	$1+235,2 \cdot 10^{-6}$	1000	$1+392 \cdot 10^{-6}$	5000	$1+196 \cdot 10^{-5}$
300	$1+117,6 \cdot 10^{-6}$	700	$1+274,4 \cdot 10^{-6}$	2000	$1+784 \cdot 10^{-6}$	6000	$1+235,2 \cdot 10^{-5}$

Таким чином при зміні l від (50...60000) м зміна довжини за рахунок коливань канату, викликаних гравітаційною складовою (сила ваги вантажу та самого канату), відбувається на $(2 \cdot 10^{-3} \dots 2 \cdot 10^{-1})\%$ - ефект незначний!

2. Поздовжні коливання каната змінної довжини

Пружний канат з вантажем на кінці представляє собою механічну систему з нескінченим числом ступенів вільності руху. Наявність неминучого внутрішнього тертя в канаті, а також тертя вантажу з повітрям призводять до порівняно швидкого зникнення зі спектру коливань системи всіх вищих частот, тобто до так званого вивільнення основного тону. Остання обставина робить можливим наближений розгляд каната із вантажем на кінці, як механічної системи з одним ступенем вільності руху.

Наприклад, згідно методу Релея, у випадку каната постійної довжини вважають, що всі елементи системи здійснюють гармонічні рухи з однією й тією ж фазою.

Амплітуди цих рухів приймаються пропорційними статичним переміщенням елементів системи під дією підвищеного вантажу. Далі складають вирази кінетичної та потенціальної енергії системи і використовуються рівняння Лагранжа другого роду, причому за узагальнену координату приймається переміщення вантажу.

У кінцевому підсумку справа зводиться до звичайного диференціального рівняння гармонічних коливань, котре має той самий вид, що і у випадку каната постійної довжини, який немає маси; однак маса вантажу виявляється немовби збільшеною на одну третину маси каната (так звана поправка Релея).

Безпосереднє застосування методу Релея до каната змінної довжини зустрічає труднощі, обумовлені складністю граничних умов, а також тим, що рівняння Лагранжа другого роду справедливі для систем, маса котрих у процесі руху не змінюється.

Використовуючи підхід [3,4] будемо розшукувати наближений розв'язок задачі у вигляді:

$$u(x, t) = x \cdot \varphi(t), \quad (13)$$

де $u(x, t)$ – пружне переміщення точок каната постійної довжини від положення рівноваги, яке задовольняє рівнянню:

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (14)$$

й граничним умовам:

$$u(0, t) = 0, \quad m \cdot \frac{\partial^2 u(l, t)}{\partial t^2} = -E \cdot S \cdot \frac{\partial u(l, t)}{\partial x}, \quad (15)$$

де ρ – маса одиниці довжини каната;

E – його модуль пружності;

m – маса підвищеного вантажу;

S – площа поперечного перерізу;

l – довжина канату.

Для каната постійної довжини маємо наступне диференціальне рівняння (яке враховує масу самого каната):

$$\left(m + \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot S \cdot l \right) \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{ES}{l} \cdot \varphi = 0, \quad l \cdot \varphi(t) = u(l, t), \quad (16)$$

яке не відрізняється від рівняння, складеного за методом Релея.

Власна частота коливань такого каната визначається зі співвідношення:

$$\omega = \left\{ \frac{ES}{l \cdot \left(m + \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot S \cdot l \right)} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

У [3,4] складене наближене рівняння руху вантажу на канаті змінної довжини (рис. 1).

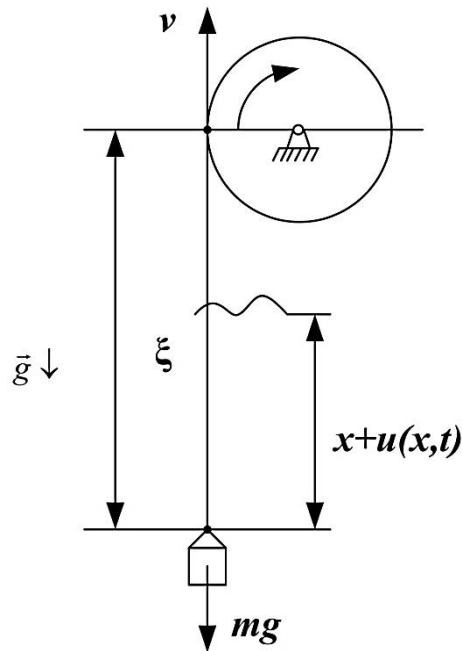


Рисунок 1 – Розрахункова схема для аналізу динаміки вантажу на канаті змінної довжини

На рис. 1 $u(x,t)$ – переміщення будь-якого перерізу каната відносно вантажу у порівнянні з положенням цього перерізу при ненатягнутому канаті. Нехай тепер x означає відстань довільного перерізу від вантажу (також при ненатягнутому канаті) і розглядається як лагранжева координата.

Позначимо через ξ фактичну відстань вантажу від точки сходження каната з барабана (шківа). Зрозуміло, що:

$$\xi = \tilde{l} + u(l,t), \quad (18)$$

де $\tilde{l} = \tilde{l}(t)$, є природньою довжиною каната, тобто довжиною каната між барабаном та вантажем у ненатягнутому стані.

Похідні $\frac{d\xi}{dt}$ й $\frac{d^2\xi}{dt^2}$ представляють собою швидкість та прискорення точки закріплення каната до вантажу. Їх додатній напрямок – униз, в бік вантажу. Неважко впевнитись у тому, що:

$$v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{d\xi}{dt}; \quad w(x,t) = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - \frac{d^2\xi}{dt^2}, \quad (19)$$

де $v(x,t)$ й $w(x,t)$, по суті, є «абсолютними» швидкостями та прискореннями елементів каната, відповідно. У (19) $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ й $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$ - відносні швидкість та прискорення елементів каната у системі координат з рухомим початком у точці закріплення вантажу, а $\frac{d\xi}{dt}$ й $\frac{d^2\xi}{dt^2}$ - їх переносні швидкість та прискорення.

Диференціальне рівняння руху каната має вид [3,4]:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{d^2 \xi}{dt^2} \right) = E \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho \cdot g, \quad (20)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Тут і у подальшому скрізь врахована сила тяжіння елементів каната й вантажу, оскільки $u(x,t)$ є тепер переміщенням елементів каната, що відраховується від їх положення при природньому (нерозтягнутому) стані каната, а не від положення рівноваги, як це було вище у випадку каната постійної довжини.

Граничні умови на нижньому кінці каната змінної довжини зводяться до наступних вимог:

$$u(0,t) = 0; \quad m \cdot \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -E \cdot S \cdot \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} + mg. \quad (21)$$

Стосовно граничної умови на верхньому кінці каната, тобто при $x = \tilde{l}(t)$, то воно повинно виражати рівність між швидкістю елемента каната, що приходить у дотик з барабаном (або, навпаки, покидає барабан), й лінійною швидкістю обода барабана $v=v(t)$, тобто:

$$\frac{\partial u(\tilde{l},t)}{\partial t} - \frac{d\xi}{dt} = v(t). \quad (22)$$

При цьому вважаємо, що ковзання каната вповдовж барабана відсутнє. Слід зазначити, що диференціюючи співвідношення (18) по часу t і враховуючи ту обставину, що $\tilde{l} = \tilde{l}(t)$, матимемо:

$$\frac{d\tilde{l}}{dt} = \frac{d\xi}{dt} - \frac{\partial u(\tilde{l},t)}{\partial x} \cdot \frac{d\tilde{l}}{dt} - \frac{\partial u(\tilde{l},t)}{\partial t}. \quad (23)$$

Виражаємо $\frac{d\xi}{dt}$ з (23) й підставляємо у (22), тоді отримаємо:

$$\left[1 + \frac{\partial u(\tilde{l},t)}{\partial x} \right] \cdot \frac{d\tilde{l}}{dt} = -v(t). \quad (24)$$

Якщо канат змотується з барабана, тоді $\tilde{l}(t)$ - задана функція часу t . У цьому випадку з (24) знаходимо відносно видовження верхнього елемента каната:

$$\varepsilon(\tilde{l}, t) = \frac{\partial u(\tilde{l}, t)}{\partial x} = - \frac{\left[v(t) + \frac{d\tilde{l}}{dt} \right]}{d\tilde{l}/dt}. \quad (25)$$

При намотуванні каната на барабан природно вважати функцію $\tilde{l}(t)$ невідомою. Співвідношення (24) зв'язує у цьому випадку похідну цієї функції з відносним видовженням елемента каната, який знаходиться у дотику з обводом барабана. Оскільки зазвичай $\varepsilon(\tilde{l}, t) \ll 1$, тоді з великою точністю справедливою є рівність:

$$\frac{d\tilde{l}}{dt} = -v(t). \quad (26)$$

Використовуючи підходи [3,4], можна отримати основне інтегро-диференціальне співвідношення:

$$\begin{aligned} & \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \tilde{l} \cdot \frac{\partial^2 u(\tilde{l}, t)}{\partial t^2} + \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \tilde{l} \cdot \frac{d\tilde{l}}{dt} \cdot \frac{\partial^2 u(\tilde{l}, t)}{\partial x \partial t} - \\ & - \rho \cdot S \cdot \int_0^{\tilde{l}} (\tilde{l} - x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} dx + ES \cdot u(\tilde{l}, t) = \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \tilde{l} \cdot \frac{dv}{dt} + \\ & + \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \tilde{l} \cdot g \end{aligned} \quad (27)$$

у якому лінійна швидкість обода барабана $v=v(t)$ й функція $\tilde{l} = \tilde{l}(t)$ зв'язані рівністю (26), або, у більш точній постановці, рівністю (24).

Співвідношення (27) може бути використане для складання наближених рівнянь коливань вантажу на канаті змінної довжини. Вважаючи, що виконується рівність (13), можна для $\varphi(t)$ отримати лінійне диференціальне рівняння [3,4]:

$$\begin{aligned} & \left(m + \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \tilde{l} \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \frac{d\tilde{l}}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + ES \cdot \varphi = \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot \frac{dv}{dt} + \\ & + \left(m + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \tilde{l} \right) \cdot g. \end{aligned} \quad (28)$$

Рівняння (16) можна розглядати як частинний випадок (28) при $\tilde{l} = const$, або, що те ж саме, у зв'язку з рівностями (26) або (24), при $v=0$. Права частина рівняння (28) враховує при цьому середнє видовження каната під дією власної ваги.

У іншому частинному випадку, якщо знехтувати власною масою каната, тобто покласти у рівняння (28) $\rho=0$, прийдемо до рівняння, дослідженого М.П.Нероновим [2,6].

Висновки:

1. Динаміку канатів змінної довжини вивчено за допомогою методів математичної фізики: метод Фур'є, метод М.С. Кошлякова. Отримані основні рівняння, які описують рух подібних канатів.

2. Використання методу О.Ю. Ішлинського дозволяє встановити основні кінематично-силові характеристики руху канатів як змінної, так і постійної довжини. При цьому слід спеціальним чином проінтегрувати граничні умови задачі.

3. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку дискретно-континуальних механічних систем, до складу яких входять канати змінної довжини, як на стадії їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Список літератури

1. Червоненко А.Г. Динамика протяжных горных транспортных машин. /А.Г. Червоненко, А.Г. Раздольский, Ю.В. Заболотный. – К.: Наукова думка, 1983. – 192 с.
2. Неронов Н.П. определение напряжений в подъёмных канатах./ Н.П. Неронов. – В кн.: Тр. совещ. По шахтным подъемным канатам. – М.: Л.: Изд-во АН СССР, 1944. – С. 53-63.
3. Ишлинский А.Ю. Об одном интегро-дифференциальном соотношении в теории упругой нити (каната) переменной длины./ А.Ю. Ишлинский// Украинский математический журнал. – 1953. – Т.5. - №4. – С. 370-374.
4. Ишлинский А.Ю. Об уравнении продольных движений каната (упругой нити) переменной длины / А.Ю. Ишлинский// Доклады АН СССР. – 1954. – Т.95. - №5. – С. 939-941.
5. Горошко О.А. Введение в механику деформированных одномерных тел переменной длины / О.А. Горошко, Г.Н. Савин. – К.: Наукова думка, 1971. – 224 с.
6. Савин Г.Н. Динамика нити переменной длины (применительно к шахтным подъемам). /Г.Н. Савин, О.Г. Горошко. – К.: Изд-во АН УССР, 1962. – 33 с.
7. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики./ А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
8. Гаркави Н.Я. Численное решение задачи о движении груза в подъемной установке / Н.Я. Гаркави, А.Г. Раздольский// Динамика и прочность тяжелых машин. – 1979. – Вып.4. – С.46-54.
9. Раздольский А.Г. О движении нити переменной длины, несущей сосредоточенную массу / А.Г. Раздольский// Динамика и прочность машин. – 1976. – Вып. 24. С с. 46-51.
10. Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.

V. Lovejkin, Y. Chovnjuk, A.Sachyk

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine

The application of mathematical physics methods for dynamic analysis of ropewith a variable length

The purpose of this article is to establish the main kinematic and force parameters of mechanical systems which have the ropes with variable length and to validate the nonlinear model for such as well. Motion of rope with variable length is described with the help of integro-differential equation. Parameters of this equation are changing in time. Integration of the stated equations is conducted to due mathematical physics' methods.

The ropes with a variable length' dynamics is researched/ one may use methods of Koshlyakov, Fourie and Ishlinskii in order to receive the equation of rope's motion.

methods, mathematical physics, dynamics, rope, variable length

Одержано 08.11.13