

In the article the ways of raising the technical level of the working bodies of tillage implements, including cultivators for inter-row cultivation and continuous. Directions improved and durability cultivators paws when using local hardening carbide materials The possibility of forming toothed blades during operation

Research deterioration of working with different types of cultivators strengthening indicates the feasibility of gear cutting surfaces can be formed during operation
cultivating tools, paw cultivator, soil deterioration

Одержано 22.10.15

УДК 631.356.02

В.М. Булгаков , проф., д-р техн. наук, академік НААН України, І.В. Головач , проф., д-р техн. наук

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна

М.І. Черновол , проф., д-р техн. наук, чл.-кор. НААН

Кіровоградський національний технічний університет, Кіровоград, Україна

Теоретичні передумови дослідження коливань коренеплоду при його вібраційному викопуванні

В роботі проведені теоретичні дослідження поступальних коливань коренеплоду як твердого тіла у пружному середовищі разом з оточуючим ґрунтом, які надаються коренеплоду від вібраційного викопуючого робочого органу у повздовжньо-вертикальній площині. Складена система диференціальних рівнянь зазначеного коливального процесу, розв'язок якої дає можливість визначати амплітуди і частоти цих коливань, що забезпечують повне руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом і створюють передумови для його остаточного вилучення.

коренеплід, вібраційний викопуючий робочий орган, поступальні коливання, частота, амплітуда, система диференціальних рівнянь

В.М. Булгаков , проф., д-р техн. наук, академік НААН України, І.В. Головач , проф., д-р техн. наук

Національний університет біоресурсів і природопользования Украины, Киев, Украина

М.И. Черновол , проф., д-р техн. наук, чл.-кор. НААН

Кировоградский национальный технический университет, Кировоград, Украина

Теоретические предпосылки исследования колебаний корнеплода при его вибрационном выкапывании

В работе проведены теоретические исследования поступательных колебаний корнеплода свеклы как твердого тела в упругой среде вместе с окружающей почвой, передающихся корнеплоду от вибрационного выкапывающего рабочего органа в продольно-вертикальной плоскости. Составлена система дифференциальных уравнений указанного колебательного процесса, решение которой дало возможность определить амплитуды и частоты этих колебаний, обеспечивающие полное разрушение связей корнеплода с почвой и создающие предпосылки для его окончательного извлечения.

корнеплод, вибрационный выкапывающий рабочий орган, поступательные колебания, частота, амплитуда, система дифференциальных уравнений

Постановка проблеми. При вібраційному викопуванні цукрового буряку основну роль відіграють коливання, що надаються коренеплоду та оточуючому його ґрунту від викопуючих лемешів вібраційного робочого органу. Завдяки зазначеним коливанням відбувається інтенсивне розпушування ґрунту на глибині ходу робочого

органу та руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом аж до повного вилучення коренеплоду. Крім того, значно знижується тяговий опір рухові вібраційного викопуючого робочого органу при поступальному русі копача, що призводить до істотного зменшення енергозатрат при збиранні врожаю. Тому виникає необхідність ґрунтового теоретичного дослідження коливань коренеплоду як твердого тіла у пружному середовищі яким є ґрунт, особливо на першому етапі виконання технологічного процесу. Особливої актуальності такі дослідження набувають у разі, коли ґрунт на ділянці збирання врожаю є твердим і сухим. В цьому випадку найбільш прийнятним є вібраційне викопування. В результаті таких досліджень можна визначити кінематичні режими роботи вібраційного викопуючого робочого органу, зокрема амплітуду і частоту коливань викопуючих лемешів, які забезпечують повне вилучення коренеплоду цукрового буряку з ґрунту при мінімальних пошкодженнях і втратах коренеплодів.

Аналіз досліджень і публікацій. Фундаментальні теоретичні дослідження процесу вібраційного викопування коренеплодів відображені у працях [1-7].

Проте у повному вигляді коливання коренеплоду при вібраційному викопуванні на підставі взаємодії викопуючого робочого органу з тілом коренеплоду буряку, закріпленого у ґрунті, при достатньо високих частотах коливань тут не розглядається. Лише в роботах [8, 9, 13, 14] приведені деякі результати такого дослідження. Тому у даній роботі досліджується процес коливань тіла коренеплоду як пружного тіла у пружному середовищі при взаємодії з вібраційним викопуючим робочим органом в момент його безпосереднього наїзду на коренеплід і послідуєчого захвату. Як свідчить аналіз зарубіжної літератури [15-18], якісним показником викопування коренеплодів цукрових буряків з ґрунту приділяється суттєва увага.

Постановка завдання. Розробити основні положення теорії коливань коренеплодів цукрових буряків як пружних тіл у пружному середовищі і отримати на їх основі параметри процесу, які забезпечують непошкодження коренеплодів.

Виклад основного матеріалу. При виконанні аналітичного дослідження процесу вібраційного викопування коренеплоду цукрового буряку з ґрунту застосований механіко-математичний метод, який базується на побудові математичної моделі процесу з використанням теорії коливань, та інших законів механіки.

Розглянемо докладно коливання коренеплоду у ґрунті разом з точкою закріплення O у поздовжньо-вертикальній площині на першому етапі вилучення. Ці коливання є поступальними, тому достатньо дослідити коливання якоїсь однієї точки коренеплоду, наприклад, точки закріплення. Оскільки коренеплід ще міцно зв'язаний з ґрунтом, то він буде здійснювати коливання разом з оточуючим його ґрунтом, який нижче ріжучих кромок лемешів є нерозпушеним. Позначимо масу цього ґрунту через $m_{гр.}$, тоді його вага $\bar{G}_{гр.}$ буде дорівнювати $G_{гр.} = m_{гр.}g$, де g – прискорення сили тяжіння. Оскільки ми розглядаємо даний процес при симетричному захваті коренеплоду робочим органом, то для складання диференціального рівняння, що описує зазначений коливальний процес, скористаємось силовою схемою взаємодії коренеплоду з робочим органом, зображеною на рис. 1.

Охарактеризуємо спочатку всі сили, що діють на коренеплід, які показані на зазначеній схемі.

Нехай від вібраційного викопуючого робочого органу діє вертикальна збуруюча сила $\bar{Q}_{зб.}$, яка змінюється за гармонічним законом такого вигляду:

$$Q_{зб.} = H \sin \omega t, \quad (1)$$

де H – амплітуда збуруючої сили, Н;

ω – частота збуруючої сили, c^{-1} .

Вертикальна збуруюча сила відіграє основну роль у процесі розпушування ґрунту в зоні робочого русла копача та вилучення коренеплоду. Зазначена збуруюча сила $\bar{Q}_{зб}$ прикладається до коренеплоду з двох його боків, а тому на схемі вона представлена двома складовими $\bar{Q}_{зб.1}$ та $\bar{Q}_{зб.2}$, які очевидно будуть дорівнювати:

$$Q_{зб.1} = Q_{зб.2} = 0,5H \sin \omega t . \quad (2)$$

Вказані сили прикладені на відстані h від початку координат (точки закріплення O) і саме вони викликають коливання коренеплоду в поздовжньо-вертикальній площині, які руйнують зв'язки коренеплоду з ґрунтом і створюють для останнього умови вилучення з ґрунту.

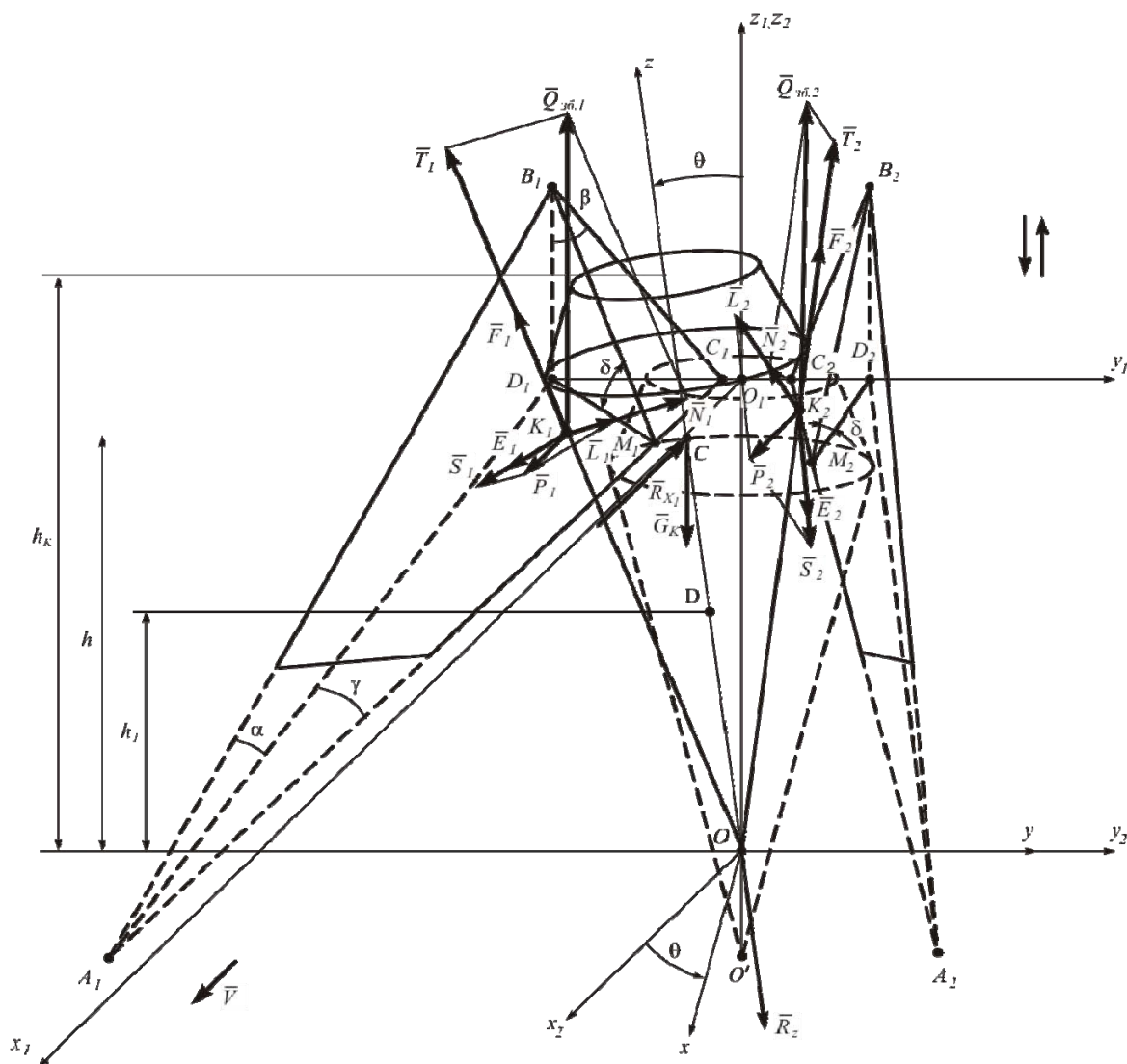


Рисунок 1 – Еквівалентна схема силова взаємодія коренеплоду з лемешами вібраційного викопуючого органу, при його поступальних коливаннях разом з умовною точкою закріплення у ґрунті

Джерело: розроблено автором з врахуванням [2-7]

При симетричному захваті тіла коренеплоду лемешами вібраційного викопуючого робочого органу сили взаємодії будуть виникати на робочих поверхнях обох лемешів, як це зображено на рис. 1. У точках контакту коренеплоду K_1 і K_2 з відповідними

поверхнями клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ діють на коренеплід збуруючі сили відповідно $\bar{Q}_{зб.1}$ і $\bar{Q}_{зб.2}$.

Розкладемо дані сили на нормальні складові \bar{N}_1 і \bar{N}_2 і дотичні складові \bar{T}_1 і \bar{T}_2 , як це показано на рис. 1. Отже ці сили будуть дорівнювати:

$$\bar{Q}_{зб.1} = \bar{N}_1 + \bar{T}_1, \quad (3)$$

$$\bar{Q}_{зб.2} = \bar{N}_2 + \bar{T}_2. \quad (4)$$

Очевидно, що вектори сил \bar{T}_1 і \bar{T}_2 будуть напрямлені паралельно прямим B_1M_1 і B_2M_2 відповідно.

Оскільки вібраційний копач рухається поступально у напрямку осі O_1x_1 відносно коренеплоду, який закріплений у ґрунті, то в момент захвату коренеплоду робочим органом у напрямку осі O_1x_1 діють також рушійні сили \bar{P}_1 і \bar{P}_2 . Також розкладемо сили \bar{P}_1 і \bar{P}_2 на дві складові: нормальні \bar{L}_1 і \bar{L}_2 і дотичні \bar{S}_1 і \bar{S}_2 до поверхонь $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ відповідно, тобто:

$$\bar{P}_1 = \bar{L}_1 + \bar{S}_1, \quad (5)$$

$$\bar{P}_2 = \bar{L}_2 + \bar{S}_2. \quad (6)$$

Вектори сил \bar{S}_1 і \bar{S}_2 діють у напрямку векторів відносної швидкості лемешів по поверхні коренеплоду при поступальному русі копача.

Таким чином, у точках контакту K_1 і K_2 на коренеплід з боку клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ діють сили, що відповідно дорівнюють:

$$\bar{N}_{K_1} = \bar{N}_1 + \bar{L}_1, \quad (7)$$

$$\bar{N}_{K_2} = \bar{N}_2 + \bar{L}_2, \quad (8)$$

які напрямлені по нормалі до поверхні клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ відповідно.

Очевидно, що величини цих сил дорівнюють:

$$N_{K_1} = N_1 + L_1, \quad (9)$$

$$N_{K_2} = N_2 + L_2. \quad (10)$$

Крім того, у точках контакту K_1 і K_2 діють сили тертя \bar{F}_{K_1} і \bar{F}_{K_2} відповідно, які протидіють проковзуванню коренеплоду по робочій поверхні клинів $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ під час його захвату вібраційним викопуючим робочим органом. Вектори цих сил напрямлені протилежно вектору відносної швидкості проковзування коренеплоду по поверхні клинів.

У центрі ваги коренеплоду (точка C) діє сила ваги коренеплоду \bar{G}_k . Сили зв'язку коренеплоду з ґрунтом при його вилученні у напрямку осі O_1z_1 позначені через \bar{R}_{z_1} .

Відновлюючими силами при поступальних коливаннях коренеплоду разом з точкою закріплення O будуть сили \bar{R}_{z_1} та \bar{R}_{x_1} .

Визначимо далі значення сил, які показані на рис. 1. Так, дотичні складові \bar{T}_1 і \bar{T}_2 збуруючих сил $\bar{Q}_{зб.1}$ і $\bar{Q}_{зб.2}$ відповідно та дотичні складові \bar{S}_1 і \bar{S}_2 рушійних сил \bar{P}_1 і \bar{P}_2 відповідно безпосередньо на коренеплід не діють, вони викликають лише

розпушування ґрунту навколо коренеплоду.

Враховуючи симетричність захвату коренеплоду робочим органом, слід відмітити, що однойменні сили, що формуються на обох робочих поверхнях лемешів при їх взаємодії з коренеплодом, будуть однакові за величиною і розташовані симетрично відносно площини симетрії $x_1O_1z_1$ (рис. 1). Таким чином, зі схеми сил отримуємо вирази для визначення нормальних \bar{N}_1 і \bar{N}_2 та дотичних \bar{T}_1 і \bar{T}_2 складових збуруючих сил $\bar{Q}_{зб.1}$ і $\bar{Q}_{зб.2}$. Вони будуть відповідно дорівнювати:

$$N_1 = N_2 = Q_{зб.1} \cos \delta, \quad (11)$$

$$T_1 = T_2 = Q_{зб.1} \sin \delta. \quad (12)$$

З цієї ж схеми також отримуємо вирази для визначення нормальних \bar{L}_1 і \bar{L}_2 та дотичних \bar{S}_1 і \bar{S}_2 складових рушійних сил \bar{P}_1 і \bar{P}_2 відповідно:

$$L_1 = L_2 = P_1 \sin \gamma, \quad (13)$$

$$S_1 = S_2 = P_1 \cos \gamma. \quad (14)$$

Величини сил \bar{N}_{K1} і \bar{N}_{K2} , враховуючи вирази (9), (11) та (13), будуть дорівнювати:

$$N_{K1} = N_{K2} = Q_{зб.1} \cos \delta + P_1 \sin \gamma, \quad (15)$$

або, враховуючи вираз (2), матимемо:

$$N_{K1} = N_{K2} = 0,5H \cos \delta \sin \omega t + P_1 \sin \gamma. \quad (16)$$

Тоді величини сил тертя \bar{F}_{K1} і \bar{F}_{K2} будуть дорівнювати:

$$F_{K1} = F_{K2} = f N_{K1} = f(Q_{зб.1} \cos \delta + P_1 \sin \gamma), \quad (17)$$

або, враховуючи вираз (2), матимемо:

$$F_{K1} = F_{K2} = 0,5fH \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma. \quad (18)$$

Очевидно, що під час безпосереднього контакту клинів $A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$ з поверхнею коренеплоду вектори сил тертя \bar{F}_{K1} і \bar{F}_{K2} будуть завжди лежати у площині клинів $A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$ відповідно. Оскільки на початку захвату коренеплід ще міцно зв'язаний з ґрунтом, то можливе його проковзування по поверхні клинів у напрямку, протилежному дії сил \bar{T}_1 , \bar{T}_2 (паралельно лініям B_1M_1 та B_2M_2) та у напрямку, протилежному дії сил \bar{S}_1 , \bar{S}_2 .

Зазначені проковзування можуть відбуватись внаслідок дії сил $\bar{Q}_{зб.1}$, $\bar{Q}_{зб.2}$ та \bar{P}_1 , \bar{P}_2 відповідно. Тому вектор відносної швидкості проковзування коренеплоду по поверхні клинів можна розкласти на складові у зазначених вище напрямках. Отже, силу тертя \bar{F}_{K1} також можна розкласти на дві складові \bar{F}_1 та \bar{E}_1 у напрямках векторів \bar{T}_1 та \bar{S}_1 відповідно, тобто:

$$\bar{F}_{K1} = \bar{F}_1 + \bar{E}_1. \quad (19)$$

Аналогічно, силу тертя \bar{F}_{K2} також можна розкласти на дві складові \bar{F}_2 та \bar{E}_2 у напрямках векторів \bar{T}_2 та \bar{S}_2 відповідно, тобто:

$$\bar{F}_{K2} = \bar{F}_2 + \bar{E}_2. \quad (20)$$

Очевидно, що $F_1 = F_2$, $E_1 = E_2$.

Визначимо величини складових \bar{F}_1 і \bar{E}_1 , а отже \bar{F}_2 і \bar{E}_2 . З наведених вище міркувань та виразу (18) можна зробити висновок, що на відрізках $[2k\pi, (2k+1)\pi]$, $k = 0, 1, 2, \dots$, зокрема на відрізку $[0, \pi]$, величина сили тертя \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) визначається згідно виразу (18), причому на відрізку $[0, \pi/2]$ вона зростає від мінімальної величини

$$F_{K_1 \min} = F_{K_2 \min} = f P_1 \sin \gamma, \quad (21)$$

до максимальної величини

$$F_{K_1 \max} = F_{K_2 \max} = \frac{1}{2} f H \cos \delta + f P_1 \sin \gamma, \quad (22)$$

а на відрізку $[\pi/2, \pi]$ вона спадає від $F_{K_1 \max}$ ($F_{K_2 \max}$) до $F_{K_1 \min}$ ($F_{K_2 \min}$). Причому, напрям векторів сил тертя на відрізку $[0, \pi/2]$ також змінюється. Вектор $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) напрямлений так само, як вектор сили тертя для звичайного лемішного копача (при відсутності збурюючої сили), тобто паралельно прямим $A_1 O'_1$ ($A_2 O'_2$), причому $\angle O'_1 A_1 M_1 = \angle O'_2 A_2 M_2 = \gamma$. Вектор $\bar{F}_{K_1 \max}$ ($\bar{F}_{K_2 \max}$) відхиляється від вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) на деякий кут $\alpha_{K_1 \max}$ ($\alpha_{K_2 \max}$), причому $\alpha_{K_1 \max} = \alpha_{K_2 \max}$.

Отже, на відрізку $[0, \pi/2]$ вектор \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) рухається від вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) до вектора $\bar{F}_{K_1 \max}$ ($\bar{F}_{K_2 \max}$), а на відрізку $[\pi/2, \pi]$ – від вектора $\bar{F}_{K_1 \max}$ ($\bar{F}_{K_2 \max}$) до вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$). Таким чином, кут відхилення α_{K_1} (α_{K_2}) вектора \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) від вектора $\bar{F}_{K_1 \min}$ ($\bar{F}_{K_2 \min}$) на відрізку $[0, \pi]$ змінюється за наступним законом:

$$\alpha_{K_2} = \alpha_{K_1} = \alpha_{K_1 \max} \sin \omega t. \quad (23)$$

Очевидно, що величина $\alpha_{K_1 \max}$ ($\alpha_{K_2 \max}$) залежить у першу чергу від відношення

$\frac{H}{P_1} \left(\frac{H}{P_2} \right)$ і буде тим більшою, чим більшим буде зазначене відношення. Отже, на

відрізку $[0, \pi]$ величина вектора сили тертя \bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) змінюється згідно закону (18), а напрям – згідно закону (23).

Таким чином, на відрізку $[0, \pi]$ маємо наступні значення складових \bar{F}_1 (\bar{F}_2) і \bar{E}_1 (\bar{E}_2).

$$F_1 = F_2 = F_{K_1} \sin (\alpha_{K_1} - \gamma), \quad (24)$$

$$E_1 = E_2 = F_{K_1} \cos (\alpha_{K_1} - \gamma), \quad (25)$$

або, враховуючи вирази (18) і (23), матимемо:

$$F_1 = F_2 = \left(\frac{1}{2} f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma \right) \sin \left(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma \right), \quad (26)$$

$$E_1 = E_2 = \left(\frac{1}{2} f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma \right) \cos \left(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma \right), \quad (27)$$

Вирази (26) і (27) мають місце на будь-якому відрізку $[2k\pi, (2k+1)\pi]$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Очевидно, що на відрізках $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$, $k = 1, 2, \dots$, сили тертя

\bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2}) дорівнюють:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = F_{K_1 \min} = f P_1 \sin \gamma. \quad (28)$$

Отже, на зазначених відрізках матимемо:

$$F_1 = F_2 = F_{K_1 \min} \sin \gamma = f P_1 \sin \gamma \sin \gamma = f P_1 \sin^2 \gamma, \quad (29)$$

$$E_1 = E_2 = F_{K_1 \min} \cos \gamma = f P_1 \sin \gamma \cos \gamma = \frac{1}{2} f P_1 \sin 2\gamma. \quad (30)$$

Обчислимо також величину сили \bar{R}_z пружності ґрунту при переміщенні коренеплоду на величину z_k вздовж осі Oz .

Сила \bar{R}_z є рівнодійною розподіленого по поверхні контакту коренеплоду з нерозпушеним шаром ґрунту навантаження, причому вектори інтенсивності цього навантаження напрямлені паралельно осі Oz вниз. Отже, сила \bar{R}_z лежить на осі Oz і напрямлена вниз.

Розглянемо, як і у попередніх випадках, елементарну площинку dF на поверхні контакту, що знаходиться на відстані z від точки закріплення O , площа dS якої визначається наступним чином.

Нехай $d\alpha$ – центральний кут, на який спирається елементарна площинка dF у площині зазначеного поперечного перерізу.

Очевидно, що висота елементарної площинки буде дорівнювати $\frac{dz}{\cos \gamma_k}$.

Тоді площа елементарної площинки dF буде дорівнювати:

$$dS = z \operatorname{tg} \gamma_k d\alpha \frac{dz}{\cos \gamma_k} \quad (31)$$

Очевидно, що на одиницю глибини закріплення h_1 припадає dS/h_1 частини площі елементарної площинки dF . Тоді, при переміщенні елементарної площинки dF на величину z_k вздовж осі Oz , зазнає деформації зсуву ґрунт площею, що дорівнює:

$$dS_{z_k} = \frac{dS}{h_1} z_k. \quad (32)$$

Нехай c_1 – коефіцієнт пружної деформації ґрунту, який показує, наскільки зростає зусилля на поверхні контакту при зміщенні поверхні контакту на одиницю площі контакту, Н/м².

Тоді елементарне зусилля dR_z пружності ґрунту при переміщенні елементарної площинки dF на величину z_k буде дорівнювати:

$$dR_z = c_1 dS_{z_k} = c_1 \frac{dS}{h_1} z_k, \quad (33)$$

або, після підстановки виразу (31) у вираз (33), матимемо:

$$dR_z = \frac{c_1 z \operatorname{tg} \gamma_k d\alpha dz}{h_1 \cos \gamma_k} z_k. \quad (34)$$

Тоді рівнодійна R_z зазначеного розподіленого навантаження буде дорівнювати:

$$R_z = \int_0^{h_1} \int_0^{2\pi} \frac{c_1 z \operatorname{tg} \gamma_k d\alpha dz}{h_1 \cos \gamma_k} z_k. \quad (35)$$

Після інтегрування отримаємо:

$$R_z = \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k z_k}{\cos^2 \gamma_k}. \quad (36)$$

Складемо далі диференціальне рівняння руху тіла коренеплоду. У векторній формі дане диференціальне рівняння буде мати такий вигляд:

$$(m_k + m_{ep.}) \bar{a} = \bar{N}_1 + \bar{N}_2 + \bar{L}_1 + \bar{L}_2 + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{G}_k + \bar{G}_{ep.} + \bar{R}_{z_1} + \bar{R}_{x_1}, \quad (37)$$

де \bar{a} – прискорення коренеплоду (точки O).

Для проведення докладного аналізу даного коливального процесу запишемо диференціальне рівняння (37) у проекціях на осі декартової системи координат $O_1x_1y_1z_1$. Слід відмітити, що оскільки проекції нормальних реакцій N_i , L_i ($i = 1, 2$) робочих поверхонь $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ на вісь O_1y_1 рівні за величиною і протилежно напрямлені, то зазначений коливальний процес фактично відбувається у площині $x_1O_1z_1$ (при симетричному захваті), а тому векторне рівняння (37) зводиться до системи двох рівнянь наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} (m_k + m_{ep.}) \ddot{x}_1 &= N_{1x_1} + L_{1x_1} + N_{2x_1} + L_{2x_1} - F_{1x_1} + E_{1x_1} - F_{2x_1} + E_{2x_1} - R_{x_1}, \\ (m_k + m_{ep.}) \ddot{z}_1 &= N_{1z_1} + L_{1z_1} + N_{2z_1} + L_{2z_1} + F_{1z_1} + F_{2z_1} + E_{1z_1} + E_{2z_1} - G_k - \\ &- G_{ep.} - R_{z_1}. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Визначимо значення проекцій сил, що входять у систему рівнянь (38).

Проекції нормальних складових \bar{N}_1 і \bar{N}_2 на вісь O_1x_1 визначаються наступним чином:

$$N_{1x_1} = N_{2x_1} = \frac{N_1 \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (39)$$

або, враховуючи вираз (11), отримаємо:

$$N_{1x_1} = N_{2x_1} = \frac{Q_{\delta 01} \cos \delta \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (40)$$

Проекції нормальних складових \bar{L}_1 і \bar{L}_2 на вісь O_1x_1 дорівнюють:

$$L_{1x_1} = L_{2x_1} = \frac{L_1 \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (41)$$

або, враховуючи (13), отримаємо:

$$L_{1x_1} = L_{2x_1} = \frac{P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (42)$$

Для проекцій складових \bar{F}_1 і \bar{F}_2 сил тертя маємо наступні вирази:

$$F_{1x_1} = F_{2x_1} = F_1 \cos \delta \sin \gamma, \quad (43)$$

або, враховуючи (26), матимемо:

$$F_{1x_1} = F_{2x_1} = (0,5 f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma) \sin (\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \cos \delta \sin \gamma, \quad (44)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Враховуючи (29), отримаємо:

$$F_{1x_1} = F_{2x_1} = f P_1 \sin^3 \gamma \cos \delta, \quad (45)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Проекції складових \bar{E}_1 і \bar{E}_2 сил тертя на вісь O_1x_1 дорівнюють:

$$E_{1x_1} = E_{2x_1} = E_1 \cos \gamma, \quad (46)$$

або, враховуючи (27), матимемо наступний вираз:

$$E_{1x_1} = E_{2x_1} = (0,5 f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma) \cos (\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \cos \gamma, \quad (47)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Враховуючи (30), отримаємо:

$$E_{1x_1} = E_{2x_1} = 0,5 f P_1 \sin 2\gamma \cos \gamma, \quad (48)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Сила \bar{R}_{x_1} проектується на вісь Ox_1 у натуральну величину. Вона визначається згідно наступного виразу:

$$R_{x_1} = \frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1. \quad (49)$$

де c – коефіцієнт пружної деформації ґрунту (відношення першого коефіцієнта Вінклера до площі контакту), тобто величина, яка показує, наскільки зростає напруження на контактній поверхні ґрунту з коренеплодом при переміщенні коренеплоду на одиницю довжини, перпендикулярно до осі коренеплоду, Н/м³.

Проекції нормальних складових \bar{N}_1 і \bar{N}_2 на вісь O_1z_1 будуть дорівнювати:

$$N_{1z_1} = N_{2z_1} = \frac{N_1 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (50)$$

або, враховуючи (11), отримаємо:

$$N_{1z_1} = N_{2z_1} = \frac{Q_{z\delta 1} \cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (51)$$

Проекції нормальних складових \bar{L}_1 і \bar{L}_2 на вісь O_1z_1 дорівнюють:

$$L_{1z_1} = L_{2z_1} = \frac{L_1 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (52)$$

або, враховуючи (12), матимемо:

$$L_{1z_1} = L_{2z_1} = \frac{P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (53)$$

Проекції складових \bar{F}_1 і \bar{F}_2 сил тертя на вісь O_1z_1 дорівнюють:

$$F_{1z_1} = F_{2z_1} = F_1 \sin \delta, \quad (54)$$

або, враховуючи вираз (26), матимемо:

$$F_{1z_1} = F_{2z_1} = (0,5 f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma) \sin (\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \sin \delta, \quad (55)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Враховуючи (29), отримаємо:

$$F_{1z_1} = F_{2z_1} = f P_1 \sin^2 \gamma \sin \delta, \quad (56)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Проекції складових \bar{E}_1 і \bar{E}_2 сил тертя на вісь O_1z_1 дорівнюють нулю на будь-якому відрізку, тобто $E_{1z_1} = E_{2z_1} = 0$.

Сила \bar{R}_{z_1} проектується на вісь O_1z_1 у натуральну величину. Вона визначається згідно виразу (36) і є основною відновлюючою силою у цьому коливальному процесі.

Підставляючи вирази (40), (42), (44) або (45), (47), або (48), (49), (51), (53), (55), або (56), (36) у систему диференціальних рівнянь (38), отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} (m_k + m_{ep.}) \ddot{x}_1 &= \frac{2Q_{\beta 1} \cos \delta t g \gamma}{\sqrt{t g^2 \gamma + 1 + t g^2 \beta}} + \frac{2P_1 \sin \gamma t g \gamma}{\sqrt{t g^2 \gamma + 1 + t g^2 \beta}} - \\ &- (f H \cos \delta \sin \omega t + 2f P_1 \sin \gamma) \sin (\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \times \\ &\times \cos \delta \sin \gamma + (f H \cos \delta \sin \omega t + 2f P_1 \sin \gamma) \times \\ &\times \cos (\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \cos \gamma - \frac{c \pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1, \\ (m_k + m_{ep.}) \ddot{z}_1 &= \frac{2Q_{\beta 1} \cos \delta t g \beta}{\sqrt{t g^2 \gamma + 1 + t g^2 \beta}} + \frac{2P_1 \sin \gamma t g \beta}{\sqrt{t g^2 \gamma + 1 + t g^2 \beta}} + \\ &+ (f H \cos \delta \sin \omega t + 2f P_1 \sin \gamma) \sin (\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \times \\ &\times \sin \delta - G_k - G_{ep.} - \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k z_1}{\cos^2 \gamma_k}, \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

або

$$\left. \begin{aligned} (m_k + m_{ep.}) \ddot{x}_1 &= \frac{2P_1 \sin \gamma t g \gamma}{\sqrt{t g^2 \gamma + 1 + t g^2 \beta}} - 2f P_1 \sin^3 \gamma \cos \delta + f P_1 \sin 2\gamma \times \\ &\times \cos \gamma - \frac{c \pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1, \\ (m_k + m_{ep.}) \ddot{z}_1 &= \frac{2P_1 \sin \gamma t g \beta}{\sqrt{t g^2 \gamma + 1 + t g^2 \beta}} + 2f P_1 \sin^2 \gamma \sin \delta - \\ &- G_k - G_{ep.} - \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k z_1}{\cos^2 \gamma_k}, \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Оскільки на відрізку $\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], k = 1, 2, \dots$, сили $Q_{\beta 1}$ і $Q_{\beta 2}$ на коренеплід не діють (робочий орган рухається вниз), то вони в систему рівнянь (58) не входять.

Таким чином, отримані системи диференціальних рівнянь описують процес вилучення коренеплоду з ґрунту на першому етапі у двох випадках: коли робочий орган рухається вгору, здійснюючи безпосередній симетричний захват коренеплоду (система (57)), і коли робочий орган рухається вниз і на коренеплід збуруюча сила не діє (система (58)).

Очевидно, що система диференціальних рівнянь (58) описує процес вилучення коренеплоду з ґрунту звичайним лемішним копачем за рахунок поступального руху копача під дією рушійних сил \bar{P}_1 і \bar{P}_2 при безпосередньому контакті коренеплоду з робочими поверхнями лемешів.

Оскільки система диференціальних рівнянь (57) є нелінійною, то її можна розв'язати лише наближеними чисельними методами із застосуванням ПЕОМ при заданих початкових умовах.

Початкові умови для систем диференціальних рівнянь (57) і (58) записуються наступним чином.

При $t = 0$:

$$\dot{x}_1 = 0, \quad x_1 = 0, \quad \dot{z}_1 = 0, \quad z_1 = 0. \quad (59)$$

Однак, якщо зробити деякі припущення, то систему диференціальних рівнянь (57) можна звести до системи лінійних диференціальних рівнянь, що значно спрощує розв'язування зазначеної системи рівнянь.

У першому наближенні будемо вважати, що за короткий проміжок часу вектори сил тертя \bar{F}_{K_1} та \bar{F}_{K_2} зберігають постійний напрям, тобто кут між вектором $\bar{F}_{K_1 \min}$ та \bar{F}_{K_1} постійний і дорівнює $\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2}$, аналогічно кут між вектором $\bar{F}_{K_2 \min}$ та \bar{F}_{K_2} постійний і дорівнює $\frac{\alpha_{K_2 \max}}{2}$, причому $\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} = \frac{\alpha_{K_2 \max}}{2}$.

Підставляючи вираз (2) у систему рівнянь (57) та враховуючи зазначені вище припущення, після деяких перетворень отримаємо наступні системи диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} (m_k + m_{ep.}) \ddot{x}_1 + \frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1 &= \left[\frac{\cos \delta \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - f \cos^2 \delta \sin \gamma \times \right. \\ &\times \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) + f \cos \delta \cos \gamma \cos \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \left. \right] \times \\ &\times H \sin \omega t + \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2fP_1 \cos \delta \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \sin^2 \gamma + \\ &+ fP_1 \cos \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \sin 2\gamma, \\ (m_k + m_{ep.}) \ddot{z}_1 + \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{\cos^2 \gamma_k} z_1 &= \left[\frac{\cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \right. \\ &+ \frac{f}{2} \sin 2\delta \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \left. \right] H \sin \omega t + \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \\ &+ 2fP_1 \sin \gamma \sin \delta \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) - (m_k + m_{ep.}) g, \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

або

$$\left. \begin{aligned}
 (m_k + m_{ep.}) \ddot{x}_1 + \frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1 &= \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2fP_1 \sin^3 \gamma \cos \delta + \\
 + fP_1 \sin 2\gamma \cos \gamma, \\
 (m_k + m_{ep.}) \ddot{z}_1 + \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{\cos^2 \gamma_k} z_1 &= \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \\
 + 2f P_1 \sin^2 \gamma \sin \delta - (m_k + m_{ep.}) g, \\
 \omega t \in [(2k - 1)\pi, 2k\pi], k = 1, 2, \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Системи рівнянь (60), (61) є системами лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами з правою частиною. Система диференціальних рівнянь (60) описує вільні і вимушені коливання коренеплоду (його точки закріплення O) вздовж осей O_1x_1 та O_1z_1 разом з оточуючим коренеплід ґрунтом на першому етапі вилучення. Система диференціальних рівнянь (61) описує переміщення коренеплоду у напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 при відсутності дії збурюючої сили, тобто коли робочий орган рухається вниз. Таким чином, ми замінили системи нелінійних диференціальних рівнянь (57), (58), які можливо розв'язати лише наближено чисельними методами, на системи лінійних диференціальних рівнянь (60), (61), які є дещо наближеними, проте їх можна розв'язати в квадратурах, отримавши аналітичні залежності, що описують коливальний процес коренеплоду на першому етапі вилучення.

Для спрощення запису отриманих систем диференціальних рівнянь (60), (61) введемо наступні позначення:

$$\frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k (m_k + m_{ep.})} = k_1^2, \quad (62)$$

$$\left[\frac{\cos \delta \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - f \cos^2 \delta \sin \gamma \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) + f \cos \delta \cos \gamma \cos \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \right] \times \\
 \times \frac{1}{(m_k + m_{ep.})} = A_1, \quad (63)$$

$$\left[\frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2f \cos \delta \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \sin^2 \gamma + f \cos \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \sin 2\gamma \right] \times \\
 \times \frac{1}{(m_k + m_{ep.})} = B_1, \quad (64)$$

$$\frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{\cos^2 \gamma_k (m_k + m_{ep.})} = k_2^2, \quad (65)$$

$$\left[\frac{\cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \frac{f}{2} \sin 2\delta \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \right] \frac{1}{(m_k + m_{ep.})} = A_2, \quad (66)$$

$$\left[\frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + 2f \sin \gamma \sin \delta \sin \left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \right] \frac{1}{(m_k + m_{ep.})} = B_2, \quad (67)$$

$$\left[\frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2f \sin^3 \gamma \cos \delta + f \sin 2\gamma \cos \gamma \right] \frac{1}{(m_k + m_{ep.})} = B'_1, \quad (68)$$

$$\left[\frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + 2f \sin^2 \gamma \sin \delta \right] \frac{1}{(m_k + m_{ep.})} = B'_2. \quad (69)$$

Після підстановки виразів (62) – (69) у системи рівнянь (60), (61), зазначені системи рівнянь набудуть наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + k_1^2 x_1 &= A_1 H \sin \omega t + B_1 P_1, \\ \ddot{z}_1 + k_2^2 z_1 &= A_2 H \sin \omega t + B_2 P_1 - g, \\ \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

або

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + k_1^2 x_1 &= B'_1 P_1, \\ \ddot{z}_1 + k_2^2 z_1 &= B'_2 P_1 - g, \\ \omega t &\in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

В результаті інтегрування системи диференціальних рівнянь (70) отримаємо закон поступального коливального руху коренеплоду (точки закріплення O) у напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 відповідно:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{B_1 P_1}{k_1^2} \cos k_1 t - \frac{A_1 H \omega}{k_1 (k_1^2 - \omega^2)} \sin k_1 t + \frac{A_1 H}{k_1^2 - \omega^2} \sin \omega t + \frac{B_1 P_1}{k_1^2}, \\ z_1 &= -\frac{B_2 P_1 - g}{k_2^2} \cos k_2 t - \frac{A_2 H \omega}{k_2 (k_2^2 - \omega^2)} \sin k_2 t + \frac{A_2 H}{k_2^2 - \omega^2} \sin \omega t + \frac{B_2 P_1 - g}{k_2^2}, \\ \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

Перші два члени у правій частині кожного з рівнянь системи (72) описують вільні коливання коренеплоду (точки закріплення O) у ґрунті в напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 , причому перший з них відповідає вільним коливанням, які б здійснював коренеплід за відсутності збурюючої сили, а другий відповідає вільним коливанням, але з амплітудою, що залежить від збурюючої сили. Це так звані вільні супроводжуючі коливання [6]. Треті члени у правій частині кожного з рівнянь системи (72) відповідають чисто вимушеним коливанням коренеплоду. Частота вільних та вільних супроводжуючих коливань коренеплоду (точки закріплення O) у ґрунті в напрямку осі O_1x_1 дорівнює k_1 і визначається з виразу (62), а у напрямку осі O_1z_1 дорівнює k_2 і визначається з виразу (65):

$$k_1 = \frac{h_1}{\cos \gamma_k} \sqrt{\frac{c \pi \sin \gamma_k}{2(m_k + m_{ep.})}}. \quad (73)$$

$$k_2 = \frac{1}{\cos \gamma_k} \sqrt{\frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{m_k + m_{ep.}}}. \quad (74)$$

Амплітуди вільних і вільних супроводжуючих коливань у напрямку осей O_1x_1 і O_1z_1 , як видно з виразів (72), відповідно дорівнюють:

$$\frac{B_1 P_1}{k_1^2}, \quad \frac{A_1 H \omega}{k_1 (k_1^2 - \omega^2)}, \quad \frac{B_2 P_1 - g}{k_2^2}, \quad \frac{A_2 H \omega}{k_2 (k_2^2 - \omega^2)}. \quad (75)$$

Частота вимушених коливань дорівнює частоті збурюючої сили, а отже, дорівнює ω . Амплітуди вимушених коливань коренеплоду у напрямку осей O_1x_1 і O_1z_1 , як видно з виразів (72), відповідно дорівнюють:

$$\frac{A_1 H}{k_1^2 - \omega^2}, \quad \frac{A_2 H}{k_2^2 - \omega^2}. \quad (76)$$

При цьому також отримано закон зміни швидкості коливального руху коренеплоду як функції від часу t у напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 відповідно:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{B_1 P_1}{k_1} \sin k_1 t - \frac{A_1 H \omega}{k_1^2 - \omega^2} \cos k_1 t + \frac{A_1 H \omega}{k_1^2 - \omega^2} \cos \omega t, \\ \dot{z}_1 &= \frac{B_2 P_1 - g}{k_2} \sin k_2 t - \frac{A_2 H \omega}{k_2^2 - \omega^2} \cos k_2 t + \frac{A_2 H \omega}{k_2^2 - \omega^2} \cos \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

$$[\omega t \in 2k\pi, (2k+1)\pi,] \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

В результаті інтегрування системи диференціальних рівнянь (71), отримаємо закон коливального руху коренеплоду у ґрунті у напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 відповідно на відрізках $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$, $k = 1, 2, \dots$:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{B_1' P_1}{k_1^2} \cos k_1 t + \frac{B_1' P_1}{k_1^2}, \\ z_1 &= -\frac{B_2' P_1 - g}{k_2^2} \cos k_2 t + \frac{B_2' P_1 - g}{k_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Перші члени у виразах (78) описують вільні коливання, які здійснює коренеплід у напрямках осей O_1x_1 та O_1z_1 за відсутності збурюючої сили. Частоти вільних коливань коренеплоду у ґрунті у напрямках осей O_1x_1 і O_1z_1 визначаються згідно виразів (73), (74) відповідно. Амплітуди вільних коливань коренеплоду у ґрунті на відрізках $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$, $k = 1, 2, \dots$, (за відсутності збурюючої сили) у напрямках осей O_1x_1 і O_1z_1 , відповідно дорівнюють:

$$\frac{B_1' P_1}{k_1^2}, \quad \frac{B_2' P_1 - g}{k_2^2}. \quad (79)$$

При цьому також отримано закон зміни швидкості коливального руху коренеплоду у ґрунті як функції від часу t у напрямку осей O_1x_1 та O_1z_1 :

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{B_1' P_1}{k_1} \sin k_1 t, \\ \dot{z}_1 &= \frac{B_2' P_1 - g}{k_2} \sin k_2 t, \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

$$\omega t \in [(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots$$

Таким чином, досліджені поступальні коливання коренеплоду (точки його закріплення O) у ґрунті у поздовжньо-вертикальній площині на першому етапі вилучення.

Для проведення розрахунків на ПЕОМ в середовищі Mathcad вибираємо значення необхідних величин згідно [8, 9]. Маса коренеплоду $m_k = 0,9$ кг; маса оточуючого коренепліду ґрунту $m_{sp} = 0,4$ кг; довжина коренеплоду $h_k = 0,25$ м; кути тригранних клинів вібраційного викопуючого органу: $\gamma = 14^\circ$; $\beta = 52^\circ$; коефіцієнт тертя сталі по поверхні коренеплоду $f = 0,45$; амплітуда збурюючої сили $H = 500$ Н; величина бокової рушійної сили $P_1 = 400$ Н; максимальний кут відхилення вектора сили тертя від вектора мінімального значення цієї сили $\alpha_{K_1 \max} = 30^\circ$; коефіцієнти пружної деформації ґрунту: $c_1 = 2 \cdot 10^5$ Н/м², $c = 3 \cdot 10^5$ Н/м³; частота коливань викопуючих лемешів $\nu = 20$ Гц; кут конусності коренеплоду $\gamma_k = 15^\circ$; двогранний кут δ між робочою поверхнею лемеша і нижньою основою тригранного клина визначено з відомого виразу.

Проведені розрахунки дали можливість отримати графіки (рис. 2).

На рис. 2 наведені зображення закону поступальних коливань коренеплоду як твердого тіла, закріпленого у ґрунті, що отримані на підставі аналітичних залежностей (72) для декількох значень коефіцієнтів пружної деформації ґрунту c_1 і c та частот коливань робочого органу.

Як видно з наведених графіків (рис. 2), центр мас коренеплоду через 0,025 с здійснює переміщення по осі Ox_1 на відстань 50 мм при частоті збурюючої сили $\nu = 10, 15$ і 20 Гц, а по осі Oz_1 при частоті збурюючої сили $\nu = 20$ Гц – на відстань 40 мм ($c_1 = 2 \cdot 10^5$ Н/м²), на відстань 30 мм ($c_1 = 3 \cdot 10^5$ Н/м²), на відстань 20 мм ($c_1 = 4 \cdot 10^5$ Н/м²).

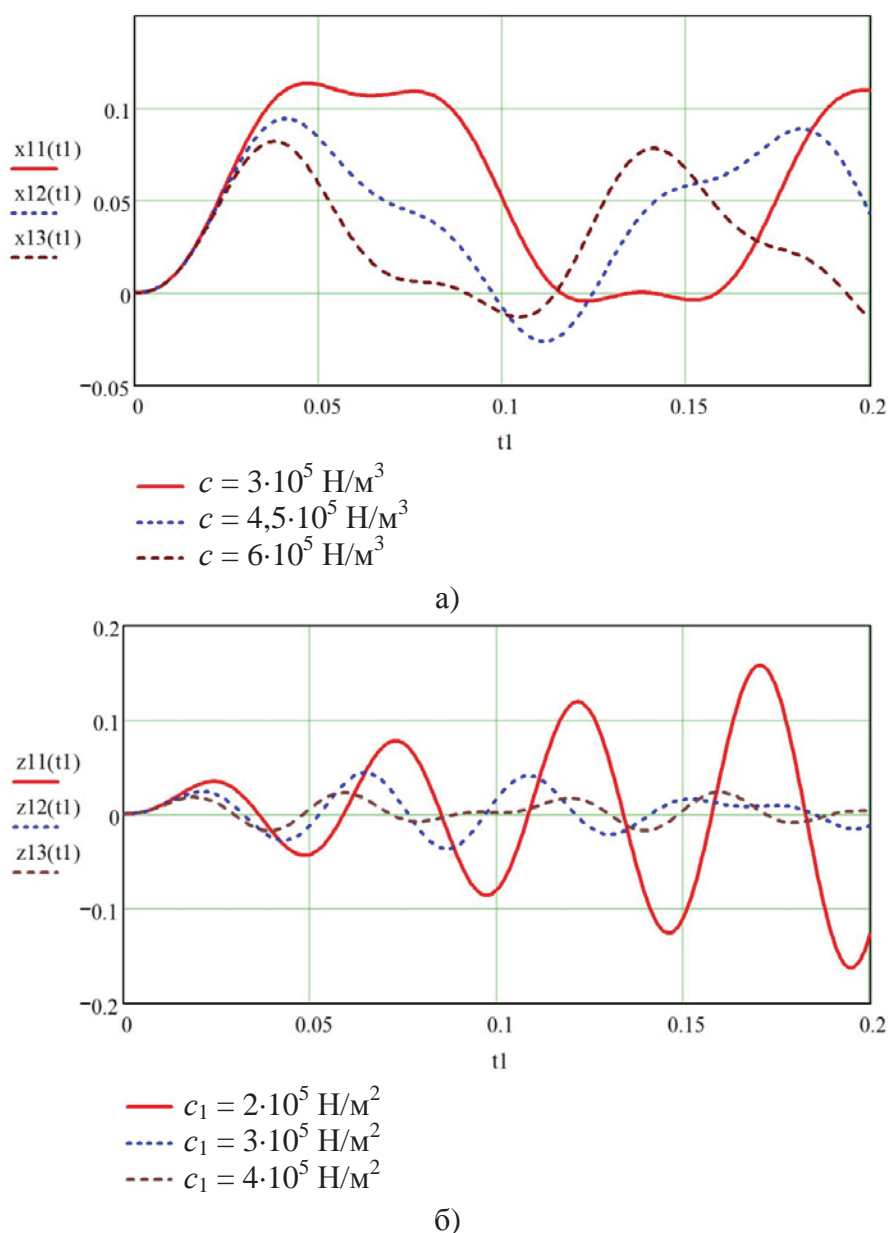


Рисунок 2 – Графіки функцій (закон коливального процесу) $x_1(t)$ (а) і $z_1(t)$ (б),

які описують коливання коренеплоду як твердого тіла, закріпленого у ґрунті, для відповідних значень коефіцієнтів пружної деформації ґрунту c_1 і c ($H = 500$ Н; $P_1 = 400$ Н; $\nu = 20$ Гц)

Джерело: отримано автором

Як зазначено у [9], для часткового порушення зв'язку крупних коренеплодів з ґрунтом необхідно забезпечити їх підняття до 6-8 мм, дрібних – до 4 мм, а до повного їх порушення – 12-25 мм. Таким чином, отримані значення амплітуд коливань для

наведених вище вихідних даних, як видно з графіків (рис. 2), повністю забезпечують руйнування зв'язків коренеплодів з ґрунтом і створюють умови для їх безпосереднього вилучення.

Висновки.

1. Створена математична модель коливань коренеплоду як твердого тіла у пружному середовищі при симетричному захваті коренеплоду робочим органом (захваті коренеплоду двома лемешами одночасно). Складена система диференціальних рівнянь поступальних коливань коренеплоду разом з оточуючим його ґрунтом

2. Розв'язок отриманої системи диференціальних рівнянь дав можливість знайти закон коливального процесу коренеплоду у ґрунті при вібраційному викопуванні, а також аналітичні вирази для обчислення частот і амплітуд вільних і вільних супроводжуваних коливань та амплітуд вимушених коливань коренеплоду як твердого тіла у ґрунті.

3. Згідно розрахунків, центр мас коренеплоду через 0,025 с здійснює переміщення по осі Ox_1 на відстань 50 мм при частоті збурюючої сили $\nu = 20, 15$ і 20 Гц, а по осі Oz_1 при частоті збурюючої сили $\nu = 20$ Гц – на відстань 40 мм ($c_1 = 2 \cdot 10^5$ Н/м²), на відстань 30 мм ($c_1 = 3 \cdot 10^5$ Н/м²), на відстань 20 мм ($c_1 = 4 \cdot 10^5$ Н/м²).

4. Отримані розрахункові значення амплітуд коливань коренеплоду як твердого тіла для розглянутих кінематичних режимів повністю забезпечують руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом і створюють умови для їх безпосереднього вилучення.

Список літератури

1. Василенко П.М. Вибрационный способ уборки коренеплодов [Текст] / П.М. Василенко, Л.В. Погорельый, В.В. Брей // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства, 1970. – №2. – С. 9-13.
2. Булгаков В.М. Теорія вібраційного викопування коренеплодів [Текст] / В.М. Булгаков, І.В. Головач. – Збірник наукових праць Національного аграрного університету “Механізація сільськогосподарського виробництва”. – 2003, Том XIV. – С. 34-86.
3. Булгаков В.М. Теорія поперечних коливань коренеплоду при вібраційному викопуванні [Текст] / В.М. Булгаков, І.В. Головач // Праці Таврійської державної агротехнічної академії, 2004, Вип. 18. – С. 8-24.
4. Булгаков В.М. Про вимушені поперечні коливання тіла коренеплоду при вібраційному викопуванні [Текст] / В.М. Булгаков, І.В. Головач // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць. – Харків: ХНТУСГ. – 2005, Вип. 39. – С. 23-39.
5. Булгаков В.М. Розробка математичної моделі вилучення коренеплоду з ґрунту [Текст] / В.М. Булгаков, І.В. Головач // Техніка АПК. – 2006. – № 6, 7, 8. – С. 36-38.
6. Булгаков В.М., Головач І.В. Теоретичне дослідження повздовжніх коливань коренеплоду у ґрунті як у пружному середовищі при вібраційному викопуванні [Текст] / В.М. Булгаков, І.В. Головач // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць, 2006. – Вип. 44, т. 2. – С. 131-155.
7. Головач І.В. Теорія безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту при вібраційному викопуванні [Текст] / І.В. Головач // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць, 2006. – Вип. 44, т. 2. – С. 77-100.
8. Свеклоуборочные машины: /Конструирование и расчет [Текст] // Л.В. Погорельый, Н. В. Татьяна, В. В. Брей и др.; Под ред. Л. В. Погорелого. - Киев: Техніка, 1983. – 168 с.
9. Погорельый, Л.В. Свеклоуборочные машины: история, конструкция, теория, прогноз [Текст] / Л. В. Погорельый, Н.В. Татьяна. – К.: Феникс, 2004. – 232 с.
10. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара [Текст] / Я. Г. Пановко. - 4-е изд., перераб. и доп. – Ленинград : Политехника, 1990. - 272 с
11. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара [Текст] / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1985. – 287с.
12. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика [Текст] : учеб. для вузов / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 3-е изд., испр. – М. : Наука, 1985. – 1985. – 496 с.

13. Булгаков В.М., Головач І.В. Уточнена теорія викопуючого робочого органу лемішного типу // Вісник аграрної науки Причорномор'я. Спеціальний випуск 4(18). Том I. – Миколаїв: МДАУ, 2002. – С. 37-63.
14. Булгаков В.М. Бурякозбиральні машини [Текст] : монографія / В.М. Булгаков. – К: Аграрна наука, 2011. – 351 с.
15. Zuckerrüben: Erntetechnik und Bodenschutz / FAT-Berichte Nr. 567//Eidgenössische Forschungsanstalt für Agrarwirtschaft und Landtechnik (FAT), CH-8356 Tänikon TG – 2001 P. 1-19.
16. Roller O. Entblatten statt Köpfen / Dr. Olaf Roller // Zuckerrüben Journal № 2 // Rheinischer Landwirtschafts-Verlag GmbH. – 2010, P. 14-15.
17. Merkes R. 50 Jahre Produktionstechnik im Zuckerrübenbau in Deutschland / R. Merkes // Zuckerrübe. – 2001, № 4. – P. 214-217.
18. Es geht um den Kopf / Zuckerrüben Journal №3 // Rheinischer Landwirtschafts-Verlag GmbH, – 2010, P. 7-8.

Vladimir Bulgakov, Prof., DSc., Ivan Holovach, Prof., DSc.

National University of Bio-resources and Environmental Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine

Mykhailo Chernovol, Prof., DSc.

Kirovohrad National Technical University, Kirovohrad, Ukraine

Theoretical background research oscillation vibration at its root digging

The task to develop the basic tenets of the theory of vibrations sugar beet roots as elastic bodies in an elastic environment and get them on the process parameters that provide neposhkodzhennya roots.

The paper contains theoretical research translational vibrations beet root as a rigid body in an elastic medium, together with the surrounding soil, root crops betrayed by digging out the vibration of the working body in the longitudinal vertical plane. A system of differential equations of this oscillatory process, the solution of which made it possible to determine the amplitude and frequency of vibrations to ensure complete destruction of root relations with the soil and creates preconditions for its eventual recovery.

root, vibratory excavating a working body, translational vibration frequency, amplitude, the system of differential equations

Одержано 06.11.15

УДК 621.9.048

Aleksandr Mazheyka, prof., PhD tech. sci.

Kirovograd National Technical University, Kirovohrad, Ukraine

Features a combined laser processing of titanium-nickel alloys

The article describes a study of the combined laser processing (CLP) for coating of titanium-nickel alloy. The structural phases that are inherent in shape memory alloys, for a considerable time by X-ray analysis. The dependence of the volume fraction of martensite, depending on the depth. It was determined that the main mechanism of relaxation during the laser treatment is combined partial martensitic transformations in phase B2 in B19. The studies confirm the effectiveness of CLP.

surface, metal materials, crystal phase, combined laser processing, X-raystructure researches, diffractive pictures

А.И. Мажейка, проф., канд. техн. наук

Кировоградский национальный технический университет, г.Кировоград, Украина

Особенности комбинированной лазерной обработки никель-титановых сплавов