

УДК 631.539.3

**О.С. Гринченко, проф., д-р техн. наук, О.І. Алфьоров, доц., канд. техн. наук**  
*Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка, м. Харків, Україна, [alfogor@i.ua](mailto:alfogor@i.ua)*

## Стохастичне моделювання триботехнічних деградовних процесів та прогнозування показників надійності

Викладено метод стохастичного моделювання процесів накопичення механічних пошкоджень в елементах машин і прогнозування на цій основі показників механічної надійності.  
**стохастичне моделювання, прогнозування надійності, механічна надійність**

**А.С. Гринченко, проф., д-р техн. наук, А.И. Алферов, доц., канд. техн. наук**  
*Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка, г. Харьков, Украина*

**Стохастическое моделирование триботехнических деградационных процессов и прогнозирование показателей надежности**

Изложен метод стохастического моделирования процессов накопления механических повреждений в элементах машин и прогнозирования на этой основе показателей механической надежности.

**стохастическое моделирование, прогнозирование надежности, механическая надежность**

**Постановка проблеми.** Сільськогосподарська і транспортна техніка вітчизняного виробництва за основними показниками безвідмовності і довговічності істотно поступається рівню, досягнутому світовими виробниками. Виправити ситуацію можна, використовуючи комплексний підхід і акцентуючи увагу на підвищенні якості проектування. Забезпечення надійно-орієнтованого проектування вимагає широкого використання методів моделювання та прогнозування надійності. В першу чергу на етапі проектування необхідно оцінити ризики і запобігти виникненню відмов, обумовлених різними видами механічного пошкодження і руйнування елементів машин. Ефективним способом вирішення багатьох проблем механічної надійності і переходу до ресурсного проектування є використання стохастичного моделювання деградаційних процесів.

**Огляд останніх досліджень і публікацій.** Під стохастичним моделюванням процесів механічного пошкодження розуміється побудова таких аналітичних імовірнісних моделей, які адекватні фізиці процесу і придатні для статистичної оцінки параметрів. Доступні для аналізу статистичні дані про реальні деградаційні процеси в техніці, які пов'язані зі зношуванням, як правило, мають дискретний характер. Методи моделювання повинні враховувати цю особливість.

У багатьох випадках при кумулятивних процесах механічного пошкодження можна використовувати модель нестационарного випадкового процесу з безперервними монотонними реалізаціями [1]. Спрощений спосіб опису такого процесу полягає в тому, що використовується лише умовний розподіл параметра технічного стану  $x_n(t)$  при будь-якому фіксованому напрацюванні  $t$ . Динаміка процесу задається у вигляді детермінованих функціональних залежностей від напрацювання для тих параметрів

розподілу  $x_n$ , які визначають зміну середнього значення процесу і характеристик його розсіювання. Тоді в разі монотонно зростаючих реалізацій процесу  $x_n(t)$ , як показано в [1], виконується інтегральна залежність:

$$\int_0^t \bar{f}\left(\frac{t}{x_n}\right) dt = \frac{1 - \int_0^{x_n} f\left(\frac{x_n}{t}\right) dx_n}{\int_0^{x_n} f\left(\frac{x_n}{0}\right) dx_n}, \quad (1)$$

де  $f\left(\frac{x_n}{t}\right)$  – щільність умовного розподілу параметра стану при фіксованому напрацюванні;

$\bar{f}\left(\frac{t}{x_n}\right)$  – щільність розподілу напрацювання до виходу параметра стану на будь-який фіксований рівень ;

$\int_0^{x_n} f\left(\frac{x_n}{0}\right) dx_n$  – імовірність досягнення параметром стану рівня при напрацюванні  $t = 0$ .

Якщо величина параметра  $x_n$ , що відповідає граничному стану об'єкта, задана і дорівнює  $x_{np} = const$ , то з (1) після диференціювання по напрацюванню слідує вираз, який можна використовувати при прогнозуванні щільності розподілення ресурсу

$$\bar{f}\left(\frac{t}{x_{np}}\right) = \frac{-\frac{d}{dt} \left\{ \int_0^{x_{np}} f\left(\frac{x_n}{t}\right) dx_n \right\}}{\int_0^{x_{np}} f\left(\frac{x_n}{t}\right) dx_n}. \quad (2)$$

Вираз (2) встановлює однозначну стохастичну залежність між щільностями розподілу ресурсу та параметра технічного стану об'єкта. Обираючи вид та параметричні функції умовного розподілу параметра стану  $f\left(\frac{x_n}{t}\right)$ , за допомогою (2) завжди можна визначити відповідну щільність розподілу ресурсу. При цьому не накладається ніяких обмежень на характер передбачуваної поведінки окремих реалізацій процесу  $x_n(t)$ , крім необхідності його монотонного зростання. Якщо в якості умовного розподілу параметра технічного стану використовувати закон Вейбулла з щільністю виду

$$f\left(\frac{x_n}{t}\right) = \frac{b}{a(t)} \left(\frac{x_n}{a(t)}\right)^{b-1} \exp\left\{-\left(\frac{x_n}{a(t)}\right)^b\right\}, \quad (3)$$

де параметр масштабу  $a(t)$  визначається степеневою функцією напрацювання  $a(t) = t^\nu / \mu$ , а параметр форми  $b = const$ , то за допомогою (2) отримуємо [1], що ресурс має розподіл Фреше, у якого щільність визначається виразом:

$$\bar{f}\left(\frac{t}{x_{np}}\right) = \frac{b\nu}{t} \left(\frac{\mu x_{np}}{t^\nu}\right)^b \exp\left\{-\left(\frac{\mu x_{np}}{t^\nu}\right)^b\right\}. \quad (4)$$

Згідно з (4) основні прогнозовані показники надійності можуть бути визначені за формулами:

- ймовірність безвідмовної роботи

$$R(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\mu x_{np}}{t^v}\right)^b\right\}; \quad (5)$$

- середній ресурс

$$T = (\mu x_{np})^{1/v} \Gamma\left(1 - \frac{1}{bv}\right); \quad (6)$$

- гамма-відсотковий ресурс

$$t_\gamma = (\mu x_{np})^{1/v} \left[\ln \frac{1}{1-\gamma}\right]^{-1/bv}. \quad (7)$$

Практична реалізація прогнозу надійності за допомогою виразів (5), (6) і (7) вимагає наявності даних про величину входних в них параметрів:  $\mu$ ,  $v$  і  $b$ . Статистична оцінка цих параметрів може бути виконана на основі використання дискретних даних при безперервному монотонному випадковому процесі  $x_n(t)$ . Нехай на основі контролю технічного стану у  $n$  однотипних об'єктів отримана випадкова вибірка попарно відповідних один одному значень параметра стану і напрацювання:  $\{x_{ni}, t_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . У системі координат  $x_n$  і  $t$  така вибірка є сукупністю точок, які перебували на реалізаціях випадкового деградаційного процесу в моменти дискретного контролю.

Наявність аналітичних виразів для відповідних один одному щільностей розподілів  $f\left(\frac{x_n}{t}\right)$  і  $\bar{f}\left(\frac{t}{x_n}\right)$  дозволяє використовувати при оцінці їх параметрів універсальний і ефективний метод максимальної правдоподібності [2]. У розглянутому випадку спільна функція правдоподібності може бути задана у вигляді

$$L(\mu, v, b) = \sum_{i=1}^n \ln f\left(\frac{x_{ni}}{t_i}\right) + \sum_{i=1}^n \ln \bar{f}\left(\frac{t_i}{x_{ni}}\right). \quad (8)$$

Параметри  $\mu$ ,  $v$  і  $b$  визначаються з умови максимуму функції правдоподібності (8).

Однак впевненості умовного розподілу параметру технічного стану за законом Вейбула в максимально достовірній узгодженості емпіричним даним не може бути, тому слід провести моделювання за декількома найбільш поширеними законами у випадку розподілу зазначеного параметру. Одним з таких законів є нормальний закон із щільністю, що має вид

$$f\left(\frac{x_n}{t}\right) = \frac{\sqrt{\mu}}{\sigma_0 \sqrt{2\pi} t^v} \exp\left\{-\frac{\mu\left(x_n - t^v/\mu\right)^2}{2\sigma_0^2 t^v}\right\}. \quad (9)$$

Тоді у відповідності (2), ресурс розподіляється за законом Бірнбаума-Саундерса і має щільність

$$\bar{f}\left(\frac{t}{x_{np}}\right) = \frac{v(t^v + \mu x_{cp})}{2\sigma_0 t \sqrt{2\pi} \mu^v} \exp\left\{-\frac{(t^v - \mu x_{cp})^2}{2\sigma_0^2 \mu t^v}\right\}, \quad (10)$$

а ймовірність безвідмовної роботи відповідає виразу:

$$R(t) = 1 - F_0 \left( \frac{t^v - \mu x_{gp}}{\sigma_0 \sqrt{\mu t^v}} \right), \quad (11)$$

середній ресурс:

$$T \approx (\mu x_{gp})^{1/v} \left( 1 + \frac{\sigma_0^2}{2v^2 x_{gp}} \right), \quad (12)$$

в той час, як гамма-відсотковий ресурс має вигляд:

$$t_\gamma = (0,25\mu)^{1/v} \left[ \sqrt{4x_{gp} + (U_\gamma \sigma_0)^2} - U_\gamma \sigma_0 \right]^{2/v}, \quad (13)$$

де  $U_\gamma$  – кватіль нормального розподілу, яка відповідає імовірності  $\gamma$ .

Практичне розуміння визначення параметрів  $\mu$ ,  $v$  та  $\sigma_0$  проводиться за аналогією, наведеною раніше та встановлення їх вагомих значень також витікає з умов максимуму функції правдоподібності (8).

**Постановка завдання.** Метою статті є викладення методу стохастичного моделювання процесів накопичення механічних пошкоджень в елементах машин і прогнозування на цій основі показників механічної надійності.

**Виклад основного матеріалу** Реалізуючи викладену вище теорію стохастичного моделювання і прогнозування механічної надійності проведемо розрахунки, використовуючи в якості вихідних даних результати вимірювань сумарного кутового зазору на вхідному валу головної передачі ведучих мостів. Цей параметр комплексно характеризує рівень зношеності всіх пар тертя в мосту і за його величиною може бути встановлено граничний стан мосту в зборі. Для отримання відповідної статистичної інформації в умовах експлуатації, при різних напрацюваннях були обстежені ведучі мости 9 сільськогосподарських агрегатів (18 мостів) і значення кутового зазору зведені в табл.1.

Таблиця 1 – Значення сумарного кутового зазору і напрацювання ведучих мостів

№ п/п	Наробіток мото-год.	Сумарний кутовий зазор, град	№ п/п	Наробіток мото-год.	Сумарний кутовий зазор, град
1	4649	14	10	4649	17
2	5422	48	11	5422	20
3	1177	5	12	1177	2
4	1817	13	13	1817	12
5	1512	6	14	1512	13
6	2156	27	15	2156	4
7	1901	30	16	1901	36
8	7680	35	17	7680	40
9	2105	17	18	2105	13

Максимізуючи функцію правдоподібності (8) для обох законів розподілу за трьома параметрами за допомогою математичного пакету «Mathcad» були визначені числові значення, які при наведених статистичних даних про деградаційні процеси склали:  $\mu = 971$ ;  $b = 1,524$  і  $v = 1,26$  для розподілу Вейбул - Фреше, та  $\mu = 73$ ,  $v = 0,92$  та  $\sigma_0 = 2,96$  за нормальним- Бернбаума-Саундерса відповідно. Використовуючи знайдені параметри і враховуючи нормативне значення сумарного кутового зазору ведучих мостів, відповідне їх граничного стану, який становить  $x_{gp} = 36$  град., був побудований графік прогнозованої щільності розподілу ресурсу мостів, представлений на рис. 1. Тут

наведена залежність середнього значення кутового зазору від напрацювання в експлуатації.

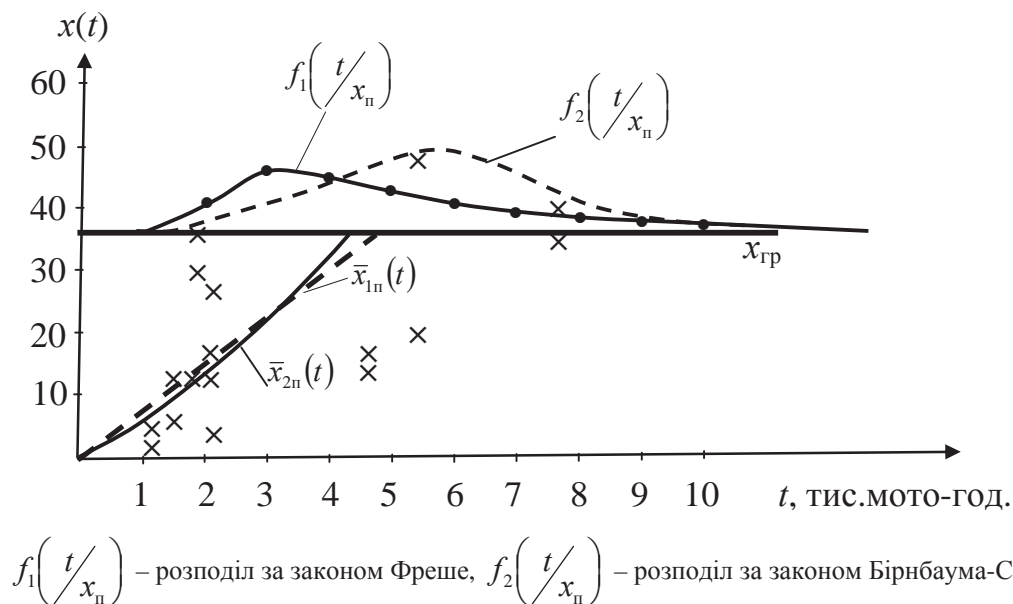


Рисунок 1 – Щільності розподілу ресурсу мостів

У відповідності з виразом (5) побудований графік ймовірності безвідмовної роботи ведучих мостів, наведений на рис. 2.

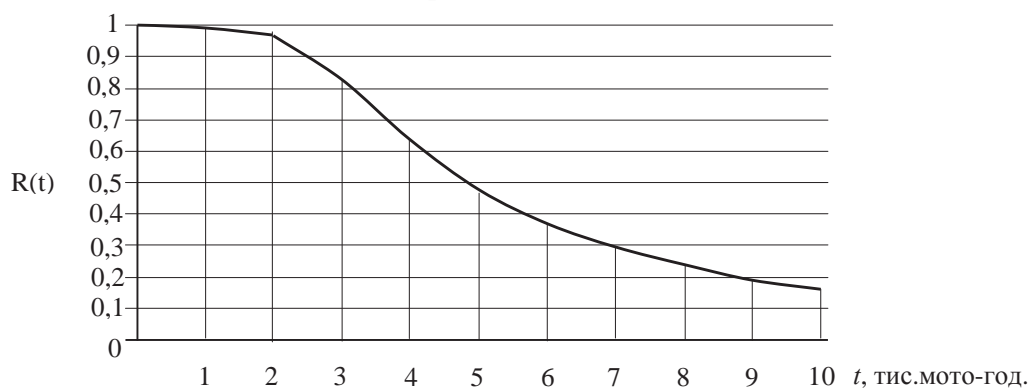


Рисунок 2 – Графік ймовірності безвідмовної роботи ведучих мостів сільськогосподарських агрегатів

Відповідно до залежностей (6) і (7) середній ресурс ведучих мостів складає  $T = 7460$  мото-год., а 80%-ий гамма ресурс  $t_{80} = 3150$  мото-год. відповідно, а для залежностей (12) та (13) відповідні значення становлять  $T = 6194$  мото-год. та  $t_{80} = 2720$  мото-год.

**Висновок.** Практичне значення розглянутого методу моделювання та прогнозування механічної надійності для етапу проектування і випробувань дослідних зразків полягає в тому, що побудована на основі реальних статистичних даних модель надійності об'єкта буде відображати весь спектр експлуатаційних впливів та чинників, що впливають на деградаційний процес і розподіл ресурсу. Модернізуючи або проектуючи новий об'єкт, аналогічний по конструкції і умовам експлуатації, а також подібний на увазі деградаційного процесу, слід використовувати отриману за даними про попередника модель, як базову і, проводячи порівняльні розрахунки або прискорені порівняльні випробування, за їх результатами, після коректування деяких параметрів моделі, здійснювати прогноз ресурсних показників надійності в реальній експлуатації.

## Список літератури

1. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: Оценка, моделирование, контроль [Текст] / А. С.Гринченко. – Х.: Віровець А.П. "Апостроф", 2012. – 259 с.
2. Soong T.T., 2004, Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers, State University of New York at Buffalo, Buffalo, New York, USA.

**Oleksandr Grynchenko, Prof., DSc., Olexsyi Alferov, Assos. Prof., PhD tech. sci.**

*Kharkov national technical University of agriculture by P. Vasilenko, Kharkov, Ukraine*

### **Stochastic modeling tribotechnical degraded processes and forecasting reliability indices**

Providing focused on improving the reliability of transport equipment Ukrainian production design requires extensive use of simulation techniques and forecasting reliability. The article is an exposition of the method of stochastic modeling of processes of accumulation of mechanical damage in the elements of machines and forecasting based on this performance mechanical reliability.

Feasibility reliability prediction requires data on the value of input parameters, statistical evaluation that can be performed through the use of discrete data with continuous monotonic random process.

The practical significance of this method of modeling and forecasting of mechanical reliability for the design phase and tests of prototypes is built on the basis of the real statistics object model reliability will reflect the whole range of operational impacts and factors affecting the degradation processes and resource allocation.

**stochastic modeling, forecasting reliability, mechanical reliability**

Одержано 06.11.15

## УДК 631.3.023

**П. В. Попович, проф., д-р техн. наук, Т. А. Довбуш, В.П. Олексюк, канд. техн. наук, В. І. Миць**

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль, Україна, prorovich@ukr.net*

## Аналіз впливу корозійно-експлуатаційних факторів на залишковий ресурс елементів металоконструкцій сільськогосподарських машин

Пропонується аналіз адитивних впливів експлуатації навантаженості і агресивних середовищ на металоконструкції мобільної сільськогосподарської техніки. Обґрунтовано вибір основних механізмів впливу корозійного середовища на тріщиностійкість матеріалів несучих систем мобільних машин. Вказано шляхи прогнозування залишкового ресурсу машин і обладнання аграрного виробництва.

**агресивне середовище, навантаження, тріщини**

**П. В. Попович, проф., д-р техн. наук, Т. А. Довбуш, В. П. Олексюк, канд. техн. наук, В. І. Миць**

*Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя, г. Тернополь, Украина*

**Анализ коррозионно-эксплуатационных факторов на остаточный ресурс элементов металлоконструкций сельскохозяйственных машин**

Предлагается анализ аддитивных воздействий эксплуатации нагруженности и агрессивной среды на металлоконструкции сельскохозяйственной техники. Аналитически исследованы основные механизмы воздействия коррозионной среды на трещиностойкость материалов несущих систем мобильных машин. В выводах указаны пути обеспечения прогнозирования остаточного ресурса машин и оборудования аграрного производства.

**агрессивная среда, нагрузки, трещины**

© П. В. Попович, Т. А. Довбуш, В. П. Олексюк, В. І. Миць, 2015