

In the last few years Ukraine was filled with non-traditional and in some cases unknown technologies of crop science. The changes started by using imported harvesters which left practically all residues on the field. This practice allowed increasing the productivity of picking processes and shortening the terms of harvest period but there appeared the problem of plant residues further processing. The Ukrainian producers chose the simplest way to solve it and used disc equipment for soil cultivation. As a result, the structure of surface soil was damaged, valuable agro-technical aggregates were mashed, which led to their transformation into dusty unstructured condition. There was also over-tamping of subsoil, dysfunction of the aeration and infiltration processes, decrease of the storage of productive soil water in lower levels.

This year the Department of Agricultural Engineering of Central Ukrainian National Technical University celebrates its 120th anniversary. On this occasion, the article contains the information on the contribution of the scientists of the department to the development of the agro-industrial complex of Ukraine by the introduction of some models of modern agricultural machines. They were developed and launched within recent years. The article shows the necessity of development and production of home-made agricultural machines. It is highlighted that the gradual introduction of the suggested machines into the technological processes of growing crops should become the basis for the introduction of soil protective and energy-saving technologies. The design features and the advantages of using plant residues shredders, combined chisel deep-tillers, universal cultivators, field cultivators and chain harrows in different soil and climatic conditions have been described.

The presented designs of machines were introduced into production and have been operating successfully on the fields of many agrarian companies. They provide high productivity and quality of technological processes confirming the efficiency and reliability of the design and significant cost savings compared with the purchase of foreign machines of similar application. Systematic launch of the developed technology into the technological processes of cultivation, timely operations and the refusal of the application of erosion-hazardous equipment can serve as the basis for the implementation of systems of soil protection and energy-saving technologies. We hope that our elaborations will improve the overall efficiency of agricultural production, promote the preservation and restoration of soil fertility and high yields.

**soil-protecting and energy-saving technologies, plant residues shredder, combined chisel deep-tiller, universal cultivator, chain harrow**

Одержано 30.10.17

**УДК 631.3.06.001.66**

**В.В. Адамчук, проф., д-р техн. наук, академік НААН України, Є.А. Петриченко, канд. техн. наук**

*Національний науковий центр "Інститут механізації та електрифікації сільського господарства" Національної академії аграрних наук України, м.Київ, Україна*

**В.М. Булгаков, проф., д-р техн. наук, академік НААН України**

*Національний університет біоресурсів і природокористування України, м.Київ, Україна*

**В.П. Кувачов, доц., канд. техн. наук, Є.І. Ігнат'єв, інж.**

*Таврійський державний агротехнологічний університет, м.Мелітополь, Україна*

*E-mail: kuvachoff@ukr.net*

## Теоретичне обґрунтування стійкого руху нового удобрювально-посівного агрегату

Розроблено нову теорію плоскопаралельного руху удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату з одночасним попереднім смуговим внесенням мінеральних добрив і посівом зернових культур. Такий комбінований агрегат складається з агрегатуючого колісного трактора, до якого

© В.В. Адамчук, Є.А. Петриченко, В.М. Булгако, В.П. Кувачов, Є.І. Ігнат'єв, 2017

позаду за допомогою зчпного пристрою приєднана туковисіва сівалка, яка смуговим способом вносить мінеральні добрива, а поза неї, також за допомогою зчпного пристрою, приєднана зернова сівалка. Для складових ланок даної динамічної системи визначені координати їх центрів, маси ланок, а також зовнішні сили і реакції, що діють з боку поверхні ґрунту. Для використання вихідних рівнянь динаміки у формі рівнянь Лагранжа II-го роду були визначені узагальнені координати і вирази для кінетичної енергії. Виконавши необхідні перетворення, була складена система з шести диференціальних рівнянь руху, яка описує поведінку комбінованого машинного агрегату при його плоскопаралельному русі. При цьому дві лінійні і одна кутова координата описують поведінку енергетичного засобу (колісного трактора), а три кутові координати описують повороти зчпного пристрою і центри агрегованих з ним машин. Отримана система з шести диференціальних рівнянь плоскопаралельного руху, вирішена на ПК, дає можливість оцінити стійкість руху комбінованого агрегату в площині поверхні поля при виконанні технологічного процесу.

**агрегат, трактор, внесення добрив, посів, еквівалентна схема, кінетична енергія, узагальнена сила, система диференціальних рівнянь руху**

**В.В. Адамчук, проф., д-р техн. наук, академик НААН України, Е.А. Петриченко, канд. техн. наук**  
*Национальный научный центр "Институт механизации и электрификации сельского хозяйства"*  
*Национальной академии аграрных наук Украины, г.Киев, Украина*

**В.М. Булгаков, проф., д-р техн. наук, академик НААН України**  
*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, г.Киев, Украина*

**В.П. Кувачев, доц., канд. техн. наук, Е.И. Игнатьев, инж.**  
*Таврический государственный агротехнологический университет, г. Мелитополь, Украина*

### **Теоретическое обоснование устойчивого движения нового удобрительно-посевого агрегата**

Разработана новая теория плоскопараллельного движения удобрительно-посевого машинно-тракторного агрегата с одновременным предварительным полосным внесением минеральных удобрений и посевом зерновых культур. Такой комбинированный агрегат состоит из агрегируемого колесного трактора, к которому сзади с помощью сцепного устройства присоединена туковисевающая сеялка, которая полосным способом вносит минеральные удобрения, а вне ее также с помощью сцепного устройства присоединена зерновая сеялка. Для составляющих звеньев данной динамической системы определены координаты их центров, массы звеньев, а также внешние силы и реакции, действующие со стороны поверхности почвы. Для использования исходных уравнений динамики в форме уравнений Лагранжа II-го рода были определены обобщенные координаты и выражения для кинетической энергии. Выполнив необходимые преобразования, была составлена система из шести дифференциальных уравнений движения, которая описывает поведение комбинированного машинного агрегата при его плоскопараллельном движении. При этом две линейные и одна угловая координата описывают поведение энергетического средства (колесного трактора), а три угловые координаты описывают повороты сцепного устройства и центры агрегируемых с ним машин. Полученная система из шести дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения, решенная на ПК, дает возможность оценить устойчивость движения комбинированного агрегата в плоскости поверхности поля при выполнении технологического процесса.

**агрегат, трактор, внесение удобрений, посев, эквивалентная схема, кинетическая энергия, обобщенная сила, система дифференциальных уравнений движения**

**Постановка проблеми.** Останнім часом в країні набула актуальності проблема переуцільнення орних земель в зв'язку з високим тиском на них сільськогосподарської техніки та її багатократних проходів при реалізації технології вирощування культурних рослин. Це змушує науковців шукати нові варіанти енергозберігаючих сучасних технологій і способів мінімізації впливу на ґрунт ходових систем машин за рахунок поєднання при одному проході агрегату операцій посіву, внесення мінеральних добрив, передпосівної і післяпосівної обробки.

Такий підхід, в цілому, дозволяє скоротити агротехнічні терміни виконання польових робіт, зменшити втрати вологи шляхом скорочення міжопераційних проміжків часу, заощадити паливно-мастильні матеріали тощо.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Методика побудови розрахункових математичних моделей сільськогосподарських машин і машинних агрегатів досить

широко представлена в численних працях академіка Василенко П.М. [1-4]. При цьому основним видом руху саме сільськогосподарських машин (причіпних, навісних і самохідних) є плоскопаралельний, оскільки цей вид руху визначає якість виконання заданих технологічних процесів. Дослідженню роботи комбінованих сільськогосподарських машинних агрегатів присвячено низку опублікованих робіт [5-8, 10].

Слід підкреслити, що агротехнічні та експлуатаційно-технічні показники роботи, а також продуктивність комбінованих машинно-тракторних агрегатів в значній мірі залежить від характеру саме плоскопаралельного руху. Тому, дослідження плоскопаралельного руху різних машинних агрегатів необхідні як при порівняльній оцінці існуючих, так і при проектуванні принципово нових. Основним методом таких досліджень є складання і рішення диференціальних рівнянь руху машинних агрегатів [4].

**Постановка завдання.** Оптимізувати кінематичні і конструктивні параметри комбінованого удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату, що складається з колісного агрегатуєчого трактора і послідовно причеплених позаду тукової сівалки для смугового внесення мінеральних добрив і зернової сівалки, на основі чисельного рішення складених диференціальних рівнянь його плоскопаралельного руху.

**Виклад основного матеріалу.** Проведеними численними польовими агрономічними експериментальними дослідженнями встановлено, що внесення мінеральних добрив одночасно з посівом зернових та інших сільськогосподарських культур, коли стартові дози добрив вносяться на насінневе ложе, а основна доза добрив вноситься нижче рівня закладення насіння зі зміщенням в горизонтальній площині, дозволяє досягнути значної економії добрив, в середньому на 30 ... 45%. Таким чином, поєднання операції сівби зернових та інших сільськогосподарських культур з основним внесенням в ґрунт мінеральних добрив є ефективним ресурсозберігаючим заходом.

Для визначення параметрів якісної роботи виникає необхідність в дослідженні таких комбінованих машинно-тракторних агрегатів, які б поєднували і посів, і одночасне внесення мінеральних добрив стартовими і основними дозами.

При проведенні теоретичного дослідження була складена розрахункова математична модель вказаного комбінованого машинно-тракторного агрегату, який складається з агрегатуєчого колісного трактора, до якого спочатку, за допомогою навісного пристрою, приєднаний удобрювальний агрегат, з яким, в свою чергу, кінематично з'єднаний, також за допомогою навісного пристрою, посівний агрегат.

Для складання розрахункової математичної моделі такого комбінованого удобрювально-посівного агрегату використаємо відомі при моделюванні положення. Побудуємо з початку еквівалентну схему такого комбінованого агрегату, для чого, перш за все, зробимо ряд припущень.

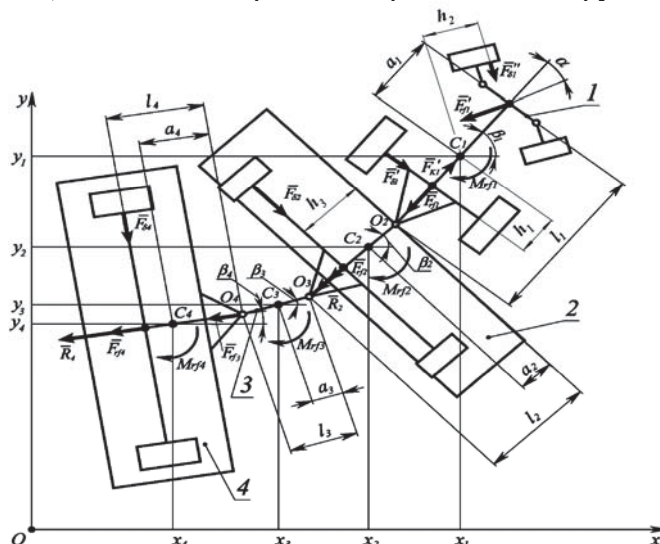
Так, необхідно враховувати тільки ті основні елементи даного комбінованого машинно-тракторного агрегату, які здійснюють різні рухи. Оскільки розглядувана динамічна система є багатомасовою, то для спрощення розрахунків будемо враховувати тільки рухи, які впливають на якість виконання технологічного процесу. Віднесемо такий машинний агрегат (динамічну систему) до нерухої декартової системи координат  $Oxuz$ . Також припустимо, що при русі агрегату вздовж поверхні поля, всі його точки рухаються в площинах, які паралельні до площини  $xOy$  (рис. 1).

Щоб скласти систему диференціальних рівнянь руху даної механічної системи, розглянемо її в поточному положенні і опишемо це положення під час руху на площині шістьма незалежними узагальненими координатами. Також припустимо, що в

початковий момент часу  $t = 0$  механічна система була орієнтована уздовж осі  $Ox$  і починає рухатися зі стану спокою.

Тому рух даної механічної системи буде описуватися шістьма диференціальними рівняннями другого порядку щодо зазначених незалежних узагальнених координат. Таким чином, математична модель даного машинно-тракторного агрегату – це модель механічної системи, яка має шість ступенів вільності.

Віднесемо механічну систему, яка досліджується, до нерухої декартової системи координат  $Oxyz$ . Осі  $Ox$  і  $Oy$  розташуємо в горизонтальній площині (тобто площині поверхні поля), а вісь  $Oz$  направимо вертикально вгору.



1 – трактор; 2 – удобрювальний агрегат; 3 – причіпний пристрій; 4 – посівний агрегат

Рисунок 1 – Еквівалентна схема комбінованого удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату

Для складання диференціальних рівнянь руху отриманої механічної системи покажемо її в довільному положенні в додатному напрямку і її положення під час руху опишемо шістьма незалежними узагальненими координатами:

$$x_1, y_1, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4,$$

де  $x_1, y_1$  – координати центра мас трактора;

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  – відповідно кути, утворені поздовжніми осями ланок механічної системи з віссю  $Ox$ ;

$m_i$  ( $i = \overline{1,4}$ ) – маси ланок механічної системи;

$C_i(x_i, y_i)$  – центр мас  $i$ -ої ланки системи, ( $i = \overline{1,4}$ );

$a_i$  – відстані від центру мас ланки до її переднього шарніру;

$l_i$  – відстані між двома сусідніми осями шарнірів.

Нехай в початковий момент часу ( $t = 0$ ) механічна система була орієнтована уздовж осі  $Ox$  і починає рухатися зі стану спокою.

Рух отриманої механічної системи опишемо відомим методом з використанням рівнянь у формі Лагранжа 2-го роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad (s = \overline{1,6}), \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія механічної системи;

$q_s$  – узагальнена координата;

$s$  – номер координати;

$Q_s$  – узагальнена сила, яка відповідає узагальненій координаті  $q_s$ .

Кінетичну енергію механічної системи обчислимо як суму кінетичних енергій кожної ланки системи:

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \left[ m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + I_i \omega_i^2 \right], \quad (2)$$

де  $I_i$  – момент інерції  $i$ -ої ланки щодо вертикальної осі, яка проходить через її центр мас;

$\omega_i = \dot{\beta}_i$  – кутова швидкість повороту  $i$ -ої ланки;

$\dot{x}_i, \dot{y}_i$  – проекції вектора швидкості центра мас  $i$ -ої ланки системи.

Координати центру мас  $i$ -ої ( $i = \overline{2,4}$ ) ланки представимо через  $x_1, y_1$ , координати центра мас і кути поворотів попередніх ланок і задані параметри:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - a_2 \cos \beta_2, \\ y_2 &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - a_2 \sin \beta_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - l_2 \cos \beta_2 - a_3 \cos \beta_3, \\ y_3 &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - l_2 \sin \beta_2 - a_3 \sin \beta_3, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} x_4 &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - l_2 \cos \beta_2 - l_3 \cos \beta_3 - a_4 \cos \beta_4, \\ y_4 &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - l_2 \sin \beta_2 - l_3 \sin \beta_3 - a_4 \sin \beta_4. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Залежності (3) - (5) можна записати в загальному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - a_i \cos \beta_i - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \cos \beta_j, \\ y_i &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - a_i \sin \beta_i - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin \beta_j, \quad (i = \overline{2,4}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Взявши похідні по часу від виразів (6), визначимо швидкості центрів мас ланок системи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_1 + (l_1 - a_1) \dot{\beta}_1 \sin \beta_1 + a_i \dot{\beta}_i \sin \beta_i + \sum_{j=2}^{i-1} l_j \dot{\beta}_j \sin \beta_j, \\ \dot{y}_i &= \dot{y}_1 - (l_1 - a_1) \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 - a_i \dot{\beta}_i \cos \beta_i - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \dot{\beta}_j \cos \beta_j, \quad (i = \overline{2,4}). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Підставивши (7) в (2), отримаємо вираз для кінетичної енергії динамічної системи:

$$T = \frac{1}{2} \left[ m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + I_1 \dot{\beta}_1^2 + \sum_{i=2}^4 \left( m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + I_i \dot{\beta}_i^2 \right) \right]. \quad (8)$$

Обчислимо узагальнені сили, які відповідають узагальненим координатам.

Для цього сили, які діють на колеса машино-тракторного агрегату, приведемо до передніх і задніх мостів. Оскільки використаний в агрегаті трактор має колісну формулу 4К2 з приводним заднім мостом, тому його повороти здійснюються зміною положення передніх коліс поворотом на кут  $\alpha$ . Позначимо зазначені сили таким чином:

$F'_{k1}$  – тягове зусилля трактора;

$F_{rfi}$  – сила опору  $i$ -ої ланки агрегату;

$F_{\delta i}$  – бічна сила, яка діє на цю ланку;

$M_{rfi}$  – момент опору повороту цієї ланки;

$P_l$  і  $P_r$  – сили опору кочення коліс, які наведені до заднього моста і віднесені до складу сили  $F_{rf2}$  і моменту  $M_{rf2}$ .

$R_2$  – сумарна сила опору посівних робочих органів удобрювально-посівного агрегату;

$R_4$  – сумарна сила опору сошників посівного агрегату.

Всі ці силові фактори визначаються згідно з відповідними експериментальними дослідженнями в залежності від типу ґрунту, параметрів висівних робочих органів, вантажомісткості технологічних місткостей агрегатів і параметрів коліс і типу трактора.

Тоді узагальнені сили визначаються відповідно до виразу, тобто:

$$Q_{x_1} = \frac{1}{\delta x_1} \left[ \sum_{i=1}^n \delta A(\bar{F}_i^a) \right]_{x_1} = \frac{1}{\delta x_1} \left[ \sum_{i=1}^4 F_{xi} \delta x_i \right]_{x_1} = \sum_{i=1}^4 F_{xi},$$

тут враховуємо, що  $\delta x_i = \delta x_1$  ( $i = \overline{1,4}$ ).

Адже

$$Q_{x_1} = \sum_{i=1}^4 F_{xi}, \quad (9)$$

аналогічно

$$Q_{y_1} = \sum_{i=1}^4 F_{yi}, \quad (10)$$

де  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$  – сума проекцій всіх сил, які діють на  $i$ -у ланку механічної системи, відповідно на осі  $O_x$  і  $O_y$ .

Для того, щоб визначити узагальнені сили, які відповідають кутам поворотів  $\beta_i$  ( $i = \overline{1,4}$ ), визначимо координати шарнірів  $O_i(x_{O_i}, y_{O_i})$ , ( $i = \overline{2,4}$ ) і їх варіації.

$$\left. \begin{aligned} x_{O_i} &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \cos \beta_j, \\ y_{O_i} &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin \beta_j. \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

Звідки:

$$\left. \begin{aligned} \delta x_{O_i} &= \delta x_1 + (l_1 - a_1) \sin \beta_1 \cdot \delta \beta_1 + \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin \beta_j \cdot \delta \beta_j, \\ \delta y_{O_i} &= \delta y_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 \cdot \delta \beta_1 - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \cos \beta_j \cdot \delta \beta_j, \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

тоді:

$$Q_{\beta_1} = \frac{\left[ \sum_{k=1}^n \delta A(\bar{F}_k^a) \right]_{\beta_1}}{\delta \beta_1} = M_{C_1} - M_{rf1} + \frac{\sum_{i=2}^4 [F_{xi} \delta x_{O_i} + F_{yi} \delta y_{O_i}]}{\delta \beta_1} = \quad (13)$$

$$= M_{C_1} - M_{rf1} + (l_1 - a_1) \left( \sin \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{xi} - \cos \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{yi} \right).$$

Тут враховується, що згідно (12) при  $\delta \beta_1 > 0$  і

$$\begin{aligned} \delta x_1 = \delta x_2 = \delta \beta_2 = \delta \beta_3 = \delta \beta_4 = 0, \\ \delta x_{O_i} = (l_1 - a_1) \sin \beta_1 \cdot \delta \beta_1, \\ \delta y_{O_i} = -(l_1 - a_1) \cos \beta_1 \cdot \delta \beta_1. \end{aligned}$$

Остаточно отримаємо:

$$Q_{\beta_1} = M_{C_1} - M_{rf1} + (l_1 - a_1) \left[ \sin \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{xi} - \cos \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{yi} \right], \quad (14)$$

де  $M_{C_1}$  – алгебраїчна сума моментів всіх сил, які діють на першу ланку щодо точки  $C_1$ .

Аналогічно визначимо  $Q_{\beta_i}$  ( $i = \overline{2,4}$ ):

$$Q_{\beta_i} = \frac{\left[ \sum_{k=1}^n \delta A(\bar{F}_k^a) \right]_{\beta_i}}{\delta \beta_i} = M_{O_i} - M_{rfi} + \frac{\sum_{j=i+1}^4 (F_{xj} \delta x_{O_j} + F_{yj} \delta y_{O_j})}{\delta \beta_i} =$$

$$= M_{O_i} - M_{rfi} + l_i \left( \sin \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{xj} - \cos \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{yj} \right),$$

У цих рівняннях враховано, що  $\delta x_{O_i} = l_i \sin \beta_i \cdot \delta \beta_i$ , а  $\delta y_{O_i} = -l_i \cos \beta_i \cdot \delta \beta_i$ .

Таким чином, отримуємо:

$$Q_{\beta_i} = M_{O_i} - M_{rfi} + l_i \left( \sin \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{xj} - \cos \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{yj} \right), \quad (i = \overline{2,4}), \quad (15)$$

де  $M_{O_i}$  – алгебраїчна сума моментів всіх сил, які діють на  $i$ -у ланку, відносно точки  $O_i$ .

Визначимо необхідні похідні від кінетичної енергії, які входять в рівняння Лагранжа II роду (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} &= m_1 \dot{x}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \dot{x}_i, \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} &= m_1 \dot{y}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \dot{y}_i, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) &= m_1 \ddot{x}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{x}_i, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} \right) &= m_1 \ddot{y}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{y}_i, \\ \frac{\partial T}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y_1} = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}_1} &= I_1 \dot{\beta}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i (\dot{x}_i \sin \beta_1 - \dot{y}_i \cos \beta_1) \cdot (l_1 - a_1), \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}_1} \right) &= I_1 \ddot{\beta}_1 + (l_1 - a_1) \sum_{i=2}^4 m_i (\ddot{x}_i \sin \beta_1 - \ddot{y}_i \cos \beta_1 + \\ &+ \dot{x}_i \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 + \dot{y}_i \dot{\beta}_1 \sin \beta_1), \\ \frac{\partial T}{\partial \beta_1} &= \sum_{i=2}^4 m_i (\dot{x}_i \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 + \dot{y}_i \dot{\beta}_1 \sin \beta_1) (l_1 - a_1), \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta_1} &= I_1 \ddot{\beta}_1 + (l_1 - a_1) \sum_{i=2}^4 m_i (\ddot{x}_i \sin \beta_1 - \ddot{y}_i \cos \beta_1).\end{aligned}$$

Далі визначимо наступні похідні:

$$\begin{aligned}\frac{dT}{d\dot{\beta}_i} &= m_i a_i (\dot{x}_i \sin \beta_i - \dot{y}_i \cos \beta_i) + l_i \sum_{j=i+1}^4 m_j (\dot{x}_j \sin \beta_i - \dot{y}_j \cos \beta_i) + I_i \dot{\beta}_i, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{d\dot{\beta}_i} \right) &= m_i a_i (\ddot{x}_i \sin \beta_i - \ddot{y}_i \cos \beta_i) + m_i a_i \dot{\beta}_i (\dot{x}_i \cos \beta_i + \dot{y}_i \sin \beta_i) + \\ &+ l_i \sum_{j=i+1}^4 m_j \left[ (\ddot{x}_j \sin \beta_i - \ddot{y}_j \cos \beta_i) + \dot{\beta}_i (\dot{x}_j \cos \beta_i + \dot{y}_j \sin \beta_i) \right] + I_i \ddot{\beta}_i, \\ \frac{dT}{d\beta_i} &= m_i a_i \dot{\beta}_i (\dot{x}_i \cos \beta_i + \dot{y}_i \sin \beta_i) + \dot{\beta}_i \sum_{j=i+1}^4 m_j (\dot{x}_j \cos \beta_i + \dot{y}_j \sin \beta_i).\end{aligned}$$

Тоді, підставивши отримані похідні в рівняння (1), отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь, яка описує рух комбінованого удобрювальну-посівного машинно-тракторного агрегату в горизонтальній площині: перше рівняння системи – рух трактора вздовж осі  $Ox$ , друге рівняння – рух трактора вздовж осі  $Oy$ , третє рівняння – поворот трактора навколо його центру мас.

$$\left. \begin{aligned}m_1 \ddot{x}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{x}_i &= \sum_{i=1}^4 F_{xi}, \\ m_1 \ddot{y}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{y}_i &= \sum_{i=1}^4 F_{yi}, \\ I_1 \ddot{\beta}_1 + (l_1 - a_1) \sum_{i=2}^4 m_i (\ddot{x}_i \sin \beta_1 - \ddot{y}_i \cos \beta_1) &= \\ &= M_{C_1} - M_{rf1} + (l_1 - a_1) \left( \sin \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{xi} - \cos \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{yi} \right), \\ I_2 \ddot{\beta}_2 + m_2 a_2 (\ddot{x}_2 \sin \beta_2 - \ddot{y}_2 \cos \beta_2) + l_2 [ & m_3 (\ddot{x}_3 \sin \beta_2 - \ddot{y}_3 \cos \beta_2) + \\ + m_4 (\ddot{x}_4 \sin \beta_2 - \ddot{y}_4 \cos \beta_2) ] &= M_{O_2} - M_{rf2} + l_2 \left( \sin \beta_2 \sum_{j=3}^4 F_{xj} - \cos \beta_2 \sum_{j=3}^4 F_{yj} \right), \\ I_3 \ddot{\beta}_3 + m_3 a_3 (\ddot{x}_3 \sin \beta_3 - \ddot{y}_3 \cos \beta_3) + l_3 m_4 (\ddot{x}_4 \sin \beta_3 - \ddot{y}_4 \cos \beta_3) &= \\ &= M_{O_3} - M_{rf3} + l_3 (\sin \beta_3 F_{x4} - \cos \beta_3 F_{y4}), \\ I_4 \ddot{\beta}_4 + m_4 a_4 (\ddot{x}_4 \sin \beta_4 - \ddot{y}_4 \cos \beta_4) &= M_{O_4} - M_{rf4}.\end{aligned} \right\} \quad (16)$$



Останні три рівняння системи (16) описують поворот ланок комбінованого удобрювально-посівного агрегату навколо власного центру мас, відповідно; четверте рівняння описує поворот агрегату, рівняння п'ять – зчіпки, рівняння шість – посівного агрегату. Їх можна записати одним рівнянням з індексом ( $i$ ), де  $i$  змінюється від 2 до 4, тобто:

$$I_i \ddot{\beta}_i + m_i a_i (\ddot{x}_i \sin \beta_i - \ddot{y}_i \cos \beta_i) + l_i \sum_{j=i+1}^4 m_j (\ddot{x}_j \sin \beta_i - \ddot{y}_j \cos \beta_i) = \\ = M_{O_i} - M_{rf_i} + l_i \left( \sin \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{x_j} - \cos \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{y_j} \right), \quad (i = \overline{2,4}). \quad (17)$$

Таким чином, отримана система шести диференціальних рівнянь (16), яка описує рух комбінованого удобрювально-посівного агрегату при наявності у нього шести ступенів вільності. Рішення цих рівнянь буде визначати закономірність руху кожної складової частини даного машинно-тракторного агрегату в горизонтальній площині.

Визначимо далі силові фактори, які входять в систему рівнянь (16) руху удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату.

Спочатку визначимо  $\sum_{i=1}^n F_{x_i}$  і  $\sum_{i=1}^n F_{y_i}$ , які входять в перші чотири рівняння системи (16).

З еквівалентної схеми (рис. 3) знаходимо:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= \bar{F}'_{k1} + \bar{F}'_{\delta1} + \bar{F}'_{\delta2} + \bar{F}'_{rf1} + \bar{F}'_{rf1}, \\ \bar{F}_2 &= \bar{F}'_{\delta2} + \bar{F}'_{rf2} + \bar{R}_2, \\ \bar{F}_3 &= \bar{F}'_{rf3}, \\ \bar{F}_4 &= \bar{F}'_{\delta4} + \bar{F}'_{rf4} + \bar{R}_4. \end{aligned} \quad (18)$$

Проектуючи ці векторні рівняння на осі  $Ox$  і  $Oy$ , отримаємо їх значення в проекціях на вісь  $Ox$ .

$$\begin{aligned} F_{x1} &= F'_{k1} \cos \beta_1 + F'_{\delta1} \sin \beta_1 - F'_{rf1} \cos(\beta_1 - \alpha) + F'_{\delta2} \sin(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \cos \beta_1, \\ F_{x2} &= F'_{\delta2} \sin \beta_2 - F'_{rf2} \cos \beta_2 - R_2 \cos \beta_2, \\ F_{x3} &= -F'_{rf3} \cos \beta_3, \\ F_{x4} &= F'_{\delta4} \sin \beta_4 - F'_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4. \end{aligned} \quad (18)$$

Отримуємо проекції векторних рівнянь (17) на вісь  $Oy$ :

$$\begin{aligned} F_{y1} &= F'_{k1} \sin \beta_1 - F'_{\delta1} \cos \beta_1 - F'_{rf1} \sin(\beta_1 - \alpha) - F'_{\delta2} \cos(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \sin \beta_1, \\ F_{y2} &= -F'_{\delta2} \cos \beta_2 - F'_{rf2} \sin \beta_2 - R_2 \sin \beta_2, \\ F_{y3} &= -F'_{rf3} \sin \beta_3, \\ F_{y4} &= -F'_{\delta4} \cos \beta_4 - F'_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4. \end{aligned} \quad (19)$$

Оскільки:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 (F_{x_i}) &= F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} = F'_{k1} \cos \beta_1 + F'_{\delta1} \sin \beta_1 - F'_{rf1} \cos(\beta_1 - \alpha) + \\ &+ F'_{\delta2} \sin(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \cos \beta_1 + F'_{\delta2} \sin \beta_2 - F'_{rf2} \cos \beta_2 - \\ &- R_2 \cos \beta_2 - F'_{rf3} \cos \beta_3 + F'_{\delta4} \sin \beta_4 - F'_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4, \end{aligned} \quad (20)$$

і

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 (F_{yi}) = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} = F'_{k1} \sin \beta_1 - F'_{\delta 1} \cos \beta_1 - F'_{rf1} \sin(\beta_1 - \alpha) - \\ - F'_{\delta 2} \cos(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \sin \beta_1 - F_{\delta 2} \cos \beta_2 - F_{rf2} \sin \beta_2 - \\ - R_2 \sin \beta_2 - F_{rf3} \sin \beta_3 - F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4 . \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогічно отримуємо:

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^4 (F_{xi}) = F_{\delta 2} \sin \beta_2 - F_{rf2} \cos \beta_2 - R_2 \cos \beta_2 - F_{rf3} \cos \beta_3 + \\ + F_{\delta 4} \sin \beta_4 - F_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4 , \end{aligned} \quad (22)$$

і

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^4 (F_{yi}) = -F_{\delta 2} \cos \beta_2 - F_{rf2} \sin \beta_2 - R_2 \sin \beta_2 - F_{rf3} \sin \beta_3 - \\ - F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4 , \end{aligned} \quad (23)$$

а також:

$$\sum_{i=3}^4 (F_{xi}) = -F_{rf3} \cos \beta_3 + F_{\delta 4} \sin \beta_4 - F_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4 , \quad (24)$$

і

$$\sum_{i=3}^4 (F_{yi}) = -F_{rf3} \sin \beta_3 - F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4 . \quad (25)$$

Прискорення центру мас лівого колеса дорівнюватиме:

$$\ddot{x}'_{li} = pr_{x'_i} \bar{a}_l = \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) - \ddot{\beta}_i d_{li} . \quad (27)$$

де  $\bar{a}_l$  – прискорення центра мас лівого колеса.

Для правого колеса аналогічно отримуємо:

$$\ddot{x}'_{ri} = \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) + \ddot{\beta}_i d_{ri} . \quad (28)$$

Умова кочення коліс без ковзання має вигляд:

$$x'_{C_i} = r_{ki} \varphi_i .$$

Звідки шляхом двократного диференціювання знаходимо:

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{\ddot{x}'_{C_i}}{r_{ki}} , \quad (29)$$

де  $r_{ki}$  – радіус колеса  $i$ -ої ланки агрегату.

Для лівого колеса рівняння (26) прийме вигляд:

$$I_{ki} \ddot{\varphi}_i = F_{rfi}^l \cdot r_{ki}$$

Звідси, враховуючи (29), отримуємо:

$$F_{rfi}^l = \frac{I_{ki} \ddot{x}'_{li}}{r_{ki}^2} \quad (30)$$

Підставляючи (27) в (30), отримуємо:

$$F_{rfi}^l = \frac{I_{ki} \left[ \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) - \ddot{\beta}_i d_{li} \right]}{r_{ki}^2} . \quad (31)$$

Аналогічно отримуємо:

$$F_{rfi}^r = \frac{I_{ki} \left[ \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) + \ddot{\beta}_i d_{ri} \right]}{r_{ki}^2}. \quad (32)$$

Підставляючи (27) в (31), отримаємо:

$$F_{rfi}^l = \frac{I_{ki} \left[ \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) - \ddot{\beta}_i d_{li} \right]}{r_{ki}^2}. \quad (33)$$

Аналогічно отримуємо:

$$F_{rfi}^r = \frac{I_{ki} \left[ \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) + \ddot{\beta}_i d_{ri} \right]}{r_{ki}^2}. \quad (34)$$

Тоді:

$$\begin{aligned} F_{rfi} &= F_{rfi}^l + F_{rfi}^r = \\ &= \frac{I_{ki} \left\{ 2 \left[ \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) \right] + \ddot{\beta}_i (d_{ri} - d_{li}) \right\}}{r_{ki}^2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Обчислимо  $M_{rfi}$  – момент опору повороту  $i$ -ої ланки агрегату як суми моментів опору сил опору лівого і правого коліс відносно центру мас  $i$ -ої ланки, яке входить до рівняння (24), (25) і (26):

$$\begin{aligned} M_{rfi} &= M_k(\bar{F}_{rfi}^l) + M_k(\bar{F}_{rfi}^r) = -F_{rfi}^l d_{li} + F_{rfi}^r d_{ri} = \\ &= \frac{I_{ki} \left\{ \left[ \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) \right] (d_{ri} - d_{li}) + \ddot{\beta}_i (d_{li}^2 + d_{ri}^2) \right\}}{r_{ki}^2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Для задніх ведучих коліс трактора за умови, що  $d_{ri} = d_{li} = d_1$  отримаємо:

$$F_{rf1} = \frac{2I_{k1} \left[ \ddot{x}_1 \cos \beta_1 + \ddot{y}_1 \sin \beta_1 + \dot{\beta}_1^2 (l_1 - a_1) \right]}{r_{k1}^2} - \frac{2M'_e}{r_{k1}} \quad (37)$$

і

$$M_{rf1}'' = 2I_{k1} \ddot{\beta}_1 \left( \frac{d_1}{r_{k1}} \right)^2, \quad (38)$$

де  $M'_e = \frac{M_e \eta}{2}$ ;  $M_e$  – крутний момент, який розвивається двигуном трактора;

$\eta$  – коефіцієнт, який враховує тип трансмісії трактора.

З кінематики плоскопаралельного руху твердого тіла визначимо прискорення центру мас правого і лівого коліс за такими виразами:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{c_1^r} &= \bar{a}_{c_1} + \bar{a}_{ic_1}^\varepsilon + \bar{a}_{ic_1}^\omega, \\ \bar{a}_{c_1} &= \ddot{x}_1 \bar{i} + \ddot{y}_1 \bar{j}, \\ a_{ic_1}^\varepsilon &= \dot{\beta}_1 \cdot c_1 c_1'', \\ a_{ic_1}^\omega &= \dot{\beta}_1^2 \cdot c_1 c_1''. \end{aligned}$$

Тоді для лівого колеса маємо:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1'' &= pr_{x_1} \bar{a}_{c_1^r} = \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) - \dot{\beta}_1 \left[ (d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + \right. \\ &\left. + (a_1 + d_0 \sin \alpha) \sin \alpha \right] - \dot{\beta}_1^2 \left[ (a_1 + d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha \right]. \end{aligned}$$

Аналогічно для правого колеса отримаємо:

$$\ddot{x}'_1 = pr_{x'_1} \bar{a}_{c'_1} = \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) + \ddot{\beta}_1 [(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + (a_1 - d_0 \sin \alpha) \sin \alpha] - \dot{\beta}_1^2 [(a_1 - d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha].$$

З рівняння (37) для лівого колеса маємо:

$$F'_{rf1} = \frac{I'_{k1}}{r'^2_{k1}} \cdot \ddot{x}''_1 = \frac{I'_{k1} \left\{ \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) - \right.}{1} \times$$

$$\left. - \ddot{\beta}_1 [(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + (a_1 + d_0 \sin \alpha) \sin \alpha] \right\} -$$

$$\times \frac{1}{1} \times$$

$$\left. - \dot{\beta}_1^2 [(a_1 + d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha] \right\}}{(r'_{k1})^2}, \quad (39)$$

де  $r'_{k1}$  – радіус передніх коліс трактора;

$I'_{k1}$  – момент інерції передніх коліс трактора відносно осі обертання.

Для правого колеса:

$$F''_{rf1} = \frac{I'_{k1} \left\{ \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) + \right.}{1} \times$$

$$\left. + \ddot{\beta}_1 [(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + (a_1 - d_0 \sin \alpha) \sin \alpha] \right\} -$$

$$\times \frac{1}{1} \times$$

$$\left. - \dot{\beta}_1^2 [(a_1 - d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha] \right\}}{(r'_{k1})^2}. \quad (40)$$

З огляду на залежності (39) і (40) отримаємо:

$$F'_{rf1} = F''_{rf1} + F'_{rf1} =$$

$$= \frac{2I'_{k1} \left\{ \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) - \right.}{1} \times$$

$$\left. - \frac{1}{2} \ddot{\beta}_1 d_0 - \dot{\beta}_1^2 [a_1 \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha] \right\}}{(r'_{k1})^2}, \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
M'_{rf1} &= M_k(\bar{F}'_{rf1}) + M_k(\bar{F}''_{rf1}) = \\
&= \frac{2I'_{k1}(d_0 + d_1 \cos \alpha) \left\{ \ddot{\beta}_1 [(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + a_1 \sin \alpha] + \right.}{1} \times \\
&\quad \left. + \dot{\beta}_1^2 d_0 \sin \alpha \cos \alpha \right\}}{(r'_{k1})^2},
\end{aligned} \quad (42)$$

де  $M'_{rf1}$  – момент опору повороту ведених передніх коліс трактора, який дорівнює сумі моментів сил опору правого і лівого коліс відносно центру мас.

Тоді, враховуючи (36) і (38), отримуємо:

$$\begin{aligned}
M_{rf1} &= M'_{rf1} + M''_{rf1} = \\
&= 2I_{k1} \ddot{\beta}_1 \left( \frac{d_1}{r_{k1}} \right)^2 + \frac{2I'_{k1}(d_0 + d_1 \cos \alpha) \times}{1} \times \\
&\quad \times \frac{\left\{ \ddot{\beta}_1 [(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + a_1 \sin \alpha] + \dot{\beta}_1^2 d_0 \sin \alpha \cos \alpha \right\}}{(r'_{k1})^2},
\end{aligned} \quad (43)$$

де  $M_{rf1}$  – момент опору повороту всіх коліс агрегуючого трактора.

Якщо деякі колеса агрегату будуть рухатися з ковзанням, то для них сили опору (тертя) будуть максимальні і визначаються за наступним виразом:

$$F_{f_i} = N_i f_i, \quad (i = \overline{1,4}), \quad (44)$$

де  $N_i$  – сила тиску  $i$ -го колеса на ґрунт;

$f_i$  – коефіцієнт тертя ковзання між колесом і ґрунтом.

Сила тиску на ґрунт буде дорівнюватиме:

$$\begin{aligned}
N_i &= \frac{m_i d a_i}{l_i}, \quad (i = \overline{1,4}), \\
N'_1 &= \frac{m_1 d (l_1 - a_1)}{l_1},
\end{aligned} \quad (45)$$

де  $N'_1$  – сила тиску на ґрунт передніх коліс.

Визначимо бічні сили, які діють на мости:

$$\begin{aligned}
F_{efi} &= k_{wi} \varphi_{wi}, \quad (i = \overline{1,4}), \\
F'_{ef1} &= k'_{w1} \varphi'_{w1},
\end{aligned} \quad (46)$$

де  $k_w$  – коефіцієнт опору бічному уводу, який визначається експериментально;

$\varphi_w$  – кут відведення мостів колісного трактора.

Визначимо кут уведення переднього моста трактора:

$$\varphi'_{w1} \approx \frac{\dot{x}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) - \dot{y}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) - a_1 \dot{\beta}_1}{\dot{x}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) + \dot{y}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) + a_1 \dot{\beta}_1 \sin(\beta_1 + \alpha)} \quad (47)$$

і в загальному вигляді для інших ланок агрегату:

$$\varphi_{wi} \approx \frac{\dot{x}_i \sin \beta_i - \dot{y}_i \cos \beta_i + (l_i - a_i) \cos \beta_i \cdot \dot{\beta}_i}{\dot{x}_i \cos \beta_i + \dot{y}_i \sin \beta_i + (l_i - a_i) \sin \beta_i \cdot \dot{\beta}_i}, \quad (i = \overline{1,4}), \quad (48)$$

При цьому,  $F'_{k1} = 0$ , оскільки вона враховується при визначенні  $F_{rf1}$ .

Проведемо далі чисельний аналіз даного завдання з використанням ПК, за розробленими нами програмами.

З урахуванням всіх отриманих значень, систему диференціальних рівнянь (16) необхідно, перш за все, привести до лінійної.

Будемо вважати, що при малих кутах  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  малими будуть також і видкості  $\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dot{\beta}_3, \dot{\beta}_4$ . Це пояснюється достатньою інертністю мас агрегату і реальними умовами переміщення агрегату по поверхні поля (при малих переміщеннях складові елементи агрегату не встигають розігнатися до великих швидкостей).

В цьому випадку, тим більше, в першому наближенні, можна вважати досить малими множеньня  $\beta_1 \cdot \dot{\beta}_1^2, \beta_2 \cdot \dot{\beta}_2^2, \beta_3 \cdot \dot{\beta}_3^2, \beta_4 \cdot \dot{\beta}_4^2$ . Тому члени рівнянь даної системи, що містять зазначені множники можна опустити, в результаті чого система диференціальних рівнянь (15) значно спроститися, набуваючи вигляду лінійної системи диференціальних рівнянь, представлена у вигляді окремих рівнянь, яка буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} (F'_{\delta 1} - F_{\delta 2})\beta_1 - F_{\delta 2}\beta_2 - F_{\delta 4}\beta_4 = \\ = F_{k1} - F'_{rf1} - F_{\delta 2}\alpha - F_{rf1} - F_{rf2} - R_2 - F_{rf3} - F_{rf4} - R_4; \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\ddot{y}_1 - (m_2 + m_3 + m_4)(l_1 - a_1)\ddot{\beta}_1 - \\ - (m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2)\ddot{\beta}_2 - (m_3 a_3 + m_4 l_3)\ddot{\beta}_3 - \\ - m_4 a_4 \ddot{\beta}_4 - (F'_{k1} - F'_{rf1} - F_{rf1})\beta_1 + (F_{rf2} + R_2)\beta_2 + \\ + F_{rf3}\beta_3 + (F_{rf4} + R_4)\beta_4 = -F'_{\delta 1} + F'_{rf1}\alpha - F'_{\delta 2} - F_{\delta 2} - F_{\delta 4}; \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} - (m_2 + m_3 + m_4)(l_1 - a_1)\ddot{y}_1 + \left[ I_1 + m_2(l_1 - a_1)^2 + m_3(l_1 - a_1)^2 + m_4(l_1 - a_1)^2 + \right. \\ \left. + 2I_{k1} \left( \frac{d_1}{r_{k1}} \right)^2 + \frac{2I'_{k1}(d_0 + d_1)[(d_0 + d_1) + a_1\alpha]}{(r'_{k1})^2} \right] \ddot{\beta}_1 + \\ + [m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2](l_1 - a_1)\ddot{\beta}_2 + (m_3 a_3 + m_4 l_3)(l_1 - a_1)\ddot{\beta}_3 + \\ + m_4(l_1 - a_1)a_4\ddot{\beta}_4 - (-F_{rf2} - R_2 - F_{rf3} - F_{rf4} - R_4)(l_1 - a_1)\beta_1 - \\ - (F_{rf2} + R_2)(l_1 - a_1)\beta_2 - F_{rf3}(l_1 - a_1)\beta_3 - \\ - (F_{rf4} + R_4)(l_1 - a_1)\beta_4 = M_{c1} + (F_{\delta 2} + F_{\delta 4})(l_1 - a_1); \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned}
 & -(m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2) \ddot{y}_1 + (m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2)(l_1 - a_1) \ddot{\beta}_1 + \\
 & + \left[ I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_2^2 + \frac{I_{k2}}{r_{k2}^2} (d_{l_2}^2 + d_{r_2}^2) \right] \ddot{\beta}_2 + \\
 & + (m_3 l_2 a_3 + m_4 l_2 l_3) \ddot{\beta}_3 + m_4 l_2 a_4 \ddot{\beta}_4 - (-F_{rf3} l_2 - F_{rf4} l_2 - R_4 l_2) \beta_2 - \\
 & - F_{rf3} l_2 \beta_3 - (F_{rf4} l_2 + R_4 l_2) \beta_4 = M_{O2} + F_{\delta 4} l_2;
 \end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned}
 & -(m_3 a_3 + m_4 l_3) \ddot{y}_1 + (m_3 a_3 + m_4 l_3)(l_1 - a_1) \ddot{\beta}_1 + (m_3 a_3 l_2 + m_4 l_3 l_2) \ddot{\beta}_2 + \\
 & + \left[ I_3 + m_4 l_3^2 + \frac{I_{k3}}{r_{k3}^2} (d_{l_3}^2 + d_{r_3}^2) \right] \ddot{\beta}_3 + m_4 l_3 a_4 \ddot{\beta}_4 - (-F_{rf4} l_3 - R_4 l_3) \beta_3 - \\
 & - (F_{rf4} l_3 + R_4 l_3) \beta_4 = M_{O3} + F_{\delta 4} l_3;
 \end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned}
 & -m_4 a_4 \ddot{y}_1 + m_4 a_4 (l_1 - a_1) \ddot{\beta}_1 + m_4 a_4 l_2 \ddot{\beta}_2 + m_4 a_4 l_3 \ddot{\beta}_3 + \\
 & + \left[ I_4 + m_4 a_4^2 + \frac{I_{k4}}{r_{k4}^2} (d_{l_4}^2 + d_{r_4}^2) \right] \ddot{\beta}_4 = M_{O4}.
 \end{aligned} \tag{54}$$

Або, виражена через постійні коефіцієнти і зведена до однієї системи:

$$\left. \begin{aligned}
 & A_{11} \ddot{y}_1 + A_{12} \ddot{\beta}_1 + A_{13} \ddot{\beta}_2 + A_{14} \ddot{\beta}_3 + A_{15} \ddot{\beta}_4 + \\
 & + A_{16} \beta_1 + A_{17} \beta_2 + A_{18} \beta_3 + A_{19} \beta_4 = B_1, \\
 & A_{21} \ddot{y}_1 + A_{22} \ddot{\beta}_1 + A_{23} \ddot{\beta}_2 + A_{24} \ddot{\beta}_3 + A_{25} \ddot{\beta}_4 + \\
 & + A_{26} \beta_1 + A_{27} \beta_2 + A_{28} \beta_3 + A_{29} \beta_4 = B_2, \\
 & A_{31} \ddot{y}_1 + A_{32} \ddot{\beta}_1 + A_{33} \ddot{\beta}_2 + A_{34} \ddot{\beta}_3 + A_{35} \ddot{\beta}_4 + \\
 & + A_{36} \beta_1 + A_{37} \beta_2 + A_{38} \beta_3 + A_{39} \beta_4 = B_3, \\
 & A_{41} \ddot{y}_1 + A_{42} \ddot{\beta}_1 + A_{43} \ddot{\beta}_2 + A_{44} \ddot{\beta}_3 + A_{45} \ddot{\beta}_4 + \\
 & + A_{46} \beta_1 + A_{47} \beta_2 + A_{48} \beta_3 + A_{49} \beta_4 = B_4, \\
 & A_{51} \ddot{y}_1 + A_{52} \ddot{\beta}_1 + A_{53} \ddot{\beta}_2 + A_{54} \ddot{\beta}_3 + A_{55} \ddot{\beta}_4 + \\
 & + A_{56} \beta_1 + A_{57} \beta_2 + A_{58} \beta_3 + A_{59} \beta_4 = B_5, \\
 & A_{61} \ddot{y}_1 + A_{62} \ddot{\beta}_1 + A_{63} \ddot{\beta}_2 + A_{64} \ddot{\beta}_3 + A_{65} \ddot{\beta}_4 + \\
 & + A_{66} \beta_1 + A_{67} \beta_2 + A_{68} \beta_3 + A_{69} \beta_4 = B_6.
 \end{aligned} \right\} \tag{55}$$

де

$$\begin{aligned}
& A_{11} = 0; A_{12} = 0; A_{13} = 0; A_{14} = 0; A_{15} = 0; \\
& A_{16} = F'_{\delta 1} - F_{\delta 2}; A_{17} = -F_{\delta 2}; A_{18} = 0; A_{19} = -F_{\delta 4}; \\
& A_{21} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4; A_{22} = -(m_2 + m_3 + m_4)(l_1 - a_1); \\
& A_{23} = -(m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2); A_{24} = -(m_3 a_3 + m_4 l_3); \\
& A_{25} = -m_4 a_4; A_{26} = -(F'_{k1} - F'_{rf1} - F_{rf1}); \\
& A_{27} = F_{rf2} + R_2; A_{28} = F_{rf3}; A_{29} = F_{rf4} + R_4; \\
& A_{31} = -(m_2 + m_3 + m_4)(l_1 - a_1); A_{32} = I_1 + (m_2 + m_3 + m_4)(l_1 - a_1)^2 + \\
& + 2I_{k1} \left( \frac{d_1}{r_{k1}} \right)^2 + \frac{2I'_{k1} (d_0 + d_1) [(d_0 + d_1) + a_1 \alpha]}{(r'_{k1})^2}; \\
& A_{33} = [m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2](l_1 - a_1); A_{34} = (m_3 a_3 + m_4 l_3)(l_1 - a_1); \\
& A_{35} = m_4 (l_1 - a_1) a_4; A_{36} = -(-F_{rf2} - R_2 - F_{rf3} - F_{rf4} - R_4)(l_1 - a_1); \\
& A_{37} = -(F_{rf2} + R_2)(l_1 - a_1); A_{38} = F_{rf3} (l_1 - a_1); \\
& A_{39} = -(F_{rf4} + R_4)(l_1 - a_1); \\
& A_{41} = -(m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2); A_{42} = (m_2 a_2 + m_3 l_2 + m_4 l_2)(l_1 - a_1); \\
& A_{43} = I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_2^2 + \frac{I_{k2}}{r_{k2}^2} (d_{l_2}^2 + d_{r_2}^2); \\
& A_{44} = m_3 l_2 a_3 + m_4 l_2 l_3; A_{45} = m_4 l_2 a_4; \\
& A_{46} = 0; A_{47} = -(-F_{rf3} l_2 - F_{rf4} l_2 - R_4 l_2); A_{48} = -F_{rf3} l_2; \\
& A_{49} = -(F_{rf4} l_2 + R_4 l_2); \\
& A_{51} = -(m_3 a_3 + m_4 l_3); A_{52} = (m_3 a_3 + m_4 l_3)(l_1 - a_1); \\
& A_{53} = (m_3 a_3 + m_4 l_3) l_2; A_{54} = I_3 + m_4 l_3^2 + \frac{I_{k3}}{r_{k3}^2} (d_{l_3}^2 + d_{r_3}^2); \\
& A_{55} = m_4 l_3 a_4; A_{56} = 0; A_{57} = 0; A_{58} = -(-F_{rf4} - R_4) l_3; \\
& A_{59} = -(F_{rf4} + R_4) l_3; \\
& A_{61} = -m_4 a_4; A_{62} = m_4 a_4 (l_1 - a_1); \\
& A_{63} = m_4 a_4 l_2; A_{64} = m_4 a_4 l_3; A_{65} = I_4 + m_4 a_4^2 + \frac{I_{k4}}{r_{k4}^2} (d_{l_4}^2 + d_{r_4}^2); \\
& A_{66} = 0; A_{67} = 0; A_{68} = 0; A_{69} = 0; \\
& B_1 = F_{k1} - F'_{rf1} - F_{\delta 2} \alpha - F_{rf1} - F_{rf2} - R_2 - F_{rf3} - F_{rf4} - R_4; \\
& B_2 = -F'_{\delta 1} + F'_{rf1} \alpha - F'_{\delta 2} - F_{\delta 2} - F_{\delta 4}; B_3 = M_{C1} + (F_{\delta 2} + F_{\delta 4})(l_1 - a_1); \\
& B_4 = M_{O2} + F_{\delta 4} l_2; B_5 = M_{O3} + F_{\delta 4} l_3; B_6 = M_{O4}; \\
& M_{C1} = F'_{\delta 1} \cdot h_1 - F'_{\delta 2} \cdot h_2; M_{O2} = F_{\delta 2} \cdot h_3; M_{O3} = 0; M_{O4} = F_{\delta 4} \cdot l_4.
\end{aligned}$$

За умови, що  $A_{11} \dots A_{15} = 0$ , перше рівняння системи (55) стає статичним, тобто рівним нулю, тому в подальшому не розглядається.



Вже згадана математична модель комбінованого удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату описує його інерційні властивості. Про це свідчать диференціальні рівняння розрахункової математичної моделі, які включають лише другі похідні від незалежних координат (тобто  $\ddot{y}_1, \ddot{\beta}_1, \ddot{\beta}_2, \ddot{\beta}_3, \text{ і } \ddot{\beta}_4$ ). Слід підкреслити, що із-за відносно малої маси третьої ланки даного комбінованого машинно-тракторного агрегату її інерційними властивостями можна знехтувати. З урахуванням того, що  $m_3 = l_3 = \alpha_3 = 0$ , система рівнянь (55) буде мати наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} A_{21}\ddot{y}_1 + A_{22}\ddot{\beta}_1 + A_{26}\beta_1 + A_{23}\ddot{\beta}_2 + A_{27}\beta_2 + A_{25}\ddot{\beta}_4 + A_{29}\beta_4 &= K\alpha + K_1, \\ A_{31}\ddot{y}_1 + A_{32}\ddot{\beta}_1 + A_{36}\beta_1 + A_{33}\ddot{\beta}_2 + A_{37}\beta_2 + A_{35}\ddot{\beta}_4 + A_{39}\beta_4 &= B_3, \\ A_{41}\ddot{y}_1 + A_{42}\ddot{\beta}_1 + A_{46}\beta_1 + A_{43}\ddot{\beta}_2 + A_{47}\beta_2 + A_{45}\ddot{\beta}_4 + A_{49}\beta_4 &= B_4, \\ A_{61}\ddot{y}_1 + A_{62}\ddot{\beta}_1 + A_{66}\beta_1 + A_{63}\ddot{\beta}_2 + A_{67}\beta_2 + A_{65}\ddot{\beta}_4 + A_{69}\beta_4 &= B_6, \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

де  $K = F'_{r1}, K_1 = -F'_{\delta1} - F'_{\delta2} - F_{\delta2} - F_{\delta4}$ .

Для спрощення рішення системи диференціальних рівнянь (50) застосуємо перетворення Лапласа. Суть їх, як відомо, полягає в переході від оригіналу функції до її відображення, шляхом введення комплексної змінної  $p = \frac{d}{dt}$ . У підсумку це дає можливість перейти від складної системи диференціальних рівнянь до відносно простої системи алгебраїчних рівнянь. В результаті будемо мати:

$$\left. \begin{aligned} K_{21} \cdot y_1(p) + K_{22} \cdot \beta_1(p) + K_{23} \cdot \beta_2(p) + K_{25} \cdot \beta_4(p) &= K \cdot \alpha(p) + K_1 \cdot 1(p), \\ K_{31} \cdot y_1(p) + K_{32} \cdot \beta_1(p) + K_{33} \cdot \beta_2(p) + K_{35} \cdot \beta_4(p) &= B_3 \cdot 1(p), \\ K_{41} \cdot y_1(p) + K_{42} \cdot \beta_1(p) + K_{43} \cdot \beta_2(p) + K_{45} \cdot \beta_4(p) &= B_4 \cdot 1(p), \\ K_{61} \cdot y_1(p) + K_{62} \cdot \beta_1(p) + K_{63} \cdot \beta_2(p) + K_{65} \cdot \beta_4(p) &= B_6 \cdot 1(p), \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

де

$$\begin{aligned} K_{21} &= A_{21} \cdot p^2, & K_{31} &= A_{31} \cdot p^2, & K_{41} &= A_{41} \cdot p^2, & K_{61} &= A_{61} \cdot p, \\ K_{22} &= A_{22} \cdot p^2 + A_{26}, & K_{32} &= A_{32} \cdot p^2 + A_{36}, & K_{42} &= A_{42} \cdot p^2, & K_{62} &= A_{62} \cdot p, \\ K_{23} &= A_{23} \cdot p^2 + A_{27}, & K_{33} &= A_{33} \cdot p^2 + A_{37}, & K_{43} &= A_{43} \cdot p^2 + A_{47}, & K_{63} &= A_{63} \cdot p, \\ K_{25} &= A_{25} \cdot p^2 + A_{29}, & K_{35} &= A_{35} \cdot p^2 + A_{39}, & K_{45} &= A_{45} \cdot p^2 + A_{49}, & K_{65} &= A_{65} \cdot p. \end{aligned}$$

Система рівнянь (57) відображає динамічний стан даного комбінованого удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату під впливом керуючого  $[\alpha(p)]$  і збурювального вхідних змінних. До останніх належать одиничні впливи  $K_0 \cdot 1(p)$  і  $B_3 = 1(p)$ ,  $B_4 = 1(p)$  і  $B_6 = 1(p)$ . Вихідними змінними даної системи рівнянь є координата  $y_1$  і кути  $\beta_1, \beta_2, \text{ і } \beta_4$ .

Передавальна функція відпрацювання комбінованим удобрювально-посівним машинно-тракторним агрегатом керуючого впливу в результаті прийме такий вигляд:

$$W_\alpha = \frac{p^2 (F_4 \cdot p^4 + F_2 \cdot p^2 + F_0)}{p^2 (C_6 \cdot p^6 + C_4 \cdot p^4 + C_2 \cdot p^2 + C_0)}, \quad (58)$$

де

$$\begin{aligned}
F_4 &= K(A_{31} \cdot A_{45} \cdot A_{63} - A_{31} \cdot A_{43} \cdot A_{65} + A_{41} \cdot A_{33} \cdot A_{65} - A_{41} \cdot A_{35} \cdot A_{63} - A_{33} \cdot A_{61} \cdot A_{45} + A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{35}), \\
F_2 &= K(A_{31} \cdot A_{63} \cdot A_{49} - A_{31} \cdot A_{47} \cdot A_{65} - A_{41} \cdot A_{63} \cdot A_{39} + A_{41} \cdot A_{37} \cdot A_{65} - A_{33} \cdot A_{61} \cdot A_{49} + \\
&\quad + A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{39} + A_{61} \cdot A_{35} \cdot A_{47} - A_{61} \cdot A_{45} \cdot A_{37}), \\
F_0 &= K(A_{61} \cdot A_{37} \cdot A_{49} - A_{61} \cdot A_{37} \cdot A_{49}), \\
C_6 &= A_{21} \cdot A_{32} \cdot A_{43} \cdot A_{65} - A_{21} \cdot A_{32} \cdot A_{45} \cdot A_{63} - A_{21} \cdot A_{33} \cdot A_{42} \cdot A_{65} + A_{21} \cdot A_{33} \cdot A_{62} \cdot A_{45} + \\
&\quad + A_{21} \cdot A_{42} \cdot A_{35} \cdot A_{63} - A_{21} \cdot A_{43} \cdot A_{35} \cdot A_{62} - A_{22} \cdot A_{31} \cdot A_{43} \cdot A_{65} + A_{22} \cdot A_{31} \cdot A_{45} \cdot A_{63} + \\
&\quad + A_{22} \cdot A_{41} \cdot A_{33} \cdot A_{65} - A_{22} \cdot A_{41} \cdot A_{35} \cdot A_{63} - A_{22} \cdot A_{33} \cdot A_{61} \cdot A_{45} + A_{22} \cdot A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{35} + \\
&\quad + A_{31} \cdot A_{23} \cdot A_{43} \cdot A_{65} - A_{31} \cdot A_{23} \cdot A_{62} \cdot A_{45} - A_{31} \cdot A_{42} \cdot A_{25} \cdot A_{63} + A_{31} \cdot A_{25} \cdot A_{43} \cdot A_{62} - \\
&\quad - A_{23} \cdot A_{32} \cdot A_{41} \cdot A_{65} + A_{23} \cdot A_{32} \cdot A_{61} \cdot A_{45} + A_{23} \cdot A_{41} \cdot A_{35} \cdot A_{62} - A_{23} \cdot A_{42} \cdot A_{61} \cdot A_{35} + \\
&\quad + A_{32} \cdot A_{41} \cdot A_{25} \cdot A_{63} - A_{32} \cdot A_{25} \cdot A_{43} \cdot A_{61} - A_{41} \cdot A_{33} \cdot A_{25} \cdot A_{62} + A_{33} \cdot A_{42} \cdot A_{25} \cdot A_{61} - \\
&\quad - A_{21} \cdot A_{32} \cdot A_{63} \cdot A_{49}, \\
C_4 &= A_{21} \cdot A_{32} \cdot A_{47} \cdot A_{65} + A_{21} \cdot A_{33} \cdot A_{62} \cdot A_{49} + A_{21} \cdot A_{42} \cdot A_{63} \cdot A_{39} - A_{21} \cdot A_{42} \cdot A_{37} \cdot A_{65} - \\
&\quad - A_{21} \cdot A_{43} \cdot A_{62} \cdot A_{39} + A_{21} \cdot A_{43} \cdot A_{36} \cdot A_{65} - A_{21} \cdot A_{35} \cdot A_{62} \cdot A_{47} + A_{21} \cdot A_{62} \cdot A_{45} \cdot A_{37} - \\
&\quad - A_{21} \cdot A_{36} \cdot A_{45} \cdot A_{63} + A_{22} \cdot A_{31} \cdot A_{63} \cdot A_{49} - A_{22} \cdot A_{31} \cdot A_{47} \cdot A_{65} - A_{22} \cdot A_{41} \cdot A_{63} \cdot A_{39} - \\
&\quad + A_{22} \cdot A_{41} \cdot A_{37} \cdot A_{65} - A_{22} \cdot A_{33} \cdot A_{61} \cdot A_{49} + A_{22} \cdot A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{39} + A_{22} \cdot A_{61} \cdot A_{35} \cdot A_{47} - \\
&\quad - A_{22} \cdot A_{61} \cdot A_{45} \cdot A_{37} - A_{31} \cdot A_{23} \cdot A_{62} \cdot A_{49} + A_{31} \cdot A_{42} \cdot A_{27} \cdot A_{65} - A_{31} \cdot A_{42} \cdot A_{63} \cdot A_{29} + \\
&\quad + A_{31} \cdot A_{25} \cdot A_{62} \cdot A_{47} - A_{31} \cdot A_{43} \cdot A_{26} \cdot A_{65} + A_{31} \cdot A_{43} \cdot A_{29} \cdot A_{29} + A_{31} \cdot A_{26} \cdot A_{46} \cdot A_{63} - \\
&\quad - A_{31} \cdot A_{62} \cdot A_{27} \cdot A_{45} + A_{23} \cdot A_{32} \cdot A_{61} \cdot A_{49} + A_{23} \cdot A_{41} \cdot A_{62} \cdot A_{39} - A_{23} \cdot A_{41} \cdot A_{36} \cdot A_{65} - \\
&\quad - A_{23} \cdot A_{42} \cdot A_{61} \cdot A_{39} + A_{23} \cdot A_{61} \cdot A_{36} \cdot A_{45} - A_{32} \cdot A_{41} \cdot A_{27} \cdot A_{65} + A_{32} \cdot A_{41} \cdot A_{63} \cdot A_{29} - \\
&\quad - A_{32} \cdot A_{25} \cdot A_{61} \cdot A_{47} - A_{32} \cdot A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{29} + A_{32} \cdot A_{61} \cdot A_{27} \cdot A_{45} + A_{41} \cdot A_{33} \cdot A_{26} \cdot A_{65} - \\
&\quad - A_{41} \cdot A_{33} \cdot A_{62} \cdot A_{29} - A_{41} \cdot A_{25} \cdot A_{62} \cdot A_{37} + A_{41} \cdot A_{25} \cdot A_{36} \cdot A_{63} - A_{41} \cdot A_{26} \cdot A_{35} \cdot A_{63} + \\
&\quad + A_{41} \cdot A_{35} \cdot A_{62} \cdot A_{27} + A_{33} \cdot A_{42} \cdot A_{61} \cdot A_{29} - A_{33} \cdot A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{45} + A_{42} \cdot A_{25} \cdot A_{61} \cdot A_{37} - \\
&\quad - A_{42} \cdot A_{61} \cdot A_{35} \cdot A_{27} - A_{25} \cdot A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{36} + A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{35}, \\
C_2 &= A_{21} \cdot A_{62} \cdot A_{39} \cdot A_{49} - A_{21} \cdot A_{62} \cdot A_{47} \cdot A_{39} - A_{21} \cdot A_{36} \cdot A_{63} \cdot A_{49} + A_{21} \cdot A_{36} \cdot A_{47} \cdot A_{65} - \\
&\quad - A_{22} \cdot A_{61} \cdot A_{37} \cdot A_{49} + A_{22} \cdot A_{61} \cdot A_{47} \cdot A_{39} + A_{31} \cdot A_{26} \cdot A_{63} \cdot A_{49} - A_{31} \cdot A_{26} \cdot A_{47} \cdot A_{65} - \\
&\quad - A_{31} \cdot A_{62} \cdot A_{27} \cdot A_{49} + A_{31} \cdot A_{62} \cdot A_{29} \cdot A_{47} + A_{23} \cdot A_{61} \cdot A_{36} \cdot A_{49} + A_{32} \cdot A_{61} \cdot A_{27} \cdot A_{49} - \\
&\quad - A_{32} \cdot A_{61} \cdot A_{29} \cdot A_{47} - A_{41} \cdot A_{26} \cdot A_{63} \cdot A_{39} + A_{41} \cdot A_{26} \cdot A_{37} \cdot A_{65} + A_{41} \cdot A_{62} \cdot A_{27} \cdot A_{39} - \\
&\quad - A_{41} \cdot A_{62} \cdot A_{37} \cdot A_{29} - A_{41} \cdot A_{27} \cdot A_{36} \cdot A_{65} + A_{41} \cdot A_{36} \cdot A_{63} \cdot A_{29} - A_{33} \cdot A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{49} - \\
&\quad - A_{42} \cdot A_{61} \cdot A_{27} \cdot A_{39} + A_{42} \cdot A_{61} \cdot A_{37} \cdot A_{29} - A_{25} \cdot A_{61} \cdot A_{36} \cdot A_{47} + A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{39} - \\
&\quad - A_{43} \cdot A_{61} \cdot A_{36} \cdot A_{29} + A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{35} \cdot A_{47} - A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{45} \cdot A_{37} + A_{61} \cdot A_{27} \cdot A_{36} \cdot A_{45}, \\
C_0 &= A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{47} \cdot A_{39} - A_{61} \cdot A_{26} \cdot A_{37} \cdot A_{49} + A_{61} \cdot A_{27} \cdot A_{36} \cdot A_{49} - A_{61} \cdot A_{36} \cdot A_{29} \cdot A_{47}.
\end{aligned}$$

Аналіз функції (58) показав, що для кожного стану агротехнічного фону, який репрезентує своїм значенням коефіцієнт опору коченню  $f$ , існує така бажана ( $\omega_0$ ) частота повороту керованих коліс агрегуючого трактора, при якій дійсна амплітудно-частотна характеристика відповідає ідеальній. Графічна інтерпретація цієї залежності має вигляд, відображений на рис. 2.

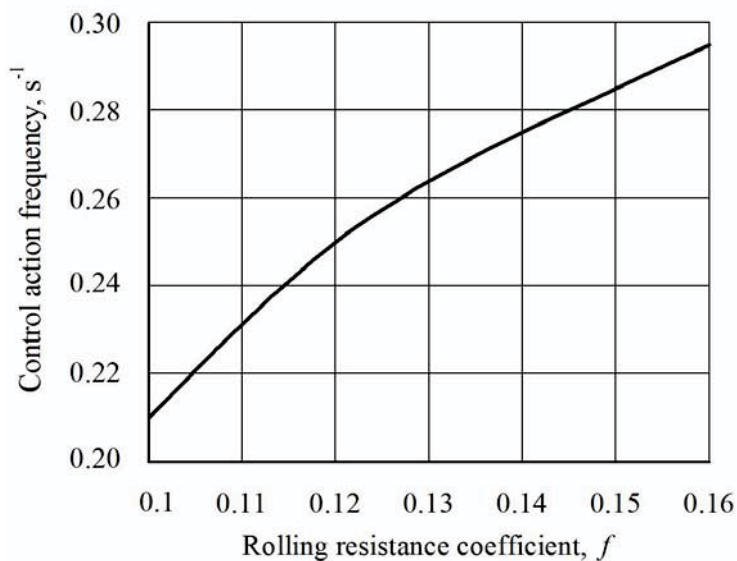


Рисунок 2 – Залежність бажаної частоти повороту керованих коліс агрегуючого трактора комбінованого удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату від умов його руху (коефіцієнта опору коченню  $f$ )

Як показує аналіз графічно отриманої функції  $\omega_0 = f(f)$ , в залежності від агротехнічного фону частота коливань керуючого впливу повинні змінюватися в межах  $0,210 \dots 0,295 \text{ s}^{-1}$ . Слід підкреслити, що нижнє значення цього діапазону (тобто  $0,21 \text{ s}^{-1}$ ) збігається з рекомендованою дослідниками частотою повороту керованих коліс трактора під час виконання ним рухів на поворотній смузі [14].

Природно те, що підтримувати потрібну частоту в умовах реальної практики в ручному режимі управління енергетичним засобом (трактором) досить проблематично. Зараз для цього краще застосовувати GPS-навігатор з системою автоматичного керування типу UniDrive або інший.

#### Висновки.

1. Розроблена нова теорія плоско паралельного руху удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату з одночасним попереднім смуговим внесенням мінеральних добрив і посівом зернових культур дає можливість оцінити стійкість руху комбінованого агрегату в площині поверхні поля при виконанні технологічного процесу.

2. В результаті теоретичних досліджень встановлено, що залежно від стану поверхні оброблюваного поля частота коливань керуючого впливу – кута повороту керованих коліс комбінованого удобрювально-посівного машинно-тракторного агрегату, повинна знаходитися в діапазоні  $\omega = 0,210 \dots 0,295 \text{ s}^{-1}$ . При цьому більші його значення характерні для роботи даного машинно-тракторного агрегату на більш розпушеному агротехнічному фоні, а менші - на більш твердому.

#### Список літератури

1. Vasilenko, P.M. A method for constructing computational models of functioning mechanical systems (machines and machine units) [Text] : Textbook / P.M. Vasilenko, V.P.Vasilenko. – Kyiv: USKHA, 1980. – 137 pp.
2. Vasilenko, P.M. Equations of motion of the mobile machine units. The collection of works on agricultural mechanics t. II [Text] / P.M. Vasilenko. – Moscow: Selkhozgiz, 1952. – P. 76-84.
3. Vasilenko, P.M. Elements of the theory of stability of motion trailed agricultural machinery and implements. The collection of works on agricultural mechanics t. II [Text] / P.M. Vasilenko. – Moscow: Selkhozgiz, 1954. – S. 202-211.

4. Vasilenko, P.M. Introduction to agricultural mechanics [Text] / P.M. Vasilenko. – Kiev–Selhohobrazovanie, 1996. – 252pp.
5. Vasilenko, P.M. The equation of motion of self-propelled machine units at starting and acceleration [Text] / P.M. Vasilenko, V.G. Kuzminsky // Academy of Agricultural Sciences. Agricultural mechanics. Volume V, Proceedings / edited. V.A. Zheligovskogo. – Moscow: Mechanical Engineering, 1965. – P. 28- 43.
6. Bulgakov, V.M. Theory of motion flax harvesters [Text] : Monograph / V.M. Bulgakov, A.Y. Gorbovy . – Lviv: Publishing LvTsNTI, 2007. – 115 pp.
7. Guskov, V.V. Tractors. Theory [Text] / V.V. Guskov, N.N. Veleev, Y.E. Atamanov et al.. – Moscow: Mechanical Engineering, 1988. – 376 pp.
8. Timofeev, A.I. Analysis of the energy mode tractor unit during acceleration [Text] / A.I. Timofeev // Academy of Agricultural Sciences. Agricultural mechanics. Volume V. Proceedings / edited. V.A. Zheligovskaya. – Moscow: Mechanical Engineering, 1965. – S. 391-405.
9. Kutkov, G.M. Tractors and cars. The theory and technological properties [Text] / G.M. Kutkov . – Moscow: Kolos, 2004. – 504 p.
10. Nadykto, V.T. Basics of modular aggregation of energy resources: Monograph [Text] / V.T. Nadykto . – Melitopol: KP "MMD", 2003. – 240 p.
11. Adamchuk, V., Petrychenko, I. Study plane-parallel motion movement combined seeding unit. Mechanization in agriculture. International scientific, scientific applied and informational journal. ISSN 0861-9638, Year LXI, Issue 3/201
12. Солодовников, В.В. Основы теории и элементов систем автоматического регулирования [Текст] : учебное пособие для вузов / В.В. Солодовников, В.Н. Плотнико , А.В. Яковлев . – Москва: Машиностроение, 1985. – 536 с.
13. Габай, Е.В. Математическая модель и анализ качества управления направлением движения МТА с рассредоточенными по ширине захвата активными колесами [Текст] / Е.В. Габай ; в сб.: Научные основы создания мобильных энерготехнологических средств (МЭС). Труды НАТИ. М., 1983. – С. 38-42.
14. Иофинов, С.А. Справочник по эксплуатации машинно-тракторного парка [Текст] / С.А. Иофинов, Э.П. Бабенко, Ю.А. Зуев . – Москва: Агропромиздат, 1986. – 272 с.

**Valery Adamchuk, Prof., DSc., Yevhen Petrychenko, PhD tech. sci.**

*NSC "Institute of mechanization and electrification of agriculture", town Glevaha, Kiev region, Ukraine*

**Vladimir Bulgakov, Prof., DSc.**

*National University of Bio-resources and Environmental Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine*

**Vladimir Kuvachov, Assoc. Prof., PhD tech. sci., Yevhen Ihnatiev, engineer**

*Tavria State Agrotechnological University, Melitopol, Zaporozhye region, Ukraine*

### **Theoretical ground of steady motion of the new fertilizer-sowing aggregate**

A new theory of the plane-parallel motion of the machine-tractor aggregate for porsева and the introduction of mineral fertilizers is developed.

Such a combined unit consists of an aggregate wheeled tractor to which a fertilizer drill is attached to the rear by means of a coupling device, which is fertilized by a strip method, and a grain drill is also connected to it by means of a coupling device. For the constituent links of a given dynamical system, the coordinates of their centers, the mass of the links, and external forces and reactions acting from the surface of the soil are determined. To use the initial equations of dynamics in the form of Lagrange equations of the second kind, generalized coordinates and expressions for the kinetic energy were determined. Having made the necessary transformations, a system of six differential equations of motion was compiled that describes the behavior of the combined machine aggregate in its plane-parallel motion. In this case, two linear and one angular coordinate describe the behavior of the power tool (wheel tractor), and three angular coordinates describe the turns of the coupling device and the centers of the machines being coupled with it.

The resulting system of six differential equations of plane-parallel motion solved on a PC makes it possible to estimate the stability of the motion of a combined aggregate in the plane of the field surface during the execution of the technological process.

**ggregate, tractor, fertilizer application, sowing, equivalent circuit, kinetic energy, generalized force, system of differential equations of motion**

Одержано 05.10.17