

УДК 536.24

**М.В. Святецький, канд. техн. наук, В.Я. Ошовський, доц., канд. техн. наук,  
І.А. Капура, канд. техн. наук, В.Л. Будуров**

*Первомайська філія Національного університету кораблебудування імені адмірала  
Макарова, м.Первомайськ, Україна, E-mail: smv19471@gmail.com*

## Теплообмін і тертя турбулентного потоку газу в трубі при малих числах Рейнольдса

В статті проаналізовані відомі результати експериментальних і теоретичних досліджень розглянутих процесів. Загальним недоліком згадуваних робіт є відсутність належної фізичної обґрунтованості прийнятих напівемпіричних теорій, що не дозволяє достатньо коректно врахувати специфіку процесів турбулентного переносу і істотно обмежує область застосування одержаних результатів. Показано, що врахування взаємодії молекулярного і молярного механізмів переносу, які кількісно порівнянні, дає можливість узгодити експериментальні результати з теоретичними.

Таким чином викладений метод дозволяє з єдиних позицій розраховувати характеристики теплообміну і гідродинаміки газового потоку в трубі в широкому діапазоні чисел Рейнольдса.  
**теплообмін, опір тертя, турбулентність, газовий потік, кругла труба**

**Н.В. Святецкий, канд. техн. наук, В.Я. Ошовский, доц., канд. техн. наук,  
И.А. Капура, канд. техн. наук, В.Л. Будуров**

*Первомайский филиал Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова,  
г. Первомайск, Украина*

## Теплообмен и трение турбулентного потока газа в трубе при малых числах Рейнольдса

В статье проанализированы известные результаты экспериментальных и теоретических исследований рассматриваемых процессов. Общим недостатком упомянутых работ является отсутствие надлежащей физической обоснованности принятых полумпирических теорий, что не позволяет достаточно корректно учесть специфику процессов турбулентного переноса и существенно ограничивает область применимости полученных результатов. Показано, что учет взаимодействия молекулярного и молярного механизмов переноса, которые количественно сопоставимы, дает возможность согласовать экспериментальные результаты с теоретическими.

Таким образом изложенный метод позволяет с единых позиций рассчитывать характеристики теплообмена и гидродинамики газового потока в трубе в широком диапазоне чисел Рейнольдса.  
**теплообмен, сопротивление трения, турбулентность, газовый поток, круглая труба**

**Постановка проблеми.** Турбулентні газові потоки при малих числах Рейнольдса ( $Re = 4 \cdot 10^3 \dots 30 \cdot 10^3$ ) мають місце в ряді елементів теплоенергетичних установок в сільському господарстві та інших галузях промисловості, в тому числі у високотемпературних пристроях та об'єктах нової техніки [1,2]. Підвищений інтерес до цієї області чисел Рейнольдса обумовлений також можливістю виникнення (при  $Re < 10^4$ ) «ламінаризації» течії, що виявляється в умовах високих теплонапруженостей поверхонь нагріву [3, 4].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** До теперішнього часу теплообмін і гідромеханіка стабілізованої течії в круглій трубі газу з постійними фізичними властивостями в розглянутому діапазоні чисел Рейнольдса вивчалися експериментально [2, 3, 4, 5] і теоретично [2, 5, 6, 7]. Встановлено, що при малих

числах Рейнольдса профілі швидкості помітно відрізняються від універсального [2, 5], а розрахунок з використанням моделей турбулентності, прийнятних для розвинутої турбулентної течії, дає значення чисел Нуссельта і коефіцієнтів опору тертя, які істотно перевищують експериментальні значення [2, 6].

Для поліпшення збіжності теоретичних і експериментальних даних у відомих роботах використовуються різні методи: вводиться гіпотеза щодо зміни довжини шляху перемішування [2] (зі зміною величини  $Re$ ), приймається допущення про зміну відношення коефіцієнтів турбулентного переносу [6], використовуються модифіковані залежності для турбулентної в'язкості [5, 7]. При цьому для узгодження з експериментальними даними в роботі [6] автор приходять до необхідності прийняти турбулентне число Прандтля  $Pr_T > 1$  ( $Pr_T = 1,5$  при  $Re = 7000$ ), а в роботах [2, 5, 7] в моделі турбулентності вводиться ряд нових емпіричних констант.

Загальним недоліком згаданих робіт є відсутність належної фізичної обґрунтованості пропонованих полуміричних теорій, що не дозволяє досить коректно врахувати специфіку процесів турбулентного переносу в розглянутих умовах і значно обмежує область застосування отриманих результатів.

**Постановка завдання.** Метою статті є дослідження особливостей турбулентного переносу тепла та імпульсу в круглих трубах при малих числах Рейнольдса.

**Виклад основного матеріалу.** Характерною особливістю турбулентного потоку в трубі при  $Re < 3 \cdot 10^3$  являється помітне розширення зі зменшенням числа Рейнольдса області течії, в якій процеси молекулярного і молярного переносу кількісно порівнянні, і, отже, [8], нехтувати їх взаємодією стає недопустимим.

Врахування цієї взаємодії в роботах [2, 5, 7] виконано вельми штучними прийомами. Відповідно до гіпотези локальності, сформульованої Л.Г. Лойцяньським і узагальненої ним на випадок наявності взаємодії між молекулярним і молярним обміном, вплив молекулярної в'язкості на механізм турбулентного переносу має виражатися шляхом введення в закон тертя додаткового множника, який являє собою функцію локального числа Рейнольдса  $Re_* \equiv \varepsilon_T / \nu$  ( $\varepsilon_T$  – коефіцієнт турбулентного переносу кількості руху,  $\nu$  – кінематична в'язкість) [8]. При цьому кількісним виразом узагальненої гіпотези локальності може служити залежність:

$$\mu_\Sigma / \mu = f(Re_*), \quad (1)$$

де  $\mu$  – динамічна в'язкість;

$\mu_\Sigma$  – повна в'язкість, яка включає в себе молекулярний і молярний механізми переносу, а також ефект їх взаємодії.

Якщо припустити, як це зроблено в роботі [9], що повна в'язкість може бути представлена суперпозицією молекулярної і молярної в'язкості у вигляді їх лінійної композиції, то для функції  $f(Re_*)$  можна написати

$$f(Re_*) = k_1 + k_2 \mu_T / \mu, \quad (2)$$

де  $\mu_T \equiv \rho l^2 du/du$  – турбулентна в'язкість;

$\rho$  – густина;

$u$  – поздовжня складова осередненої швидкості;

$l$  – довжина шляху перемішування;

$k_1, k_2$  – коефіцієнти, які можуть бути представлені у вигляді [9] :

$$k_1 = \frac{1}{1+\alpha}, \quad k_2 = \frac{\alpha}{1+\alpha}, \quad \alpha = \beta \left( \frac{\eta}{\eta_b} \right)^m, \quad (3)$$

де  $\eta = yv^*/\nu$ ;

$y$  – відстань від стінки;

$v^*$  – динамічна швидкість;

$\beta, m$  – емпіричні константи, на основі експериментальних даних [9]  $\beta=0,16; m=2$ ;

$\eta_b$  – поділяє ділянки молекулярного і молярного переносу, для розвинутої турбулентної течії  $\eta_b=10\dots 12$ , а для малих чисел  $Re$  повинна бути уточнена [9].

Логічно припустити, що локальне число  $Re_*$  при  $\eta = \eta_b$ , зберігає постійне значення, яке не залежить від числа  $Re$  потоку. Тоді, з урахуванням (1), слідує, що  $\mu_\Sigma/\mu = \text{idem}$  для всіх значень  $Re$ . Використовуючи поняття повної в'язкості і приймаючи лінійною зміну дотичного напруження по перерізу труби, можна записати

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{1}{\mu_\Sigma/\mu} \left( 1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right), \quad (4)$$

де  $\varphi = u/v^*$  – безрозмірна швидкість;

$\eta_0 = r_0 v^*/\nu$ ;

$r_0$  – радіус труби.

Тоді вираз для  $Re_*$  може бути представлений у вигляді

$$Re_* = \left( \frac{l}{y} \right)^2 \eta^2 \frac{1 - \eta/\eta_0}{\mu_\Sigma/\mu}. \quad (5)$$

Для розвинутої турбулентної течії ( $Re \approx 10^6$ )  $\eta_b \ll \eta_0$ , а зміна довжини шляху перемішування по перетину труби може бути виражена залежністю [10]

$$\frac{l}{y} = 0,40 - 0,44 \frac{y}{r_0} + 0,24 \left( \frac{y}{r_0} \right)^2 - 0,06 \left( \frac{y}{r_0} \right)^3. \quad (6)$$

При цьому  $(l/y)_{\eta=\eta_0} = 0,40$ , так що згідно (5) і з урахуванням  $(Re_*)_{\eta=\eta_b} = \text{idem}$ , значення  $\eta_b$  для розвинутої турбулентної течії зберігає деяке постійне значення  $\eta_{b0}$ .

Для малих чисел Рейнольдса із (5) слідує

$$\eta_b = \frac{0,4\eta_{b0}}{(l/y)_{\eta=\eta_b} (1 - \eta_b/\eta_0)^{1/2}}. \quad (7)$$

Згідно [11], в найбільш важливій, проміжній частині примежового шару для величини  $l$ , яка характеризує середній розмір турбулентних вихорів, може бути використано чисто «геометричне» визначення виду

$$l/r_0 = f(y/r_0). \quad (8)$$

З огляду на це, нижче прийнято, що залежність (6) залишається справедливою і для малих чисел Рейнольдса, при цьому з (7) виходить

$$\eta_v = \frac{\eta_{v0}}{(1 - \eta_v / \eta_0)^{3/2}}, \quad (9)$$

де, згідно з (6), прийнято  $(l/y)_{\eta=\eta_v} \approx 0,4(1 - \eta_v/\eta_0)$ .

Виконані розрахунки показують, що при  $Re = 10^6$  в діапазоні  $\eta_{v0} = 10 \dots 12$  відхилення розрахункових профілів швидкості від експериментальних не перевищує 2,5%. Цікаво відмітити, що значенню  $\eta = 12$  відповідає особлива точка в турбулентному прилежовому шарі, де має місце максимум турбулентності. Наявність такої точки дозволяє використати її для отримання закономірності, що визначає турбулентну в'язкість у всій пристінній області. З цих міркувань, нижче прийнято  $\eta_{v0} = 12$ . Характер зміни величини  $\eta_v$  в функції числа  $Re$  показаний на рис. 1.

Обчислення профілів швидкості проведено по залежності, отриманій інтегруванням виразу (4):

$$\varphi = \int_0^{\eta} \frac{1 - \eta/\eta_0}{\mu_{\Sigma}/\mu} d\eta. \quad (10)$$

Число  $Re$  і коефіцієнт опору тертя  $\xi$  розраховувалися по відомих залежностях

$$Re = 4 \int_0^{\eta_0} \varphi(1 - \eta/\eta_0) d\eta; \quad \xi = 32(\eta_0/Re)^2. \quad (11)$$

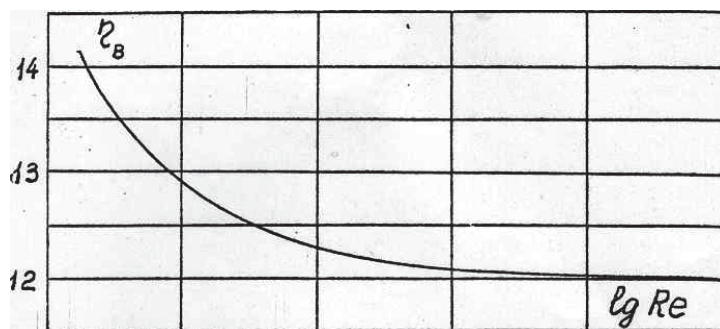


Рисунок 1 – Залежність  $\eta_v$  від числа Рейнольдса ( $\eta_{v0} = 12$ )

Результати розрахунку профілів швидкості і їх зіставлення з даними інших авторів представлені на рис. 2. Розраховані значення коефіцієнтів опору тертя в діапазонах чисел Рейнольдса  $4 \times 10^3 \dots 100 \times 10^3$  і  $10^5 \dots 10^6$  з похибкою, що не перевищує 3,0%, можуть бути апроксимовані, відповідно, відомими залежностями Блазіуса і Нікурадзе.

Застосування узагальненої гіпотези локальності до процесу турбулентного переносу тепла дає

$$\lambda_{\Sigma}/\lambda = f\left(\frac{Pr}{Pr_T} Re_*\right), \quad (12)$$

звідки з урахуванням залежності (2) виходить

$$\lambda_{\Sigma} / \lambda = k_1 + k_2 \frac{Pr \mu_{\Sigma}}{Pr_T \mu}, \quad (13)$$

що збігається з результатом, отриманим в [9]. Тут  $Pr$ ,  $Pr_T$  – молекулярне і турбулентне числа Прандтля, відповідно. Оскільки турбулентне число Прандтля характеризує співвідношення між коефіцієнтами турбулентного переносу тепла і кількості руху, то природно прийняти величину  $Pr_T$  не залежною від коефіцієнтів молекулярної в'язкості і теплопровідності. Згідно [11, 12], в основній частині поперечного перерізу труби, де впливом молекулярного переносу на молярний можна знехтувати,  $Pr_T = 0,85 \dots 0,90$ .

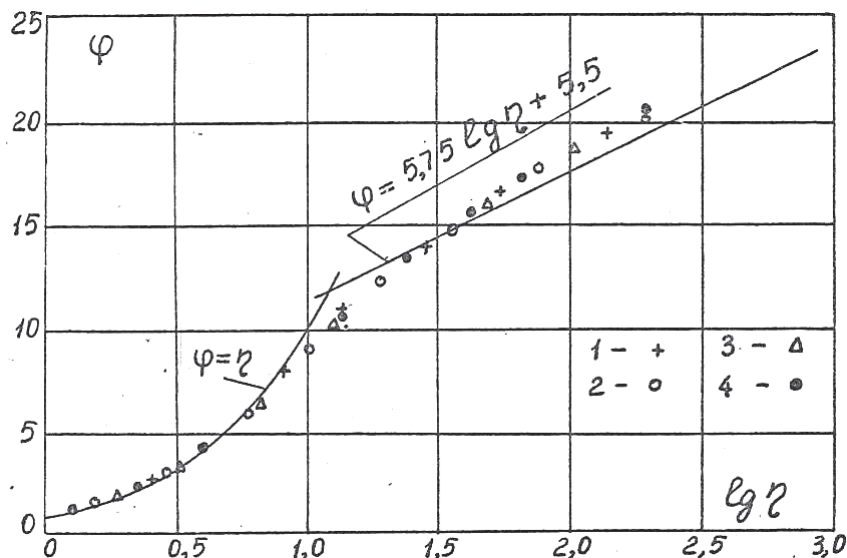


Рисунок 2 – Зіставлення розрахункових профілів швидкості:

1 – по [2], 2 – по [5], 3 – по [7], 4 – розрахунок по (10);  $Re=6100$

Для розрахунку тепловіддачі використовувалося відоме співвідношення Лайона

$$Nu = \left[ 2 \int_0^1 \frac{f(R)}{\lambda_{\Sigma} / \lambda} dR \right]^{-1}, \quad (14)$$

де  $R = 1 - \eta / \eta_0$ ;

$$f(R) = \left( \int_0^R (u / \bar{u}) R dR \right)^2;$$

$\bar{u}$  – середня швидкість.

Розрахунки по залежності (14) з використанням значення  $Pr_T = 0,87$  виконані в діапазоні чисел Рейнольдса  $Re = 4 \times 10^3 \dots 1000 \times 10^3$ . Відхилення результатів розрахунку від емпіричної залежності

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,4}, \quad (15)$$

підтвердженої експериментальними даними [2, 3], не перевищує 7,5%.

**Висновок.** Таким чином викладений метод дозволяє з єдиних позицій розраховувати характеристики теплообміну і гідродинаміки газового потоку в трубі в широкому діапазоні чисел Рейнольдса

## Список літератури

1. Василенко, С.М. Основи тепломасообміну: підручник [Текст] / С.М.Василенко, А.І. Українець, В.В. Олішевський – К.: НУХТ, 2004. – 250 с.
2. McEligot, D. M. Internal Low Reynolds-Number Turbulent and Transitional Gas Flow With Heat Transfer [Text] / D.M. McEligot, L.W. Ormand, H.C. Perkins // ASME J. Heat Transfer. 1966. – Vol. –88, No. 2. – Pp. 239–245.
3. Bankston, C. A. The Transition From Turbulent to Laminar Gas Flow in a Heated Pipe [Text] / C.A.Bankston // ASME J. Heat Transfer. 1970. Vol. 92, No. 4. – Pp. 569–579.
4. Горбис, З. Р. О результатах экспериментального исследования сложного теплообмена с потом аэрозвеси твердых частиц [Текст] / З.Р.Горбис, Н.В.Святецкий, Ф.Е.Спокойный // В сб. «12-тая Всес. конф. по вопр. испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем». – Одесса: ОГУ, 1976. – С. 61.
5. Reynolds, H. C. Velocity profiles and eddy diffusivities for fully developed, turbulent, low-Reynolds-number pipe flow [Text] / H.C.Reynolds, D.M.McEligot, V.E.Davenport // ASME Paper 68-WA-FE-39, 1968.
6. Lawn, C. J. Turbulent Heat Transfer at Low Reynolds Numbers [Text] / C.J.Lawn // ASME J. Heat Transfer. 1969. Vol. 91, No. 4, pp. 532–536.
7. Попов, В. Н. Теплоотдача при переходном и турбулентном с малыми числами Рейнольдса режимах течения жидкости в круглой трубе [Текст] / В.Н.Попов, В.М.Беляев // Теплофиз. высоких температур. 1975. – Т. 13. Вып. 2. – С. 370–378.
8. Лойцянский, Л. Г. Теплопередача при турбулентном движении [Текст] / Л.Г. Лойцянский // Прикл. мат. и мех. – 1960. – Т. 24, №4. С. – 950–966.
9. Алексин, В. А. Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий [Текст] / В.А. Алексин, В.Д. Совершенный // В сб. «Турбулентные течения». - М. : Наука, 1977. С. 55–63.
10. Никурадзе, И.И. Закономерности турбулентного движения жидкостей в гладких трубах [Текст] / И.И. Никурадзе // В сб. «Проблемы турбулентности». – М.- Л.: ОНТИ., 1936.- С. 73–91.
11. Иевлев, В. М. Турбулентное движение высокотемпературных сред [Текст] /. В.М. Иевлев. – М.: Наука, 1975. – 256 с.
12. Kader, B. A. Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows [Text] / B.A.Kader, A.M.Jaglom // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 1972. – Vol. 15, No. 12. – Pp. 2329–2351.
13. McEligot, D. M. Measurement of wall region turbulent prandtl numbers in small tubes [Text] / D.M.McEligot, P.E.Pickett, V.F.Taylor // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 1972. – Vol. 19, No. 7. – Pp. 799–803.

**Mykola Svyatetsky, Seniour Lectures, PhD tech. sci., Viktor Oshovsky, Assoc. Prof, PhD tech. sci., Igor Kapura, PhD tech. sci., Vasiliy Budurov**

*Pervomaysk Affiliated of the National Shipbuilding named after Admiral Makarov, Pervomaysk, Ukraine*

## **Heat Exchange and Friction of a Turbulent Flow of Gas in a Pipe at Small Reynolds Numbers**

The purpose of the paper is to study the features of turbulent heat and momentum transfer in round tubes at small Reynolds numbers.

The article analyzes the results of experimental and theoretical studies of the processes under consideration. The general disadvantage of the above-mentioned works is the lack of proper physical validity of the accepted semi-empirical theories, which does not allow us to properly take into account the specifics of the processes of turbulent transfer and substantially limits the scope of the applicability of the results obtained. It is shown that the account of the interaction of the molecular and molar transport mechanisms which are quantitatively comparable gives the possibility to reconcile the experimental results with the theoretical.

The thus expounded method allows from single positions to expect descriptions of heat exchange and hydrodynamics of gas stream in a pipe in the wide range of numbers of Reynolds.

**heat transfer, frictional resistance, turbulence, gas flow, round tube**

Одержано 29.10.17