

УДК 531.311(075)

**А.М. Пугач, доц., канд. техн. наук, д-р наук держ. упр.***Дніпропетровський державний аграрно-економічний університет, м. Дніпро, Україна  
E-mail: anpugach13@gmail.com*

## Аналіз відомих математичних моделей взаємодії з ґрунтом ріжучого периметра довільної геометричної форми

В статті проаналізовано ряд математичних моделей взаємодії з ґрунтовим середовищем робочого органа довільної геометричної форми. Важливість саме таких моделей полягає в тому, що вони дозволяють на проектному етапі розробки машини оцінити ефективність конструктивних рішень у порівнянні з аналогом і прототипом. Складність створення моделей полягає у великій кількості вихідних параметрів, які в своїй більшості взаємозалежать один від одного і носять імовірнісний характер. Адекватність моделі напряму залежить від прийнятих припущень і розрахункових схем, що взяті за основу. Стосовно ґрунтообробних знарядь існуючі математичні моделі дають велику похибку в розрахунках. Не в останню чергу це пов'язане з тим, що в їх основі закладені однакові підходи і припущення. В статті відстежується в історичному плані розвиток ідей, започаткованих Ю.А. Ветровим і А.М. Панченко.

**внутрішня напруга, ріжучий периметр, підпірна стійка****А.Н. Пугач, доц., канд. техн. наук, д-р наук гос. упр.***Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет, г. Днепр, Украина*

## Анализ известных математических моделей взаимодействия с почвой режущего периметра произвольной геометрической формы

В статье проанализировано ряд математических моделей взаимодействия с почвенной средой рабочего органа произвольной геометрической формы. Важность именно таких моделей состоит в том, что они позволяют на проектном этапе разработки машины оценить эффективность конструктивных решений в сравнении с аналогом и прототипом. Сложность создания моделей заключается в большом количестве выходных параметров, которые в своем большинстве зависят один от другого и носят случайный характер. Адекватность модели напрямую зависит от принятых допущений и расчетных схем, которые взяты за основу. Что касается почвообрабатывающих орудий, математические модели дают большую погрешность в расчетах. Не в последнюю очередь это связано с тем, что в их основе заложены одинаковые подходы и допущения. В статье прослеживается в историческом плане развитие идей, заложенных Ю.А. Ветровым и А.Н. Панченко.

**внутреннее напряжение, режущий периметр, подпорная стойка**

**Постановка проблеми.** В процесі розробки ґрунтообробної машини бажано на проектному етапі оцінити вплив конструктивних параметрів на якісні показники кришення, розпушення і тяговий опір. Виконати це можна шляхом математичного моделювання процесу взаємодії робочого органа з ґрунтом. Але недосконалість математичних моделей не дозволяє отримувати результати, достовірність яких достатньо висока для прийняття рішення про раціональність конструкції. Тому проблема удосконалення моделей є доволі актуальною.

**Основний матеріал досліджень.** Поняття ріжучого периметра стосовно ґрунтообробних машин вперше було введено В.І. Баловнєвим [1] і визначалось як загальна сума довжин ріжучих кромek робочого органу, які виконують різання

одночасно. В подальшому, цим поняттям широко користувався А.М. Панченко [3], який і деталізував його додаванням терміну «довільної геометричної форми». Сутність полягає в тому, що процес взаємодії абстрактного робочого органу з ґрунтом, розглядається без прив'язки до конкретної геометричної форми знаряддя, а ріжучий периметр являє собою сукупність довільно орієнтованих у просторі нескінченно малих елементарних ділянок.

Базуючись на цих поняттях А.М. Панченко сформулював узагальнену теорію кришення ґрунту [3]. Сутність полягає в тому, що така елементарна ділянка в зоні безпосереднього контакту долає внутрішню напругу у ґрунті. Загальна реакція на робочий орган являє собою інтегральну суму таких елементарних реакцій. Але автор не пішов шляхом нескінченно малих і розміри ділянок обмежив площинами, що мають поверхні єдиного конструктивного виконання. Розповсюдити реакцію на весь робочий орган в такому випадку можливо тільки шляхом введення приведених величин конструктивних параметрів, що і було зроблене. Це надало можливість створити єдину формулу розрахунку тягового опору для широкої гами робочих органів. В цій формулі необхідно змінювати тільки значення приведених величин (ф-ла 203 [3]).

Але такий підхід не дає можливості враховувати швидкість робочого органу і затуплення леза ріжучого периметру. Тому, в згаданій формулі вони введені штучно, як величини, що збільшують загальний результат, так швидкісна складова визначається за формулою Ю.А. Ветрова [3]

$$P_V = b \cdot a \cdot \gamma \cdot [( \sin \alpha + \cos \theta ) / \sin(\alpha + \theta)] \cdot V^2, \quad (1)$$

де  $P_V$  – складова швидкісного напору;

$b$  – приведена ширина захвату всього робочого органу в цілому;

$a$  – глибина робочого ходу робочого органу;

$\gamma$  – питома вага ґрунту;

$\alpha$  – кут різання;

$\theta$  – задній кут;

$V$  – робоча швидкість.

Додаткове збільшення тягового опору від затуплення леза вздовж всього ріжучого периметра, запозичене у В.І. Баловнева [1] і теж стосується всього ріжучого периметра в цілому, без урахування форми:

$$P_{ЗАТ} = K' \cdot (X + Z \cdot \operatorname{tg} \tau), \quad (2)$$

де  $P_{ЗАТ}$  – додаткова складова від затуплення леза ріжучого периметра;

$K'$  – межа несучої спроможності ґрунту;

$\tau$  – кут тертя ґрунту по сталі;

$X, Z$  – товщина (величина затуплення) леза відповідно по горизонталі і вертикалі.

Окреслені недоліки суттєво погіршують точність виконуваних розрахунків. Так, за даними А.М. Семенюти [5], похибка визначення тягового опору становить від 20 до 30% в залежності від однорідності форми поверхні робочого органу. Таким чином, методика не має єдиного підходу до визначення реакції ґрунту на дію ріжучого периметра. Вперше методика була застосована при розробці V-подібного робочого органу для чізель-плуга ПЧФ-2,2. Створена математична модель в цілому дозволяла виконати основні конструктивні розрахунки. Але геометрична форма робочого органу була занадто проста.

А.М. Семенята [5,6], використавши основні положення математичної моделі А.М. Панченко, запропонував модель взаємодії робочого органа довільної геометричної форми на основі аналізу реакції нескінченно малих поверхонь. Основні положення моделі. Розмістимо в системі координат поверхню довільної геометричної форми ABC. Виріжемо на цій поверхні елементарну ділянку DEFG і розглянемо її як підпірну стінку на яку діє сила

$$dP = dP_n + dP_{TP} + P_D, \quad (3)$$

де  $dP_n$  – сила нормального тиску;

$dP_{TP}$  – сила тертя;

$dP_D$  – динамічна складова діючих сил.

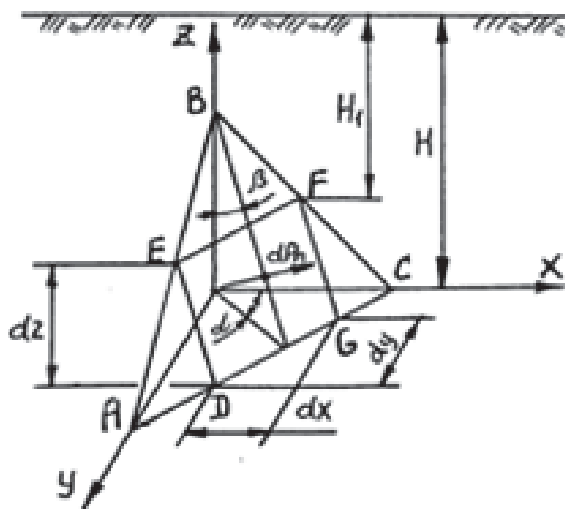
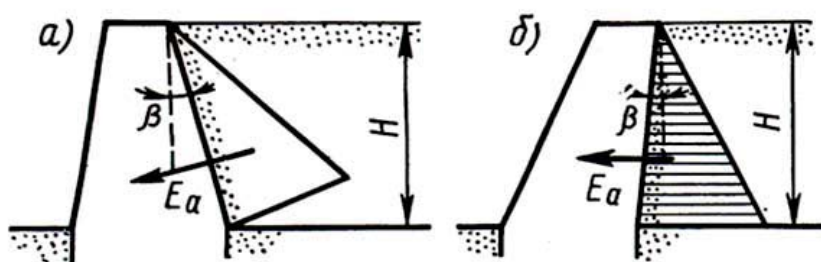


Рисунок 1 – Розрахункова схема діючих на елементарну ділянку сил

Ділянка нескінченно мала, тому її можна вважати плоскою і до неї можна застосовувати рівняння підпірної стінки [8].



a – позитивний кут нахилу; б – від'ємний кут нахилу

Рисунок 2 – Розрахункові схеми до визначення діючих на підпірну стінку сил

Для позитивного кута нахилу

$$E_a = 0,5 \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot [tg(45 - 0,5 \cdot (\beta + \phi)) + tg\beta]^3 \cdot \cos\beta \quad (4)$$

Для негативного кута нахилу

$$E_a = 0,5 \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot [\operatorname{tg}(45^\circ - 0,5 \cdot (\phi - \beta) - \operatorname{tg} \beta)]^2 \cdot \cos \beta. \quad (5)$$

Стосовно виділеної ділянки

$$dP_n = E_a \cdot dx. \quad (6)$$

Сила тертя

$$dP_{TP} = \phi \cdot E_a \cdot dx, \quad (7)$$

де  $\phi$  – кут тертя розкришеного ґрунту по сталі.

Після виконання необхідних математичних перетворень, отримуємо рівняння для визначення проекції всіх діючих сил

$$dP = dP_{\Sigma(x)} + dP_{TP(x)} = \gamma \cdot \left\{ \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \left[ \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\varphi_2 - \beta}{2}) + \operatorname{tg} \beta \right]^2 \cdot \cos \beta + \frac{\sin \alpha_p \cdot \cos \theta}{\sin(\alpha_p + \theta)} \cdot V^2 \right\} \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi_1) \cdot dy \cdot dz \quad (8)$$

де  $\beta$  – кут постановки підпірної стінки (елементарної ділянки до дна борозни (рис.2));

$\alpha$  – кут постановки елементарної ділянки до напрямку руху (рис.1).

Для отримання загальної реакції робочого органу береться інтеграл від отриманого рівняння по поверхні знаряддя. Аналітично такий інтеграл вирішити не можливо, але можна виконати розрахунки методом чисельного інтегрування. Особливий інтерес з точки зору перевірки адекватності моделей викликає випадок, коли форма робочої поверхні є сферичний диск, (дискатор). На наш погляд поверхню можна представити як таку, що утворена переміщенням у просторі криволінійної твірної – за аналогією поверхня полицевого плуга утворена переміщенням у просторі прямолінійної твірної. В такому разі кожна елементарна ділянка має свої кути постановки  $\alpha$  і  $\beta$ . Така поверхня добре описується аналітично, тобто взяття інтегралу по поверхні цілком правомірне.

Для перевірки наведених моделей на адекватність, нами виконані розрахунки за ідентичними вихідними даними і для яких відомі результати польових досліджень [6].

Вихідні дані :

- діаметр диска, мм – 660
- глибина ходу, см – 22
- кут постановки до напрямку руху, град – 31,5
- кут постановки до вертикалі, град – 17
- робоча швидкість, км/год – 7,5
- питоме зчеплення часток ґрунту, кН/м<sup>2</sup> – 3,8

Отримані результати :

- заміряне значення, кН – 0,45
- розраховане за методикою А.М. Панченко, кН – 0,59
- розраховане за методикою А.М. Семенюти, кН – 0,39

Аналіз результатів показує, що методика А.М. Панченко дає результат, завищений на 30%, методика А.М. Семенюти занижений на 11%. На наш погляд, це можна пояснити наступним чином.

Методика А.М. Панченко працює з усередненими величинами і не враховує зміни вихідних даних в межах дії окремих ділянок, а вони можуть займати до 30% поверхні робочого органа, як у V-подібного робочого органа. Питоме зчеплення часток розпушеного ґрунту суттєво менше ніж у консолідованого, а методично це врахувати не можливо, що і дає суттєве збільшення розрахованих даних.

Методика А.М. Семенюти враховує ці два положення, що підвищує точність розрахунків, але прийнята в моделі нескінченно мала за розмірами ділянка менша за розмірами за утворювані ґрунтові агрегати і це зменшує розраховану реакцію підпірної стінки.

З останніх розробок можна відмітити математичну модель, що пропонує ТД «Корсунь» і її розробник І.Ю. Брижатиий (матеріали отримані на правах рукопису). Ріжучий периметр пропонується поділяти не на квадратні елементарні площини, а на прямокутні (рис.3). Таке рішення підвищує площу контакту ділянки з ґрунтом і одночасно з цим вона залишається нескінченно малою. Це дає змогу більш точно визначити реакцію підпірної стінки і, як наслідок, величину сил тертя. Додатково такий підхід надає можливість виділити як окрему складову силу сколу призми ґрунту від леза EF.

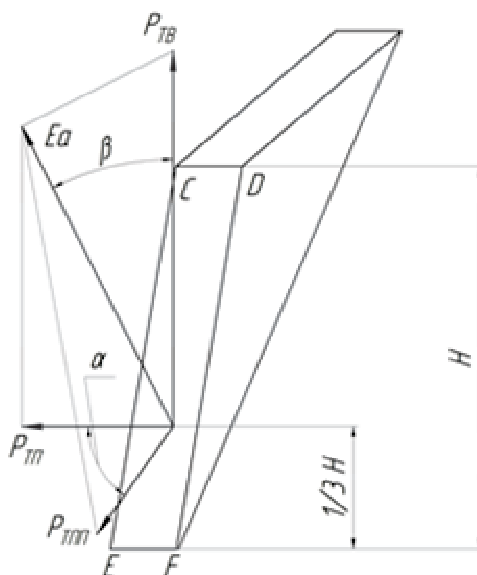


Рисунок 3 – Розрахункова схема виділеної ділянки за моделлю І.Ю. Брижатиого

У відповідності до розрахункової схеми і формули 2 загальна реакція підпірної елементарної ділянки буде становити :

$$dP_T = \frac{\gamma}{2} \cdot [a - R \cdot (1 - \cos \varepsilon) \cdot \cos \beta]^2 \cdot \left[ \operatorname{tg} \left( 45 - \frac{\varphi + \beta}{2} + \operatorname{tg} \beta \right) \right]^2 \cdot \cos \beta \cdot R \cdot d\varepsilon \quad (9)$$

**Висновки.** Аналіз існуючих математичних моделей показав, що в них існують спільні елементи: як то розподіл діючих сил, відмова від використання твердості ґрунту на користь питомого зчеплення часток, остаточний перехід на застосування поняття ріжучий периметр.

У всіх наведених моделях не відпрацьовані питання енергетичних витрат на розпушення ґрунту.

Моделі не передбачають можливість активного характеру робочого органа.

## Список літератури

1. Баловнев, В. И. Методы физического моделирования рабочих процессов дорожно-строительных машин [Текст] / В. И. Баловнев. – М.: Машиностроение, 1974. – 232 с.
2. Волик, Б.А. Теорія внутрішньої напруги і її застосування для оцінки якості розпушення ґрунту [Текст] / Б.А. Волик, Г.В. Теслюк, А.В. Коновий – Матеріали Х Міжнародної конференції. Проблеми конструювання, виробництва та експлуатації сільськогосподарської техніки. – Кіровоград, КНТУ, 2015 – С. 39-40.
3. Ветров, Ю. А. Резание грунтов землеройными машинами [Текст] / Ю. А. Ветров. – М. : Машиностроение, 1971. – 357 с.
4. Панченко, А. Н. Теория измельчения почвпочвообрабатывающими орудиями [Текст] / А. Н. Панченко. – Днепропетровск: ДГАУ, 1999. – 140 с.
5. Семенюта, А. М. Методика розрахунку загальної реакції різання ґрунту поверхню довільної геометричної форми [Текст] / А. М. Семенюта, О. В. Білокопитов, Б. А. Волик // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь, 2010. – Вип.10, т.2. – С. 161-167.
6. Семенюта, А.М. Обґрунтування конструктивної схеми, параметрів та режимів роботи дискового плуга [Текст] : автореф. дис..на здобуття ступеня канд. техн. наук / А.М.Семенюта. – Мелітополь, 2014. – 23 с.
7. Теслюк, Г.В. Методика аналітичної оцінки якості розпушення ґрунту комбінованим агрегатом [Текст] / Г.В. Теслюк, Б.А. Волик, А.М. Пугач- Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка і енергетика АПК. – К.: 2015. – Вип. 226. – С.260-264.
8. Цытович Н.А. Механика грунтов (краткий курс): учебник для строит. вузов [Текст] / Н. А. Цытович. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1983. – 288 с.

**Andrii Puhach, Assoc. Prof., PhD tech. sci., DSc. in public admin.**

*Dnipropetrovsk state agrarian and economic university, Dnipro, Ukraine*

### **Analysis of Known Mathematical Models of Interaction With a Soil Cutting Perimeter of Arbitrary Geometric Form**

The article analyzes a number of mathematical models of interaction with the soil environment of the working organ of an arbitrary geometric shape.

The importance of such models is that they allow evaluating the efficiency of constructive solutions in the design stage of the machine development in comparison with the analog and prototype. The complexity of creating models is a large number of output parameters, which mostly depend on each other and are random. The adequacy of the model directly depends on the assumptions made and the design schemes that are taken as a basis. As for the soil-cultivating tools, mathematical models give a large error in the calculations. Not least, this is due to the fact that they are based on the same approaches and assumptions. The article traces in historical terms the development of ideas laid by Yu.A. Vetrov and A.N. Panchenko.

An analysis of existing mathematical models showed that they have common elements: such as the distribution of operating forces, the refusal of the use of soil hardness in favor of specific particle adhesion, the final transition to the use of the concept cutting perimeter.

**internal tension, cutting perimeter, support stand**

Одержано 30.10.17