

УДК 621.391.26

Бочарніков В. П., д.т.н., професор

Частотно-часовий аналіз сигналів на основі функцій поведінки і арифметичних рядів

Резюме. У статті пропонується новий підхід до частотно-часового аналізу дискретних сигналів, які представлені часовими рядами. Для опису значень часового ряду використовується базис p -адичних чисел, на основі яких будуються функції поведінки системи. Аналіз даних функцій дозволяє провести ідентифікацію метасистем і побудувати імпульсні функції, що формалізують часовий ряд. Координати імпульсів описуються арифметичними рядами, які використовуються для оцінки частотного спектру сигналу.

Ключові слова: часовий ряд, частотно-часовий аналіз, p -адичні числа, функції поведінки систем, системний аналіз, ідентифікація, арифметичні ряди, частотні спектри.

Вступ. Матеріальним носієм інформації про стан об'єктів є сигнали, класифікація яких досить повно розглянута в роботі [1]. Як правило, в даний час, на підставі теореми відліків [2,3] сигнали представляються в дискретному вигляді. В цьому випадку впорядкована послідовність результатів вимірювань сигналу, зафіксованих в послідовні моменти часу, прийнято називати часовим рядом. Можна виділити три основні завдання, які вирішуються при аналізі часових рядів [4].

1. Визначення кількісних характеристик процесу, який породив даний часовий ряд, в тому числі частотно-часових характеристик сигналу, його енергії та інші.

2. Декомпозиція часового ряду на елементарні складові для подальшого вивчення їх кількісних характеристик.

3. Кількісне порівняння часових рядів один з одним для виявлення подібностей і відмінностей між процесами, якими вони породжені.

При вирішенні цих завдань для обробки сигналів застосовуються як просторово-часові, так і частотні інструменти обробки сигналів [5]. Як показала практика, будь-який просторово-часовий сигнал може бути описаний сукупністю базисних функцій [6]. Це дозволяє отримати спектр сигналу. Він відображає частку вмісту цих базисних функцій у вихідному сигналі. Таке розкладання часто виявляється досить корисним для аналізу сигналів. Наприклад, спектральне представлення сигналу виявляється краще, ніж його просторово-часове представлення в разі аналізу стисливості сигналів і синтезу алгоритмів стиснення з мінімальними втратами. Спектральна обробка сигналу може бути

корисна при вирішенні задачі фільтрації сигналів, розпізнаванні образів тощо.

Аналіз існуючих підходів. Перехід до спектру може здійснюватися з використанням ортогональних і унітарних перетворень. Найбільш часто для отримання спектру використовується розкладання по ортогональних функціях [7]. Наприклад, спектри, отримані на основі розкладання в ряд Фур'є [8] (при гармонійному базисі), ряд Уолша [9] (при використанні негармонійною ортогональної системи прямокутних функцій зі значеннями ± 1), вейвлет перетворення [10, 11] тощо. У загальному випадку розкладання вихідної неперервної функції $\varphi(t)$ на ортогональні функції може бути представлено у вигляді:

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot \Phi(k, t),$$

$$\text{де } c_k = \int_0^T [\varphi(t) \cdot \Phi(k, t)] dt \quad -$$

коефіцієнти розкладання, $\Phi(k, t)$ – система базисних ортогональних функцій. При цьому неперервної функції $\varphi(t)$ буде відповідати дискретний (лінійчатий) спектр з коефіцієнтами c_k . У дискретному випадку функція відліків φ_n має вигляд:

$$\varphi_n = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \cdot \Phi_{k,n}$$

$$c_k = \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_n \cdot \Phi_{k,n} \quad - \text{ коефіцієнти}$$

розкладання, $\Phi_{k,n}$ – ортогональна система дискретних функцій.

Найважливішим питанням у випадку розкладання функції $\varphi(t)$ по ортогональному базису залишається вибір раціональної системи $\Phi(k, t)$. Вирішення цього питання залежить від

поставленого завдання [12]. Так при аналізі і синтезі сигналів, що впливають на лінійні ланцюги, найбільшого поширення набула система гармонійних функцій, яка традиційно розглядається в радіотехніці. При вирішенні задачі наближеного розкладання складних сигналів з необхідною точністю при мінімумі членів ряду для представлення безперервних сигналів застосовуються поліноми і функції Лагерра, Лежандра, Чебишева, Ерміта тощо. Для представлення сигналів з точками розриву використовуються кусково-постійні функції Уолша, Хаара, Радемахера. Для дискретизації безперервних сигналів у часі використовується ортогональний ряд Котельникова. В останні роки для аналізу часових рядів широко використовуються базисні функції типу вейвлетів.

Найбільш широке розповсюдження отримав класичний підхід на основі прямого та зворотного перетворення Фур'є. Дані перетворення є хорошим інструментом для вивчення стаціонарних процесів. Перетворення Фур'є забезпечує відображення в точку інформації про періодичність функції при переході з часової області в частотну. Досягається це за рахунок того, що функція $e^{-i2\pi ct}$, яка є ядром перетворення Фур'є, не локалізована в часі, але має граничну локалізацію в частотній області. У той же час саме ця властивість зумовлює недоліки Фур'є-перетворення. Зокрема:

1. Перетворення Фур'є дає інформацію про зміст кожної частоти в сигналі, але не дозволяє визначити момент часу виникнення і закінчення цієї частоти.

2. Обмежена інформативність аналізу нестаціонарних сигналів і практично повна відсутність можливостей аналізу сигналів при наявності в них сингулярності (розривів, сходинок, піків і т.п.) в силу представлення особливостей сигналів на всьому спектрі. З'являються «паразитні» високочастотні складові, які явно відсутні в вихідному сигналі при наявності в ньому сингулярності.

3. Гармонійні базисні функції розкладання не здатні відображати перепади сигналів з нескінченної крутизною (прямокутні імпульси), тому що для цього потрібно нескінченно велика кількість членів ряду. В іншому випадку в районі стрибків і розривів при відновленні сигналу виникають осциляції (явище Гіббса).

4. Перетворення Фур'є відображає глобальні відомості про частоти сигналу і не дає уявлення про локальні властивості сигналу

при швидких тимчасових змінах його спектрального складу. Так, наприклад, перетворення Фур'є не розрізняє стаціонарний сигнал, утворений сумою двох синусоїд, від нестаціонарного сигналу, утвореного двома синусоїдами з тими ж частотами, які йдуть послідовно. Перетворення Фур'є не має можливості аналізувати частотні характеристики сигналу в довільні моменти часу.

5. Використовуючи перетворення Фур'є, можна працювати з сигналом або тільки в часі, або тільки в частотній області. Одночасно отримати частотно-часове представлення сигналу за допомогою класичного алгоритму перетворення Фур'є не можна.

Таким чином, перетворення Фур'є забезпечує ефективний аналіз стаціонарних часових рядів в частотній області. Однак результати застосування до реальних часових рядів відомих критеріїв, що дозволяють перевірити статистичну гіпотезу про стаціонарність ряду (наприклад, AFD-тест Дікі-Фуллера [13], KPSS-тест Квятковські-Філіппса-Шмідта-Шина [14]) показують, що більшість з них виявляється нестаціонарними. Серед відомих методів аналізу нестаціонарних часових рядів слід зазначити метод миттєвого спектру [15] (Д. Габор, Дж. Вілль тощо.), Вейвлет перетворення [16] (І. Добеши, І. Мейер, Р. Коїфман тощо.), Метод сингулярного спектрального аналізу на основі перетворення Карунена-Лоева [17], інші підходи, які представлені в огляді [18]. Однак, як показує аналіз досвіду їх використання, кожен з них виявляється не вільним від власних недоліків. Це проявляється, зокрема, в тому, що при аналізі часових рядів за рахунок використання згорток виявляються складові, існування яких суперечить фізичним уявленням про механізми, що породжують даний часовий ряд.

Останнім часом широкого поширення набули підходи до аналізу часових рядів на основі вейвлет перетворень [19]. Незважаючи на досить високу ефективність вейвлет-аналізу нестаціонарних часових рядів, як показала практика, є ряд складнощів в їх використанні. Зокрема при використанні вейвлет перетворень необхідно враховувати ряд спотворень [20]:

1. Амплітудні спотворення, обумовлені істотним придушенням в смузі пропускання від середньої частоти до частот зрізу і помітне пропускання гармонік в смузі затримання.

2. Гіперболічні спотворення, обумовлені тим, що смуга пропускання змінюється нелінійно при зміні масштабу вейвлетів. При цьому ця нелінійність змінюється за

гіперболічним законом. В силу цього результати вейвлет перетворення при різних масштабах стають непорівнянними.

3. Спотворення через перекриття смуг, які пов'язані з тим, що смуги пропускання мають перекриття від 50 до 95%. Це породжує додаткові кореляції в частотно-часовій області.

4. Спотворення перетворення до шкал частот при побудові скейлограм, які призводять до стискання низьких частот і розтягуванню високих частот. Крім цього при використанні квадратичних, нелінійних перетворень спостерігаються амплітудні спотворення, що підвищують амплітуди високих частот і знижують амплітуди середніх і низьких частот.

Для мінімізації спотворень потрібно, перш за все, обґрунтований вибір виду вейвлета, який багато в чому залежить від характеру тимчасового ряду. Цим вибором можна впливати на розрізнявальну здатність результату за часом і по частоті, що зумовлює значну вільність в отриманні вихідного результату вейвлет-аналізу. Наприклад, використання вейвлета Морлі [21] забезпечує в першу чергу високу розрізнявальну здатність в частотній області, а використання вейвлета Похідна Гауссіана [22] (DOG) призводить до гарної локалізації за часом, але поганій локалізації за частотою.

Таким чином, використання для спектрального розкладання сигналу системи ортогональних функцій на основі згорток функцій призводить до спотворень і помилок в оцінці спектру. Якість одержуваних результатів безпосередньо залежить від правильного вибору відповідних параметрів методу (типу використаного базисного вейвлета, розміру вікна аналізу, масштабу, вибору функції вікна для спектрограми тощо). Це призводить до необхідності використання для кожного часового ряду, який аналізується, апріорної інформації, що найчастіше складно.

Для подолання цього недоліку в 1998 р Н. Хуангом був запропонований свій метод аналізу часових рядів (Huang-Hilbert Transform - ННТ) [23]. Він передбачає використання адаптивного базису, який автоматично підлаштовується під поточним часом ряд. В основі підходу лежить емпірична мода декомпозиція і перетворення Гілберта [24]. Було показано, що будь-який часовий ряд може бути представлений у вигляді адитивної суміші базисних компонент (мод) і залишкового ряду. Набір мод може представлятися не ортогональними

функціями, він не фіксований, є адаптивним і залежить тільки від виду вихідних даних. Підхід має високу наочність, відносну простоту і показав хорошу ефективність, що визначило його зростаючу популярність у дослідників. Однак він також не позбавлений ряду недоліків. Підхід має проблеми вибору сплайнів для декомпозиції сигналу, критерію зупинки при відсіюванні залишку, набору значущих мод і їх змішування, проблеми крайових ефектів при перетворенні Гілберта і емпіричної декомпозиції [25]. За допомогою даного підходу скрутним є представлення частотно-часової локалізації тимчасового ряду, який досліджується.

Таким чином, аналіз існуючих підходів до частотно-часового аналізу часових рядів показав, що, незважаючи на їх хорошу теоретичну і математичну проробку, широке практичне застосування проблема аналізу часових рядів залишається актуальною. Використання в якості міри схожості в алгоритмах розкладання вихідних функцій по базисних функціях операцій згортки призводить до природних спотворень спектрів, появи артефактів у разі наявності сингулярності у вихідних функціях, впливу крайових умов для обраних вікон обробки сигналу. Крім цього залишається досить складним вибір параметрів алгоритмів спектрального аналізу (вибір функції вікна, типу вейвлета тощо). Спроба використання альтернативного підходу, що базується на розкладанні часового ряду по базисних функціях, які спеціально згенеровані і адаптивні до даного ряду, також мають ряд недоліків. При цьому природа даних недоліків лежить у деякій вільності визначення базисних мод у розкладанні сигналу. Виділення базисних мод недостатньо враховують внутрішню структуру нестационарної поведінки системи, яка генерує досліджуваний сигнал. Таким чином, розробка нових підходів, які з одного боку будуть досить прості у застосуванні, а з іншого боку до певної міри будуть враховувати недоліки існуючих підходів залишається актуальною.

Метою статті є висвітлення альтернативного підходу до аналізу часових рядів, який, в деякій мірі, не матиме ключових недоліків Фур'є аналізу, буде мати переваги вейвлет-перетворень, але при цьому буде простіше їх в реалізації і враховувати нестационарну поведінку системи, що генерує досліджуваний сигнал.

Виклад основного матеріалу.

Представлення часових рядів на основі функцій поведінки систем та імпульсних функцій. Аналіз підходів до частотно-часового перетворення нестационарних часових рядів показав, що для забезпечення зниження впливу спотворень обраної сітки частотно-часової локалізації сигналу необхідно врахувати поведінку системи, яка генерує досліджуваний сигнал. Слід розуміти, що стабільне поведінка системи буде характеризуватися відносно стабільним частотним спектром. Зміна спектра сигналу відбувається, перш за все, при зміні поведінки системи.

Для визначення поведінки системи скористаємося підходом до системного аналізу на основі функцій поведінки [26]. Нехай A_i - множина проявів виділеної властивості досліджуваного об'єкта, що породжує сигнал, а B - множина проявів базової властивості часового ряду (час спостереження сигналу). Конкретний прояв властивості $a_i \in A_i$ формалізується змінної

$v_i \in V_i$ за допомогою каналу спостереження виду $a_i: A_i \rightarrow V_i$ [27]. Для конкретного прояву базової властивості (моменту часу) $b \in B$, яке формалізується значенням параметра $t \in W$, значення змінної $v_i \in V_i$ визначатиме стан сигналу. Відповідно до теореми відліків, дані, що представляють сигнал, носять дискретний характер часового ряду і можуть бути формалізовані у вигляді матриці розмірності $V \times W$ (Рис. 1), яка задає систему даних D , де $V = V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$, n - кількість виділених властивостей системи. Елементом цієї матриці буде значення змінної $v_{i,t} = d_i(t) \in V_i$, де $d(t): W \rightarrow V_i$ функція, яка ставить у відповідність будь-якому параметру системи його повний стан змінних. Слід зазначити, що в разі використання нечіткого каналу спостереження [28] елементом матриці буде розподіл впевненості на множині значень змінної $\mu_c(v_i): W \times V_i \rightarrow [0,1]$.

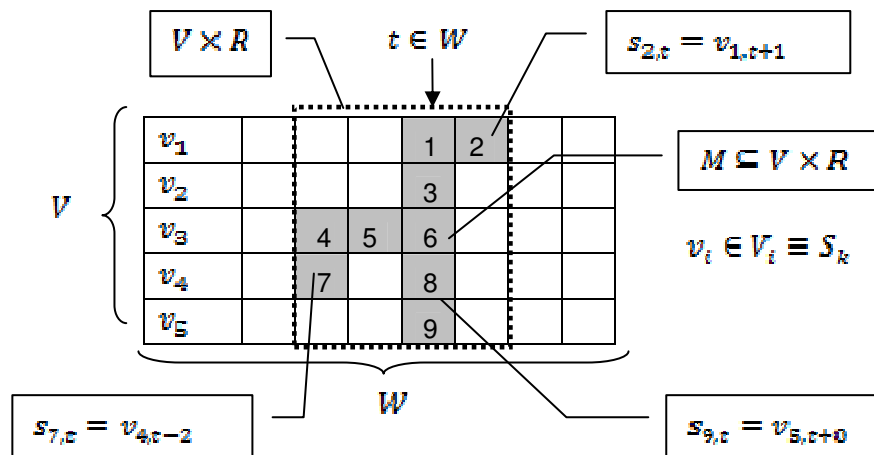


Рис. 1. Матриця чітких даних системи, визначення вибірових змінних і маски

Для поточного значення параметра $t \in W$ крім стану системи $v_{i,t} \in V_i$ можна виділити додаткові змінні, які задаються відображенням правила зсуву у вигляді $\zeta: W \rightarrow W$. Для часового ряду при повністю впорядкованій множині W правило зсуву задається функцією: $\zeta(t) = t + \rho$, де $\rho \in \mathbb{Z}$ ціле число. Тоді стан системи для множини змінних системи V визначається вибіровими змінними, які задаються співвідношенням $s_{k,t} = v_{i,\zeta_k(t)} \in V_i \equiv S_k$, де $s_{k,t}$ - стан k -й вибірової змінної при параметрі $t \in W$, $v_{i,\zeta_k(t)} \in V_i$ - стан змінної $v_i \in V_i$ при значенні параметра $\zeta_k(t) = t + \rho_k, \rho_k \in \mathbb{Z}$.

Приклад визначення вибірових змінних представлений на рис. 1.

Для фіксованого параметра $t \in W$ поточний стан системи $c(t) \in C$ буде визначатися підмножиною маски системи $M \subseteq V \times R$, де $R = \{\zeta_k\}$ - множина всіх правил зсуву, а повний стан системи задаватиме декартовим добутком $C = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_{|M|}$, де $|M|$ - потужність маски M .

Значення сигналу в дискретний момент $t \in W$ при квантуванні за рівнем [29] описується цілим числом $b(t) \in Z_{ts} \subseteq \mathbb{Z}$, де Z_{ts} - множина можливих значень часового ряду. Без порушення спільності міркувань

можемо вважати $Z_{ts} \subseteq N$, де N - множина натуральних чисел, $\min\{Z_{ts}\} = 0$, а $\max\{Z_{ts}\} = b_{max} \in N$. Будь-яке натуральне число $b(t)$ може бути представлено у вигляді цілого p -адичного числа виду [30]:

$$b(t) = \sum_{i=0}^L \alpha_i \cdot p^i,$$

де $p > 1$ - натуральне просте число, $\alpha_i = \{0, \dots, p-1\}$, $l = \{0, \dots, L\}$ - рівень ієрархії, необхідний для представлення числа $b(t)$ у вигляді p -адичного числа. Тоді всі можливі значення часового ряду утворюють кільце Z_p цілих p -адичних чисел. Виходячи з цього представлення ціле p -адичне число однозначно визначається канонічною формою [31] у вигляді послідовності $b(t) = \{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_L\}$, де $\alpha_i = \{0, \dots, p-1\}$ - цілі позитивні числа. Дане представлення однозначно визначає значення часового ряду при кожному $t \in W$.

Нехай значення змінної системи $v_i \in V_i$, визначається на множині станів $V_i = \{v_{i1}, \dots, v_{i,L+1}\}$, де $v_{ij} = \alpha_{i+1}, j = l+1, l = \overline{0, L}$. Тоді стан системи по даною змінної для $t \in W$ визначається функцією розподілу впевненості $\mu_t(v_{i,j}): W \times V_i \rightarrow [0,1]$, яка задається на основі p -адичного числа $b(t)$ у вигляді:

$$\mu_t(v_{i,j}) = \alpha_{i+1}(t) \cdot \left(\max_{l=0, \dots, L} \alpha_l(t) \right)^{-1},$$

де $\alpha_i(t)$ - значення l -го елемента канонічної форми p -адичного числа. Цей підхід дозволяє побудувати нечіткі канали спостереження змінних $o_i: A_i \rightarrow V_i$ з сюр'єктивним відображенням (рис. 2). Для уточнення поведінки системи, що визначає часовий ряд, стан системи може бути додатково описаний вибірковими змінними з використанням правила зсуву $\forall k, p_k \neq 0$.

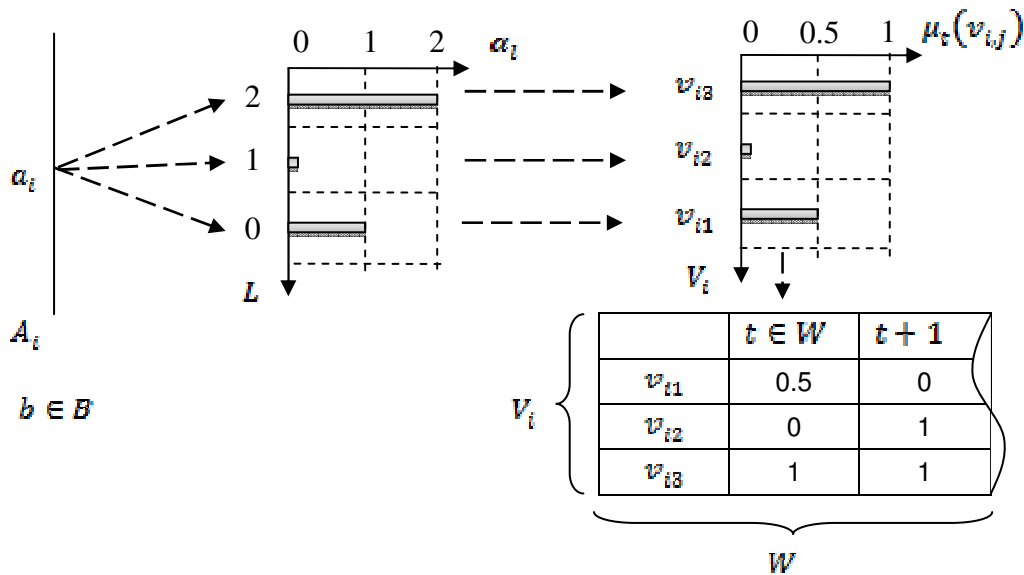


Рис. 2. Нечіткий канал спостереження стану часового ряду на основі p -адичних чисел при $p = 3$

Таким чином, повна множина станів вибіркових змінних системи, що описують часовий ряд, визначається декартовим добутком виду $C = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_{|M|}$. Для нечіткого каналу спостереження при фіксованому значенні параметра $t \in W$ кожному стану вибіркової змінної s_k буде відповідати функція $\mu_t(s_{k,j}) = \mu_{r_k(t)}(v_{i,j}) \in [0,1]$.

Для стану системи $c \in C$ конкретна вибірка змінна s_k приймає значення $s_k[c] \in S_k \equiv V_i$. Відтак, можливість спостереження цього стану за даною змінною в момент часу $t \in W$ буде $\mu_t(s_k[c])$. Тоді в цілому можливість появи стану системи $c \in C$ в даний момент буде визначатися як: $f_t(c) = \min_{k=1, |M|} \{\mu_t(s_k[c])\}$.

Виходячи з цього, можливість спостереження стану $c \in C$ на інтервалі параметра $\Delta W \subseteq W$ може бути оцінена співвідношенням:

$$f(c) = \left\{ \sum_{c \in \Delta W} f_c(c) \right\} \cdot \left\{ \max_{e \in C} \sum_{c \in \Delta W} f_c(e) \right\}^{-1}.$$

Функція $f(c): C \rightarrow [0,1]$ є функцією поведінки системи. Вона визначає ступінь впевненості в появі стану $c \in C$ системи на інтервалі $\Delta W \subseteq W$ є параметричним інваріантним обмеженням на множині станів вибіркового змінних. Ця функція дозволяє ефективно описати реальну поведінку системи. Аналіз цій функції відкриває можливість отримання значущої інформації про поведінку системи, що генерує часовий ряд станів.

Раніше вказувалося, що зміна частотного спектра часового ряду відбувається при зміні поведінки системи. Системи зі змінною поведінкою найбільш повно описуються у вигляді метасистем, для яких інтегрування локальних систем з поведінкою, заданих на своїх параметричних множинах $\Delta W_m \subseteq W, m \in N_W$, здійснюється на основі процедури заміни [32] $q: W \rightarrow \mathfrak{F}$, де \mathfrak{F} - множина всіх локальних систем з поведінкою.

Ключовим питанням є визначення областей локальної однорідності поведінки системи на множині W , що передбачає ідентифікацію процедури заміни. Для повністю упорядкованої параметричної множини W ідентифікація функції q базується на системних властивостях зміни показника породжуючої нечіткості системи [33] для заданої функції поведінки. Даний показник для нечітких систем з поведінкою, що породжують часовий ряд, розраховується за формулою:

$$U(f(c)) = \sum_{j=1}^{|c|} (f(c_j) - f(c_{j+1})) \cdot \log_2(j),$$

де $f(c)$ - впорядкована по спаданню $\forall j, f(c_j) \geq f(c_{j+1})$ функція поведінки з фіктивним елементом $f(c_{|c|+1}) = 0$.

Дослідження систем [34] показали, що:

1. Якщо на інтервалі параметра $[0, t]$ немає істотної зміни локальних обмежень на породження даних, то із зростанням $t \in W$

породжуюча нечіткість системи швидко сходиться до рівня менше деякого порога Δ . При цьому при малих значеннях t може спостерігатися перехідний процес.

2. Якщо на деякому інтервалі параметра $[t_1, t_2]$ є локальне обмеження, то всередині інтервалу параметра $[t_1, t_2]$ породжуюча нечіткість буде менше порога Δ , а в точках t_1 і t_2 вона буде зростати і перевищуватиме поріг Δ .

Якщо в системі спостерігаються суттєві коливання породжуючої нечіткості, то така система повинна бути представлена у вигляді метасистеми. При цьому ідентифікація функції q здійснюється за алгоритмом:

Крок 1. Задаються параметри алгоритму ідентифікації: ціле число $m \geq 1$ і поріг Δ . На першому кроці приймаються початкові умови для параметра $t = 1$ і коефіцієнта алгоритму $k = 1$.

Крок 2. Для підмножини даних $[t, t + m]$ визначаються функція поведінки $f_1(c)$ і значення показника породжуючої нечіткості системи $U(f_1(c))$.

Крок 3. Здається $k = k + 1$. Якщо $t + k \cdot m \in W$, то виконується перехід на крок 6.

Крок 4. Визначається функція поведінки $f_k(c)$ для підмножини даних $[t, t + k \cdot m] \subseteq W$ і визначається породжуюча нечіткість $U(f_k(c))$.

Крок 5. Якщо $|U(f_k(c)) - U(f_{k-1}(c))| / \max(U(f_k(c)), U(f_{k-1}(c)))$

то виконується перехід на Крок 3. Якщо умова не виконується, то точка $t + (k - 1) \cdot m \in W$ приймається як апроксимація точки заміни елементів метасистеми. Для цієї точки приймається значення $k = 1$ і виконується перехід на Крок 2.

Крок 6. Стоп.

Якщо вважати, що в моменти часу зміни поведінки системи формується одиничний імпульс, то поведінка довільного часового ряду для фіксованого порога $\Delta_u \in [0,1], u = \overline{1, N_\Delta}$ для дискретних моментів $t \in W$ може бути описана у вигляді імпульсної функції (рис. 3):

$$r(u, t) = \begin{cases} 1, & t = \tau_n; \\ 0, & t \neq \tau_n. \end{cases}$$

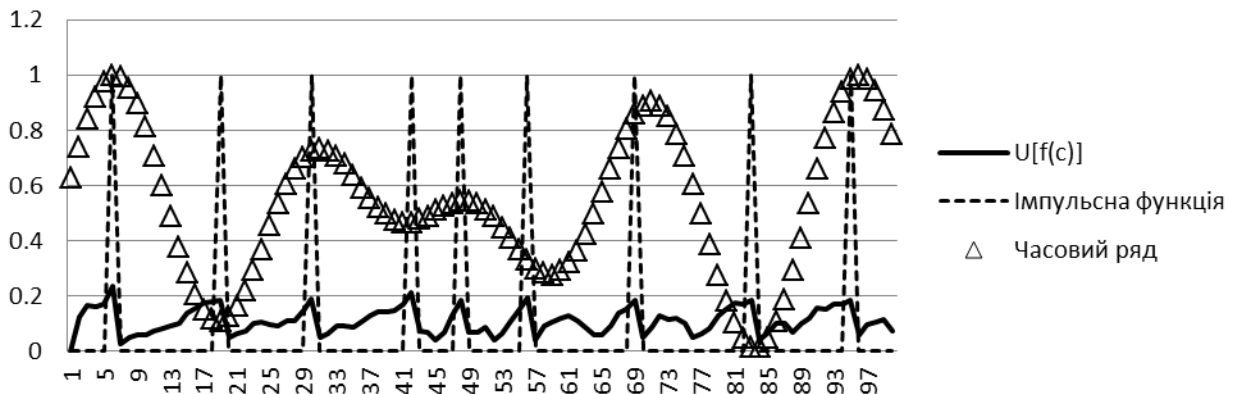


Рис. 3. Зміна показника нечіткості і імпульсна функція для метасистеми, яка описує нормований часовий ряд. Функція поведінки визначена для $p = 2, |M| = 7, \Delta = 0.18$

Координати імпульсів $\tau_n \in W$ будуть визначатися точками, які одержані на основі алгоритму ідентифікації метасистем, і відповідати членам арифметичного ряду:

$$\tau_n = \tau_1 + \sum_{j=2}^n d(j),$$

де $\tau_n \in W$ - n -й член ряду, що задає часову координату n -го імпульсу, $d(j)$ - змінний крок ряду, що визначає інтервали стабільної поведінки досліджуваного часового ряду.

Аналіз імпульсних функцій для різних часових рядів (в тому числі нестационарних) показав високу стійкість послідовності імпульсів і їх чітку відповідність поведінці системи. Поява імпульсів залежить від обраного порога $\Delta_u \in [0,1]$. При цьому, чим більше поріг, тим менше утворюється імпульсів, що відповідає зниженню рівня чутливості до зміни поведінки системи. Крім цього імпульсна функція залежить від обраних

параметрів дискретизації часового ряду і алгоритму ідентифікації метасистеми (числа $m > 1$), які вносять деяку похибку у визначенні точок зміни поведінки метасистеми.

Узагальнена імпульсна функція (рис. 4), що враховує множину порогів $\{\Delta_u\}$ на дискретному часовому просторі W для довільного часового ряду може бути визначена у вигляді функції:

$$g(t) = \sum_{\Delta_u \in \{\Delta\}} \Delta_u \cdot r(u, t),$$

де $r(u, t)$ - імпульсна функція для порога Δ_u алгоритму ідентифікації.

Тоді часові координати $\tau_n \in W$ апроксимуючої імпульсної функції $r(t)$ для довільного часового ряду можуть бути визначені як точки локальних максимумів функції $g(t)$ (рис. 4). При цьому координати τ_n будуть підкорятися правилу числової послідовності зі змінним кроком $d(j)$.

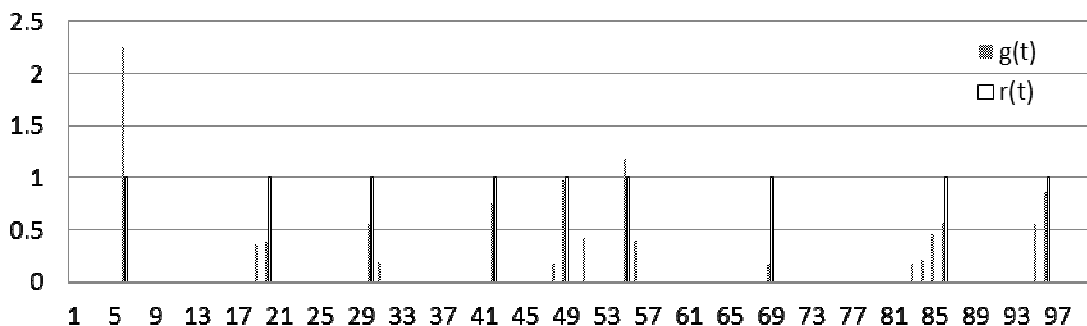


Рис. 4. Апроксимація імпульсної функції довільного часового ряду

Аналіз імпульсних функцій для функцій підкоряються правилам арифметичних періодичних часових рядів, наприклад прогресій виду:

синусоїдальних (рис. 5), показав, що часові координати імпульсів відповідних імпульсних

$$a_m^k = a_1^k + (m - 1) \cdot d_k,$$

де $a_m^k \in W$, k - індекс k - й синусоїди, $d_k = const$ - крок арифметичній прогресії.

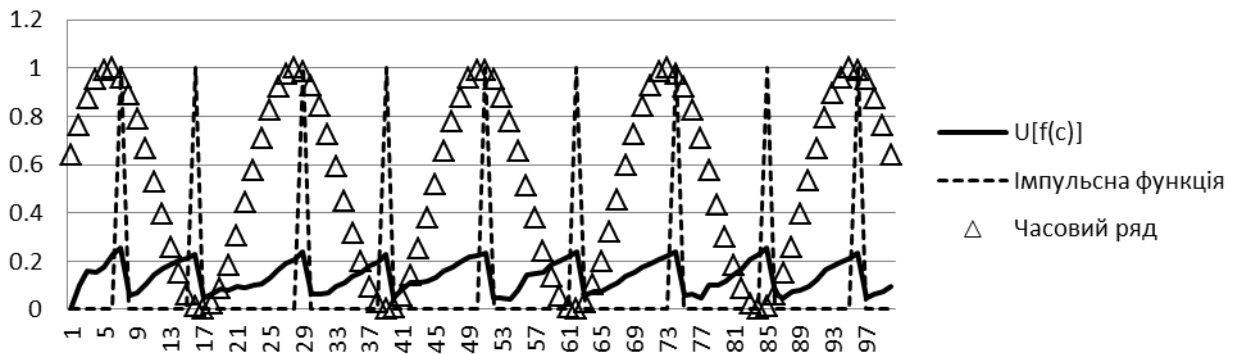


Рис. 5 - Імпульсна функція для синусоїдального часового ряду

При цьому змінні арифметичної прогресії, що описують синусоїду, чітко визначають її фазово-частотні параметри. Зокрема a_1^k відповідає фазовому зсуву, а d_k - половині періоду k - й синусоїди. Імпульсну функцію з характеристиками, що задовольняють співвідношенню арифметичної прогресії, будемо називати імпульсним синусом, і позначати $sl_k(t), t \in W$. Для конкретизації параметрів імпульсного синуса може використовуватися запис у вигляді $sl_k(t | a_1^k, d_k)$.

Постановка задачі. Таким чином, з огляду на властивості отриманих імпульсних функцій, виникає питання про можливість використання функцій $sl_k(t)$ для спектрального аналізу нестационарних часових рядів φ_n , поведінка яких описується відповідної імпульсної функцією. Задача зводиться до визначення залежності появи імпульсів досліджуваного часового ряду в координатах τ_n від функцій імпульсних

синусів, тобто $\tau_n = F(x_k, sl_k(t))$, де $x_k \in [0,1]$ - ступінь прояву k - й функції імпульсного синуса. Таке розкладання однозначно дозволить визначити спектральні характеристики довільного часового ряду, а також вирішити задачу його відновлення.

Підхід до частотно-часового аналізу часових рядів на основі арифметичних прогресій. В ході досліджень була виявлена логіка взаємодії арифметичних рядів, що моделюють процеси. Для довільного часового ряду, утвореного сумою синусоїдальних функцій, було встановлено, що зміна поведінки системи, яка породжує імпульс в точці τ_n , відбувається, коли результуючий висхідна (спадна) поведінка ряду змінюється на спадну (висхідну) поведінку відповідно. При цьому в областях ліворуч і праворуч від точки τ_n існує баланс протилежних напрямків поведінки ряду. Для прикладу тимчасового ряду утвореного двома синусоїдами розподіл імпульсних функцій представлено на рис. 6.

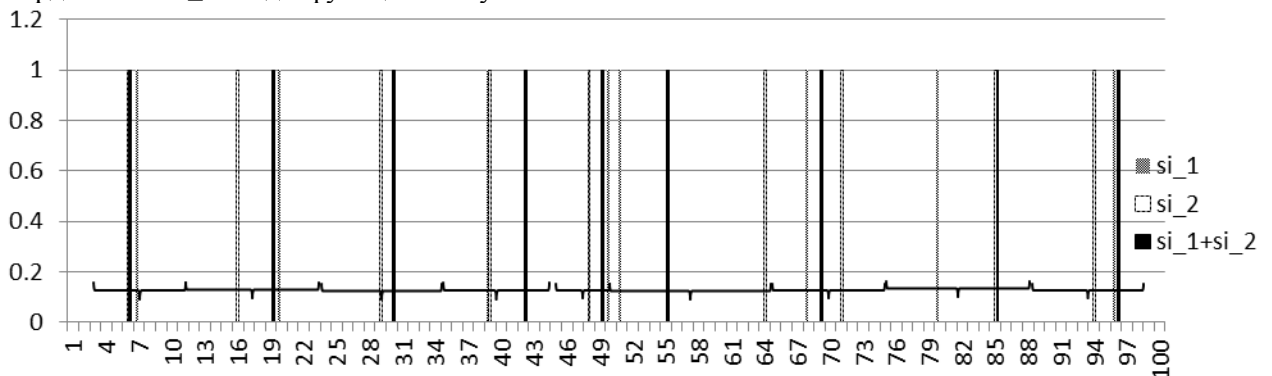


Рис. 6. Взаємодія імпульсних функцій

На появу імпульсу результуючої імпульсної функції $r(t)$ в точці $\tau_n \in W$ впливають імпульси функцій $sl_k(t)$, які потрапляють в деяке активне вікно навколо

точки τ_n (дужки на рис. 6), подобласть $L \subseteq W$ ліворуч і подобласть $R \subseteq W$ праворуч від точки τ_n . Для функції імпульсного синуса $sl_k(t)$ характерно те, що для непарних значень

m_k в області, де $t < a_m^k$ спостерігається висхідна поведінка синусного часового ряду, а для області, де $t > a_m^k$ відповідно спадна поведінка. Для парних значень m_k ситуація змінюється на протилежну.

Враховуючи дану властивість імпульсних синусів, вплив одного імпульсу в координаті $a_m^k \in W$ функції $st_k(t)$ на формування поведінки результуючого часового ряду для області $L \subseteq W$ буде визначатися значенням:

$$Vol_L[st_k(a_m^k)] = (-1)^{m-1} \cdot st_k(a_m^k) \cdot (\tau_n - a_m^k),$$

$$Vol_L[st_k(\cdot)] = \sum_{a_m^k \in L} Vol_R[st_k(a_m^k)] = \sum_{a_m^k \in L} (-1)^{m-1} \cdot (\tau_n - a_m^k)$$

Аналогічно визначається вплив функції одного імпульсного синуса в області $R \subseteq W$ у вигляді значення:

$$Vol_R[st_k(\cdot)] = \sum_{a_m^k \in R} (-1)^m \cdot (a_m^k - \tau_n) = \sum_{a_m^k \in R} (-1)^{m-1} \cdot (\tau_n - a_m^k).$$

Для появи імпульсу функції $r(\tau_n)$ повинна виконуватися умова балансу зміни поведінки для областей L і R навколо точки $\tau_n \in W$. Даний баланс для функції k -го імпульсного синуса формується за умови:

$$\sum_{a_m^k \in L \cup R \subseteq W} (-1)^{m-1} \cdot (\tau_n - a_m^k) = \sum_{a_m^k \in L \cup R \subseteq W} (-1)^{m-1} \cdot \tau_n - \sum_{a_m^k \in L \cup R \subseteq W} (-1)^{m-1} \cdot a_m^k = 0.$$

В даному рівнянні коефіцієнт $\beta_k = \sum_{a_m^k \in L \cup R} (-1)^{m-1}$ приймає значення в множині $\{-1, 0, 1\}$. Другий доданок виразу є частковою сумою знакозмінного числового ряду, отриманого з арифметичної прогресії для імпульсного синуса $st_k(t)$:

$$\sum_{a_m^k \in L \cup R} (-1)^{m-1} \cdot a_m^k = S_k(LR_n),$$

де $LR_n \subseteq W$ часове вікно в області імпульсу досліджуваної функції в точці τ_n , тобто в частковій сумі $S_k(LR_n)$ враховується вплив усіх імпульсів функції $st_k(t)$, що потрапляють у вікно LR_n . Таким чином, рівняння балансу для однієї функції $st_k(t)$ набуває вигляду:

$$\beta_k \cdot \tau_n - S_k(LR_n) = 0.$$

Однак, при формуванні результуючих імпульсів $r(\tau_n)$ бере участь множина імпульсних синусів $st_k(t)$, які утворюють відповідну множину функцій

де значення $(-1)^{m-1}$ враховує напрямок поведінки синусної функції.

Аналогічно для області $R \subseteq W$ вплив буде визначатися значенням:

$$Vol_R[st_k(a_m^k)] = (-1)^m \cdot st_k(a_m^k) \cdot (a_m^k - \tau_n).$$

У випадку, коли до області $L \subseteq W$ потрапляє більше одного імпульсу функції $st_k(t)$, вплив цієї функції на формування імпульсу $r(\tau_n)$ знижується. Вплив цього фактора для одного імпульсного синуса в області $L \subseteq W$ буде визначатися співвідношенням:

$$Vol_L[st_k(\cdot)] = -Vol_R[st_k(\cdot)].$$

При підстановці значень для областей L і R та перенесення всіх членів рівняння в ліву частину отримаємо такий вираз:

$$(-1)^{m-1} \cdot \tau_n - \sum_{a_m^k \in L \cup R \subseteq W} (-1)^{m-1} \cdot a_m^k = 0.$$

$\Phi = \{st_k(t)\}, k = \overline{1, K}$. При аналізі взаємовпливу імпульсних функцій в кожному вікні LR_n повинна бути врахована ступінь впливу $x_k \in [0, 1]$ - k -й функції імпульсного синуса на появу результуючого імпульсу $r(\tau_n)$. Як показали дослідження, за своєю логікою величина x_k в значній мірі визначається амплітудою синусоїдальної функції, що бере участь у формуванні результуючого часового ряду. Тоді в рівнянні балансу в вікні LR_n доцільно врахувати для k -й функції імпульсного синуса величину $x_k \in [0, 1]$. Сумарний вплив функцій з множини Φ на формування результуючого імпульсу $r(\tau_n)$ в рівнянні балансу набуде вигляду:

$$\sum_{k=1}^K x_k \cdot \{\beta_k \cdot \tau_n - S_k(LR_n)\} = 0.$$

З даного рівняння координата імпульсу τ_n результуючої імпульсної функції $r(t)$ буде визначатися співвідношенням:

$$\tau_n = \left\{ \sum_{k=1}^K x_k \cdot S_k(LR_n) \right\} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^K x_k \cdot \beta_k \right\}^{-1}$$

Наведене вище рівняння балансу в точці τ_n є однорідним лінійним рівнянням з невідомими коефіцієнтами x_k . Величина $\{\beta_k \cdot \tau_n - S_k(LR_n)\}$ є нев'язкою, яка відповідає вкладу k -й функції імпульсного синусу в результуючий імпульс $r(\tau_n)$ у відповідному вікні LR_n . Природно, чим більше ця невязка, тим менше вплив функції $sl_k(t)$ на формування імпульсу $r(\tau_n)$ і, відповідно, менше значення коефіцієнта x_k .

Знаходження коефіцієнтів $x_k \in [0,1]$ дозволяє визначити дискретну функцію виду $\omega_n(k): \Phi \rightarrow [0,1]$, де $\omega_n(k) = x_k$ у вікні $LR_n \subseteq W$. Ця функція являє собою аналог розподілу миттєвої спектральної щільності сигналу [35], тому що параметри імпульсних синусів $sl_k(t)$, чітко визначають частотно-фазові характеристики гармонійних сигналів, які породили результуючий часу ряд в тимчасовому вікні $LR_n \subseteq W$. При узагальненні оцінок функцій $\omega_n(k)$ на всьому часовому просторі W можна отримати функцію $\omega(k): \Phi \rightarrow [0,1]$, яка є аналогом загальної спектральної щільності досліджуваного сигналу.

В ході досліджень були отримані варіанти розв'язання задачі оцінки коефіцієнтів для спектрального розкладання довільного часового ряду.

1. *Прямий метод оцінки коефіцієнтів спектрального розкладання.* У випадку розгляду множини точок $\tau_n, n = \overline{1, N}$ результуючої імпульсної функції $r(t)$ ми отримаємо систему однорідних лінійних рівнянь відносно значень коефіцієнтів x_k . Рішення даної системи рівнянь при відомому обмеженні $N \geq K$ будь-яким з відомих методів [36] дозволяє визначити значення x_k , які утворюють функцію $\omega(k)$. Ця функція являє собою аналог спектральної щільності сигналу на інтервалі $\bigcup_{n=1}^N LR_n \subseteq W$.

Однак дослідження рішень отриманої системи однорідних лінійних рівнянь на практиці виявило проблему, пов'язану з тим, що при обмеженні $x_k \in [0,1]$ система рівнянь може не мати рішення. Дана ситуація є

неприйнятною для частотного аналізу часових рядів. Аналіз практичних ситуацій, коли система рівнянь не має рішення при обмеженнях на коефіцієнти x_k , пов'язана, перш за все, з тим, що існує вплив похибок дискретизації часового ряду і параметрів алгоритму ідентифікації метасистеми. Крім цього, для прямого розв'язання системи рівнянь необхідно виконання умови $N \geq K$. Цей факт не дозволяє чітко визначити миттєву спектральну щільність сигналу, що ускладнює частотно-часовий аналіз нестационарних часових рядів.

2. *Метод оцінки коефіцієнтів спектрального розкладання на основі рішення задачі лінійного програмування.* Для усунення вище зазначеного недоліку при вирішенні системи однорідних лінійних рівнянь у вікні $LR_n \subseteq W$ біля імпульсу $r(\tau_n)$ доцільно використовувати оптимізаційні підходи. При цьому в якості обмеження доцільно використовувати нормуюче обмеження виду $\forall k, x_k \geq 0, \sum_{k=1}^K x_k = 1$. Це обмеження враховує те, що результуючий часовий ряд розглядається, як сума синусоїдальних функцій. Тоді функція $\omega_n(k): \Phi \rightarrow [0,1]$ буде являти собою умовний аналог нормованої миттєвої спектральної щільності в околі τ_n для досліджуваного часового ряду. Враховуючи похибки в формуванні імпульсної функції $r(t)$, що представляє досліджуваний часовий ряд, оптимізаційна задача в вікні $LR_n \subseteq W$ може бути представлена у вигляді:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^K x_k \cdot \{\beta_k \cdot \tau_n - S_k(LR_n)\} \rightarrow \min_{x_k} \\ \sum_{k=1}^K x_k = 1, \forall k, x_k \geq 0, \end{cases}$$

Оптимізація здійснюється за вектором змінних $\{x_k\}$, що визначають функцію $\omega_n(k)$, яка задає аналог миттєвого спектра у вікні $LR_n \subseteq W$. В системі нерівностей враховуються всі імпульсні синуси, які мають не порожню множину імпульсів у вікні LR_n . Ця задача є класичною задачею лінійного програмування. Її вирішення здійснюється відомими методами, наприклад на основі симплекс-методу [37].

3. *Наближена оцінка коефіцієнтів спектрального розкладання.* Аналіз взаємодії імпульсних функцій і відповідного рівняння балансу показав ряд важливих особливостей.

1. Чим більше значення нев'язки $\Lambda_k = \{\beta_k \cdot \tau_n - S_k(LR_n)\}$, тим менше вплив відповідної функції $st_k(t)$ на формування результуючого імпульсу у вікні $LR_n \subseteq W$.

2. Якщо нев'язка перевищує розміри вікна, то вплив відповідної функції $st_k(t)$ на появу імпульсу $r(\tau_n)$ практично відсутній.

3. Збільшення розміру вікна $LR_n \subseteq W$ призводить до того, що кількість імпульсів функції $st_k(t)$ у вікні може зростати, отже, нев'язка Λ_k теж може зростати.

4. Чим більше імпульсів функції $st_k(t)$ потрапляє у вікно LR_n , тим менша вірогідність того, що дана функція визначає появу імпульсу $r(\tau_n)$. Як правило, якщо кількість імпульсів функції $st_k(t)$ у вікні парне з рівною кількістю ліворуч і праворуч від τ_n , то така функція не бере участі в породженні імпульсу $r(\tau_n)$.

$$x_k = \begin{cases} |\beta_k| \cdot \left[1 - \frac{|\Lambda_k|}{(\varepsilon_R(n) + \varepsilon_L(n))} \right], & S_k(LR_n) \neq 0, \\ 0, & S_k(LR_n) = 0. \end{cases}$$

4. *Визначення вікна для формування рівняння балансу.* Для всіх зазначених вище підходів одним з важливих елементів алгоритму є вибір розміру і форми вікна LR_n . Воно визначає коефіцієнти рівняння балансу у вигляді нев'язки Λ_k . Найбільш природним варіантом визначення вікна LR_n є припущення, що кордони вікна лежать посередині координат сусідніх імпульсів. В цьому випадку $\varepsilon_L(n) = 0.5 \cdot (\tau_n - \tau_{n-1})$, $\varepsilon_R(n) = 0.5 \cdot (\tau_{n+1} - \tau_n)$. Тоді вікно LR_n буде визначатися часовим відрізком у вигляді:

$$LR_n = [0.5 \cdot (\tau_n - \tau_{n-1}); 0.5 \cdot (\tau_{n+1} - \tau_n)] \subseteq W.$$

У цьому випадку вікно LR_n не є симетричним відносно координати τ_n , що може привести до додаткового спотворення рівняння балансу. Для усунення цього впливу може використовуватися симетричний варіант вікна LR_n . В цьому випадку апроксимація вікна може визначатися різними способами. Наприклад, в якості відхилення від координати τ_n може бути обраний варіант мінімального або максимального значення відхилення $\varepsilon(n) = \min \{ \varepsilon_L(n); \varepsilon_R(n) \}$, або $\varepsilon(n) = \max \{ \varepsilon_L(n); \varepsilon_R(n) \}$, а також може бути використано усереднене значення відхилення, тобто

Виходячи з цих результатів дослідження, можна сформувати наближену оцінку вектора змінних $\{x_k\}$. Нехай вікно визначається як замкнутий інтервал у вигляді $LR_n = [\tau_n - \varepsilon_L(n); \tau_n + \varepsilon_R(n)] \subseteq W$, де $\varepsilon_L(n), \varepsilon_R(n)$ - відхилення від координати імпульсу τ_n до лівої і правої межі вікна LR_n відповідно. Розмір вікна буде визначатися величиною $(\varepsilon_R(n) + \varepsilon_L(n))$. Тоді ступінь впливу функції $st_k(t)$ на формування імпульсу у вікні LR_n може бути оцінена величиною $\left[1 - \frac{|\Lambda_k|}{(\varepsilon_R(n) + \varepsilon_L(n))} \right]$, де $|\Lambda_k|$ - абсолютне значення нев'язки. З урахуванням парності кількості імпульсів у вікні, а також можливості відсутності в цьому вікні імпульсів функції $st_k(t)$, приблизна оцінка коефіцієнта x_k у вікні LR_n для відповідної імпульсної функції може бути визначена у вигляді функції:

$\varepsilon(n) = 0.5 \cdot (\varepsilon_L(n) + \varepsilon_R(n))$. В останньому випадку вікно буде мати вигляд: $LR_n = [\tau_n - 0.25 \cdot (\tau_{n+1} - \tau_{n-1}); \tau_n + 0.25 \cdot (\tau_{n+1} - \tau_{n-1})] \subseteq W$.

Ці варіанти вікна доцільно використовувати в тому випадку, коли значення відхилення від координати τ_n не перевищує значення, визначеного залежністю:

$$\varepsilon(n) < \min \{ (\tau_n - \tau_{n-1}); (\tau_{n+1} - \tau_n) \}.$$

Недослідженим залишається варіант, коли вікно LR_n може мати непрямокутну форму, а визначатися деякої віконної функцією, як це прийнято, наприклад, в віконному перетворення Фур'є або в алгоритмах вейвлет перетворень. У будь-якому випадку варіант вибору вікна впливає на отримане рішення і тому доцільно проведення в подальшому додаткових досліджень з метою оптимізації розміру і форми вікна LR_n .

5. *Уточнення коефіцієнтів спектрального розкладання на основі алгоритмів нечіткої фільтрації.* В силу наявності похибок у визначенні значення функції $\omega_n(k): \Phi \rightarrow [0,1]$ умовної миттєвої спектральної щільності в околі τ_n для досліджуваного часового ряду доцільно розглянути варіант отримання оцінного значення даної функції з урахуванням попередніх точок $\tau_j, j < n$. В даному випадку задача може бути вирішена на основі підходу нечіткої фільтрації, розглянутого в роботах [38, 39]. Як показано в

цих роботах, оцінке значення функції $\hat{\omega}_n(k)$ може бути розраховано на підставі залежності:
$$\hat{\omega}_n(k) = \hat{\omega}_{n-1}(k) + \alpha \cdot \{[\omega_n(k) \wedge \varphi_n^R(k)] - \hat{\omega}_{n-1}(k)\},$$
де $\omega_n(k)$ - функція умовної миттєвої спектральної щільності, яка розрахована за одним з вище наведених підходів, $\varphi_n^R(k)$ - фільтруюча функція на просторі станів в околиці точки τ_n . Вид цієї функції і її параметри детально розглянуті в наведених вище роботах. $\alpha \in [0,1]$ - коефіцієнт посилення фільтру. Оптимальне значення цього коефіцієнту може бути визначено відповідно до підходу, що описаний в [40].

При використанні цих фільтрів поточні помилки визначення функції $\omega_n(k)$ можуть бути знижені. Спектральна картина для нестационарного часового ряду буде більше згладженою. Однак застосування підходів фільтрації, може знизити чутливість до різкої зміни поведінки часового ряду, що в деяких випадках є неприйнятним. Тому алгоритми фільтрації доцільно застосовувати з урахуванням характеру реальної поведінки системи.

Висновки. Запропонований підхід в цілому дозволяє вирішити задачу частотно-часового аналізу нестационарних дискретних сигналів, які представляються часовими рядами. Простота розрахунків, які не потребують використання інтегрування функцій, суттєво спрощує підхід визначення частотних спектрів. В другій частині матеріалу ми наведемо результати дослідження працездатності методу частотно-часового аналізу часових рядів на основі функцій поведінки і арифметичних рядів.

Перспективи подальших досліджень
Слід зазначити, що матеріал, представлений вище, доцільно розглядати як первинний, що задає напрямки подальших досліджень. В якості таких напрямків слід розглядати частотно-часовий аналіз поведінки довільних систем, які описуються функціями поведінки. Якщо розглядати моменти зміни поведінки систем як деякі події, то предметом дослідження могли б бути аналіз і прогноз появи подій в динамічних системах. Це безпосередньо пов'язано, наприклад, з завданнями пошуку і прогнозу пошкодження технічних пристроїв. Цікавим є дослідження застосування методу для задач частотної фільтрації сигналів, порівняння (кореляції) сигналів в задачах розпізнавання образів тощо. Безумовно, дослідження запропонованого методу має бути продовжено з метою виявлення його позитивних сторін і обмежень до застосування в задачах частотно-часового аналізу часових рядів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Meffert B. Hochmuth O. Werkzeuge der Signalverarbeitung. Grundlagen, Anwendungsbeispiele, bungsaufgaben. 2. Auflage. Humboldt-Universität zu Berlin, (2018). – 296 p.
2. Lange F.H. Signale und Systeme. Band 3. Regellose Vorträge. Einführung in die Informationstheorie, Stochastik und Korrelationstechnik / F.H. Lange . – Berlin : VEB Verlag Technik, (1971) . – 391 S
3. Unbehauen R.: Systemtheorie 1: Allgemeine Grundlagen, Signale und lineare Systeme im Zeit- und Frequenzbereich. Oldenbourg, (2002). – p. 583
4. Сафиуллин Н.Т. Разработка методики анализа временных рядов с помощью преобразования Хуанга-Гильберта. Диссертация. ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина». Новосибирск, 2015. – 193 с.
5. Бокс Д., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление. М: МИР, 1974. – 406 с.
6. Daubechies, I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communications on pure and applied mathematics. XLI (1988) 7, p. 909-996.
7. Harmuth, H.F. Transmission of Information by Orthogonal Functions. New York: Springer-Verlag, 1969
8. J. Kovačevirc, V. K. Goyal, M. Vetterli. Fourier and Wavelet Signal Processing. (2013). – p.272
9. Beauchamp, K.G. Applications of Walsh and Related Functions. Orlando: Academic Press, (1984). – p. 308.
10. Heil C., Walnut D. Continuous and discrete wavelet transforms. SIAM Review, 31 (4), (1989). - p. 628–666
11. Rioul O., Duhamel P. Fast algorithms for discrete and continuous wavelet transforms. IEEE Trans. Inform. Th., sp. iss. Wavelet Transforms and Multiresolution Signal Analysis, (1992) 38(2): 569–586.
12. Радиотехнические цепи и сигналы. Задачи и задания: Учеб. пособие / В.Я. Баскей, В.Н. Васюков, Л.Г. Зотов, В.М. Меренков, В.П. Разинкин, А.Н. Яковлев/ Под ред. проф. А.Н. Яковлева. – Новосибирск: НГТУ, 2002. – 340 с.
13. Dickey D. A., Fuller W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root / Journal of the American Statistical Association. - 74. (1979). - p. 427- 431.
14. Kwiatkowski D., Phillips, P.; Schmidt, P., Shin, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. Journal of Econometrics. (1992) 54 (1–3). – p. 159–178.
15. Gabor D. Theory of communication // Journal IEE (London). (1946) Vol. 93. – p. 429-457.
16. Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. //Commun. On Pure and Appl. (1998) Vol.41. - p. 909-996.
17. Dai G. Modal wave-front reconstruction with Zernike polynomials and Karhunen-Loeve functions, JOSA A, Vol 13, Issue 6, (1996). - p. 1218 - 1225
18. Коэн. Время-частотные распределения: Обзор // ТИИЭР. 1989. - Т.77. № 10. с. 72 - 120.
19. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing The Sparse Way. 3rd. Edition. Academic Press, Inc. Orlando, FL, USA (2008). – p. 851.
20. Кулаичев А.П. Критика вейвлет анализа ЭЭГ. Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. № 12 (95) 2016. Ч.1 – с. 47-58.

21. Morlet J. Grossmann A. Sampling theory and wave propagation // Issues in Acoustic signal/Image processing and recognition. (1983) Vol. 1. - p. 233–261.
22. Christopher Torrence and Gilbert P. Compo. A Practical Guide to Wavelet Analysis // Bulletin of the American Meteorological Society. 1998. V. 79. P. 61.
23. Huang N.E. The Hilbert-Huang transform and its applications / Ed. By S.S.Shen. Interdisciplinary mathematical sciences. 5 Toh Tuck Link, Singapore 596224: World Scientific Publishing Company Co. Pte. Ltd., (2005). - p. 311.
24. Huang N.E., Shen Z., Long S.R. et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // Proc. R. SOC. London, Ser. A. (1998) no. 454. - p. 903–995.
25. Wu Z., Huang N.E. Ensemble Empirical Mode Decomposition: a noise assisted data analysis method // Advances in Adaptive Data Analysis. (2008) Vol. 1, no. 1. - p. 1–41.
26. Klir G. Elias D. (1985) Architecture of Systems Problem Solving. New York, Plenum Press, 354 p.
27. Bocharnikov V., Bocharnikov I., Sveshnikov S. Fundamentals of the systemic organizations management. Theory and Practice. LAP LAMBERT Academic Publishing, Berlin, 2012. - 296 p.
28. Бочарников В.П. Fuzzy-технология. Модальности и принятие решений при маркетинговых коммуникациях. - Киев: Ника-центр, Эльга. 2002. – 224 с.
29. William A. Pearlman, Amir Said. Digital Signal Compression: Principles and Practice. - Cambridge University Press, (2011). - p. 83
30. Hensel K. Untersuchung der Fundamentalgleichung einer Gattung für eine reelle Primzahl als Modul und Bestimmung der Theiler Ihrer Discriminante // J. Reine Angew. Math. (1894), V. 113. - p. 61-83.
31. Като́к С.Б. p -адический анализ в сравнении с вещественным / Пер. с англ. П.А. Колгушкина. М. МЦНМО, 2004. – 112 с.
32. Uyttenbove, H. J., Computer-aided systems modeling: An assemblage of methodological tools for systems problem solving. Ph.D. dissertation, School of Advanced Technology, SUNY-Binghamton, 1978.
33. Higashi M., Klir J. Measure of uncertainty and information based of possibility distribution. International Journal of General System, 9, No.1, 1983. – p. 43 - 58
34. Comstock F. Uyttenbove, H. J. A system approach to grading of flight simulator students. Journal of Aircraft, 16, No. 11, 1979, - p. 780 - 786.
35. Коэн И. Время-частотные распределения: Обзор // ТИИЭР. Т.77. № 10, 1989.- с. 72 - 120.
36. Лизунова Н.А., Шкроба С.П. Матрицы и системы линейных уравнений. – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2007. – 352 с.
37. Borgwardt, Karl-Heinz. The simplex algorithm takes on average D steps for a cube. The simplex method: A probabilistic analysis. - Berlin: Springer-Verlag, 1987. - Vol. 1. - P. 268.
38. Bocharnikov V., Bocharnikov I. Discrete fuzzy filter of UAV's flight parameters. ISSN 1813-1166. Proceedings of the NAU. 2010. №3. - p. 30-39.
39. Bocharnikov V., Bocharnikov I. Simplified and adopted to the MatLab fuzzy filter of UAV's flight parameters. 2013 IEEE 2nd International Conference Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments Proceedings. Kiev, Ukraine 15-17 October 2013. – p.41-47
40. Bocharnikov V., Bocharnikov I. Optimal discrete fuzzy filter of UAV's flight parameters. ISSN 1813-1166. Proceedings of the NAU. 2012. №2. – p. 22-29.

Стаття надійшла до редакційної колегії 18.10.2018

Бочарников В. П., д.т.н., профессор

Центр воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, Київ;

Частотно-временной анализ сигналов на основе функций поведения и арифметических рядов

Резюме. В статье предлагается новый подход частотно-временного анализа дискретных сигналов, которые представлены временными рядами. Для описания значений временного ряда используется базис p -адичных чисел, на основе которых строятся функции поведения системы. Анализ данных функций позволяет провести идентификацию метасистем и построить импульсные функции, формализуют временной ряд. Координаты импульсов описываются арифметическими рядами, которые используются для оценки частотного спектра сигнала.

Ключевые слова: временной ряд, частотно-временной анализ, p -адичные числа, функции поведения систем, системный анализ, идентификация, арифметические ряды, частотные спектры.

V. Bocharnikov, DsT, professor

Center for Military and Strategic Studies of the National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovskiy, Kyiv

Time-frequency analysis of signals based on behavioral functions and arithmetic series

Resume. The article proposes a new approach for time-frequency analysis of discrete signals, which are represented by time series. To describe the values of the time series, the basis of p -adic numbers is used, on the basis of which the system behavior functions are built. The analysis of these functions allows the identification of metasystems and the construction of impulse functions that formalize the time series. The coordinates of the pulses are described by arithmetic series, which are used to estimate the frequency spectrum of the signal.

Keywords: time series, time-frequency analysis, p -adic numbers, system behavior functions, system analysis, identification, arithmetic series, frequency spectra.