

Днепродзержинский государственный технический университет

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА СИСТЕМЫ ПЯТОГО ПОРЯДКА, ОПТИМИЗИРОВАННОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ПРИ ПОДВИЖНЫХ ГРАНИЦАХ ОБЛАСТИ

**Введение.** Для позиционных электроприводов с упругой связью метод N-i переключений позволяет выполнить синтез релейных систем оптимального управления. Математический аппарат метода устанавливает однозначную аналитическую взаимосвязь настроек каскада регуляторов с параметрами расчётной траектории оптимального по быстродействию переходного процесса, протекающего при отсутствии ограничений фазовых координат [1]. Сходимость расчетной переходной траектории, на которой лежат точки единичных переключений, служит предпосылкой к устойчивости синтезируемых данным методом регуляторов, но не является достаточным условием существования их скользящих режимов, поскольку нелинейная переходная траектория не принадлежит целиком гиперплоскостям скольжения, а только пересекает их. Данное обстоятельство делает актуальной задачу проверки устойчивости скользящего режима релейных регуляторов систем, оптимизированных по быстродействию.

**Постановка задачи.** Дифференциальные уравнения динамики позиционной двухмассовой электромеханической системы (ЭМС) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} p\Phi &= \Omega; \\ p\Omega &= \frac{M_y - M_c}{J}; \\ pM_y &= C_{ж} (k_p \omega_{дв} - \Omega); \\ p\omega_{дв} &= \frac{M_{дв} - M_y k_p}{J_{дв}}; \\ pM_{дв} &= c \cdot \frac{u - R \cdot M_{дв}/c - c \cdot \omega_{дв}}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $\Phi, \Omega, \omega, M_y, M_{дв}$  – соответственно угловые положение и скорость исполнительного вала, скорость вала двигателя, упругий момент и момент двигателя;  $u$  – напряжение преобразователя;  $k_p, c, R, L, J, J_{дв}, C_{ж}$  – параметры ЭМС;  $p = d/dt$ .

Первая производная положения исполнительного вала  $\Phi$  (регулируемой координаты данной ЭМС) определяется непосредственно координатой  $\Omega$ . Вместе с тем, старшие производные регулируемой координаты, порядком со второго по пятый включительно, пропорциональны соответственно углу закручивания упругого элемента, угловым скорости, ускорению и рывку вала двигателя относительно исполнительного вала. На этом основании обозначим старшие производные выходной переменной  $\Phi$  символами  $\phi, \omega, \epsilon, a$ , принятыми в работах [1-3] для координат позиционного привода. Введение для вектора канонических координат ЭМС (1) обозначения

$$\left( \Phi, p\Phi, p^2\Phi, p^3\Phi, p^4\Phi \right) = \left( \Phi, \Omega, \phi, \omega, \epsilon \right) \quad (2)$$

позволит в неизменном виде заимствовать результаты алгоритмического синтеза из работ [1-3] и представить описание регуляторов системы управления объектом (1)

$$\left. \begin{aligned} u_{R\Phi} = \Omega^* &= -\Omega_{\max} \cdot \text{sign}\left(\Phi - \Phi^* + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\Omega} = \varphi^* &= -\varphi_{\max} \cdot \text{sign}\left(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\varphi} = \omega^* &= -\omega_{\max} \cdot \text{sign}\left(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\omega} = \varepsilon^* &= -\varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}\left(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\varepsilon} = a^* &= -a_{\max} \cdot \text{sign}\left(\varepsilon - \varepsilon^*\right) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где  $u_{Ri}$  – сигнал  $i$ -го (считая от входа) регулятора; символом «\*» отмечены заданные значения координат, как внешнее, так и формируемые регуляторами; индексами «max» отмечены уровни ограничений координат.

Внутренние контуры системы подчинённого регулирования (СПР), образованные каскадом регуляторов  $R_\varphi, R_\omega, R_\varepsilon$  из состава системы (3) и частью объекта управления (1), представляют собой подсистему третьего порядка, идентичную позиционному электроприводу. Их параметры были синтезированы в принятой системе обозначений (2) в работе [3]. Это позволило выполнить анализ устойчивости данной подсистемы путём определения корней характеристических уравнений её контуров регулирования как функций расчётной длительности интервала стабилизации рывка  $T_{sa}$ .

Задачей настоящей работы является определение условий устойчивости контуров четвёртого и пятого порядков релейной системы подчинённого регулирования положения двухмассовой ЭМС.

**Результаты работы.** Найденные в [2] параметры регулятора скорости исполнительного вала  $R_\Omega$  обеспечивают отработку оптимальной по быстродействию траектории, локализованной в области пространства состояний с подвижными границами, то есть при отсутствии наперёд заданных ограничений координат. При этом уровни ограничения канонических координат, заложенные в настройках каскада регуляторов (3), равны их максимальным значениям, достигаемым на расчётной траектории (рис.1), и являются функциями воспроизводимого скачка задающего воздействия. Для такого случая коэффициенты обратных связей  $R_\Omega$  выражаются через расчётную длительность интервалов стабилизации рывка  $T_{sa}$  следующим образом:

$$K_{\Omega\varphi} = 2T_{sa}, \quad K_{\Omega\omega} = \frac{17}{12}T_{sa}^2, \quad K_{\Omega\varepsilon} = \frac{5}{12}T_{sa}^3. \quad (4)$$

Регулятор  $R_\Omega$  образует с частью объекта управления, описываемой уравнениями 2-5 системы (1), подсистему четвертого порядка. Однако, с учетом понижения на единицу порядка релейных систем, линеаризуемых в скользящем режиме, проверка устойчивости контура на основе  $R_\Omega$  сводится к анализу характеристического уравнения третьего порядка вида

$$1 + K_{\Omega\varphi} \cdot p + K_{\Omega\omega} \cdot p^2 + K_{\Omega\varepsilon} \cdot p^3 = 0. \quad (5)$$

Аналитическая связь корней кубического уравнения с его коэффициентами является достаточно сложной, поэтому проверку устойчивости идеального скользящего

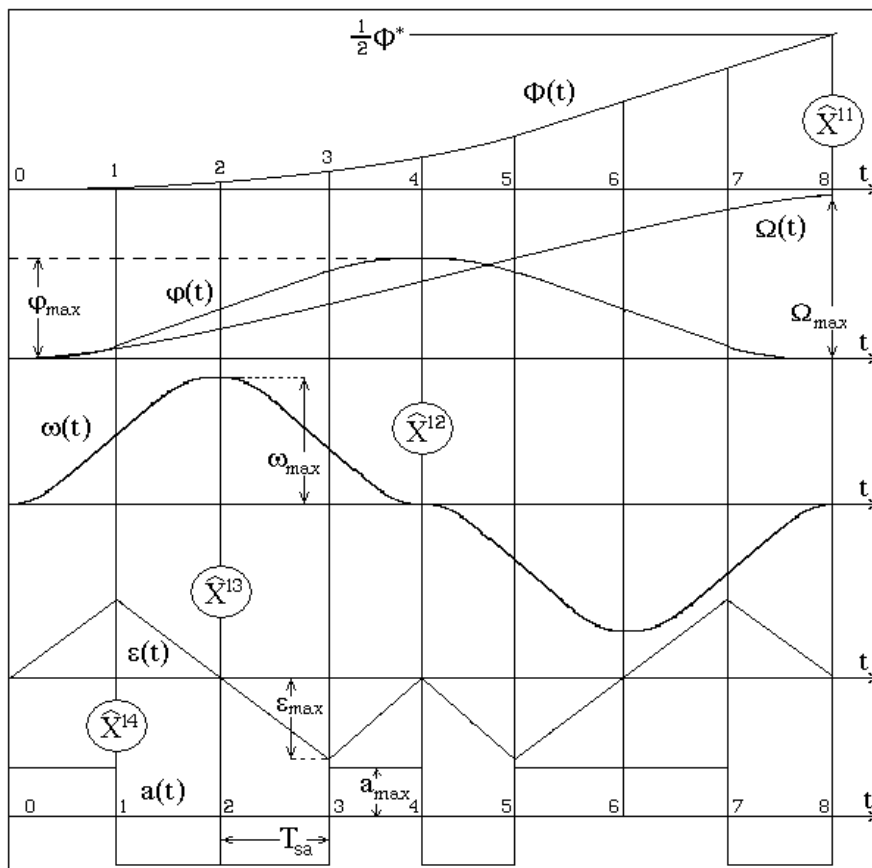


Рисунок 1 – Расчётные траектории при подвижных границах области

режима  $R_\Omega$  целесообразно выполнить с помощью косвенного алгебраического критерия Рауса-Гурвица [4], который для уравнения (5) дает систему неравенств:

$$K_{\Omega\omega} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Omega\omega} & 1 \\ K_{\Omega\varepsilon} & K_{\Omega\varphi} \end{vmatrix} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Omega\omega} & 1 & 0 \\ K_{\Omega\varepsilon} & K_{\Omega\varphi} & 0 \\ 0 & K_{\Omega\omega} & 1 \end{vmatrix} > 0. \quad (6)$$

Положительные значения всех коэффициентов обратных связей вытекают из вида выражений (4), следовательно, условие устойчивости (6) сводится к следующему неравенству:

$$K_{\Omega\omega} K_{\Omega\varphi} - K_{\Omega\varepsilon} > 0. \quad (7)$$

Подстановка в неравенство (7) коэффициентов (4)

$$2T_{sa} \cdot \frac{17}{12} T_{sa}^2 - \frac{5}{12} T_{sa}^3 > 0$$

позволяет выполнить упрощение, результат которого имеет вид

$$2 \frac{5}{12} T_{sa}^3 > 0,$$

что свидетельствует об устойчивости синтезированной методом N-i переключений подсистемы четвёртого порядка, поскольку длительности интервалов  $T_{sa}$  положительны для всех физически реализуемых траекторий.

Полученные в [1] выражения параметров регулятора положения исполнительного вала  $R_{\Phi}$ , обеспечивающих оптимальную по быстродействию обработку траектории при подвижных границах области, имеют вид:

$$K_{\Phi\Omega} = 4T_{sa}, \quad K_{\Phi\varphi} = 5\frac{3}{4}T_{sa}^2, \quad K_{\Phi\omega} = 3\frac{2}{3}T_{sa}^3, \quad K_{\Phi\varepsilon} = 1\frac{1}{30}T_{sa}^4. \quad (8)$$

Динамика релейной системы пятого порядка в скользящем режиме характеризуется уравнением четвертого порядка вида:

$$1 + K_{\Phi\Omega} \cdot p + K_{\Phi\varphi} \cdot p^2 + K_{\Phi\omega} \cdot p^3 + K_{\Phi\varepsilon} \cdot p^4 = 0. \quad (9)$$

Характеристические полиномы четвёртого и выше порядков не имеют аналитического решения, поэтому с целью проверки устойчивости скользящего режима регулятора  $R_{\Phi}$  системы (3) составим для уравнения (9) систему неравенств с использованием определителя Гурвица и его диагональных миноров:

$$K_{\Phi\omega} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} \\ K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} \end{vmatrix} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} & 0 \\ K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} & 1 \\ 0 & K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} \end{vmatrix} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} & 0 & 0 \\ K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} & 1 & 0 \\ 0 & K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} & 0 \\ 0 & K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} & 1 \end{vmatrix} > 0. \quad (10)$$

Все коэффициенты обратных связей положительны согласно (8), следовательно, условие устойчивости (10) сводится к положительности предпоследнего минора определителя Гурвица [4], что приводит к неравенству:

$$K_{\Phi\Omega}(K_{\Phi\omega}K_{\Phi\varphi} - K_{\Phi\varepsilon}K_{\Phi\Omega}) - K_{\Phi\omega}^2 > 0. \quad (11)$$

После подстановки коэффициентов (8) неравенство (11) примет вид

$$4T_{sa} \left( 3\frac{2}{3}T_{sa}^3 \cdot 5\frac{3}{4}T_{sa}^2 - 1\frac{1}{30}T_{sa}^4 \cdot 4T_{sa} \right) - \left( \frac{11}{3} \right)^2 \cdot T_{sa}^6 > 0.$$

Результат его упрощения

$$54\frac{16}{45}T_{sa}^6 > 0$$

свидетельствует об устойчивости идеального скользящего режима синтезированной методом N-i переключений релейной системы пятого порядка.

Следует отметить, что длительность интервала  $T_{sa}$  расчётной траектории (рис.1) согласно [1-3] является функцией воспроизводимого системой скачка задающего воздействия, то есть полученный результат распространяется на все возможные значения параметров оптимальных регуляторов при настройке их на обработку траекторий переходного процесса, протекающего без ограничений промежуточных координат электро-механической системы.

**Выводы.** В настоящей работе доказана устойчивость скользящего режима систем, оптимизированных по быстродействию методом N-i переключений. Это позволяет исключить из процедуры самонастройки адаптивных систем, построенных на основе данного метода, какие-либо операции численной проверки устойчивости регуляторов

при расчёте их параметров. Представленные исследования выполнены для контуров регулирования положения и скорости электропривода с упругой связью. Однако, подвергнутые анализу уравнения скольжения связывают канонические координаты релейной системы, что позволяет распространить положительный результат проверки устойчивости на контуры четвертого и пятого порядка с любой структурой объектов управления, которая допускает синтез данным методом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию режима малых перемещений двухмассовой электромеханической системы методом N-i переключений на подвижных границах области / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Электротехнические и компьютерные системы: науч.-техн. журнал Одесского национального политехнического университета. – К.: Техника. – 2011. – С.89-91.
2. Садовой А.В. Синтез методом N-i переключений релейной системы четвертого порядка без внутренних ограничений / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного техн. ун-та (технические науки). – Днепродзержинск. – 2008. – Выпуск 1(9). – С.167-171.
3. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию методом N-i переключений режимов малых перемещений позиционного электропривода / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Вестник КГПУ. – Кременчуг. – 2007. – Выпуск 3/2007 (44). – С.15-17.
4. Юревич Е.И. Теория автоматического управления / Юревич Е.И. – Л.: Энергия, 1969. – 375с.:ил.

*Поступила в редколлегию 19.03.2012.*

УДК 621.316.72/088.8

КАРАЧУНСКИЙ П.Ш., к.т.н, доцент  
ЧЕРНОИВАН В.П., к.т.н, доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

### **БЕСКОНТАКТНЫЕ АВТОМАТЫ ГАШЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ**

**Введение.** В современных синхронных электроприводах, оборудованных электромашинными или тиристорными системами возбуждения, автоматическое гашение поля цепи возбуждения (АГП) чаще всего реализуется путем введения в строго определенное время в цепь индуктора разрядного резистора.

Достаточно быстрый физический износ электромашинных возбудителей и присутствующие им серьезные недостатки, а также низкая эффективность указанного метода гашения поля обусловили широкое внедрение тиристорных систем возбуждения с соответствующими устройствами АГП. Распространенная система возбуждения с инвертированием тиристорного возбудителя в процессе гашения поля требует усложнения силовой схемы и цепей управления преобразователем. Кроме того, в режиме короткого замыкания при глубокой посадке или полном исчезновении напряжения указанные системы возбуждения не обеспечивают режим форсированного гашения поля из-за отсутствия коммутирующей э.д.с. или значительного снижения тока тиристорного возбудителя. Быстродействие таких систем ограничивается периодическим или линейным характером изменения тока в контуре гашения поля.

**Постановка задачи.** Задачей данной работы является повышение быстродействия системы гашения магнитного поля синхронной машины за счет обменных энергопроцессов между э.д.с. обмотки возбуждения и конденсатором АГП.