

2. Кислицын А.Л. Трансформаторы: [учебное пособие по курсу «Электромеханика»] / А.Л.Кислицин. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 76с.
3. Яковлева І.Г. Математичне моделювання теплообмінних процесів в обмотках трансформаторів з висотою горизонтального каналу менше 3 мм [текст] / І.Г.Яковлева, С.В.Ільїн // Математичне моделювання: науковий журнал. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2010. – №1(22). – С.82-86.

Надійшла до редколегії 21.02.2012.

УДК 532.5.072.15

РАКОЧА Ю.В., аспірант
ПАВЛЕНКО А.М., д.т.н., професор

Дніпродзержинський державний технічний університет

НЕСИМЕТРИЧНИЙ НАГРІВ ПОРИСТОЇ ПЛОСКОЇ СТІНКИ

Вступ. При пошуку кількісного опису явищ теплообміну зазвичай вводять у розгляд деяку систему звичайних диференціальних рівнянь чи рівнянь з частковими похідними, справедливу у певній області, і накладають на цю систему граничні та початкові умови. На цій стадії математична модель замкнена, і для практичних застосувань необхідно тільки знайти рішення для конкретної множини числових даних. Але при цьому і виникають основні труднощі, так як точному рішенню відповідними методами піддаються лише рівняння самого простого виду всередині геометрично тривіальних меж, як правило, паралельних чи перпендикулярних площинам (осям) обраної системи координат. Щоб подолати ці труднощі, необхідно перетворити задачу до конкретної алгебраїчної форми, що включає тільки основні арифметичні операції. Для досягнення цієї мети можливі різні види дискретизації неперервної задачі, визначеної диференціальними рівняннями.

Постановка задачі. На основі отриманого при розрахунку розподілу температур по товщині пористої плоскої стінки методом кінцевих різниць (МКР) необхідно дати оцінку густині теплового потоку методом з одним наступним кроком за часом, тим самим вирішити зворотну задачу для уточнення значення коефіцієнта теплопровідності.

Результати роботи. Розглянемо нагрівання пористої плоскої стінки товщиною $S, м$ з початкової температури $t_{поч}, ^\circ C$. Теплофізичні властивості обшивки: $\lambda, Вт/(м \cdot K)$; $c, кДж/(кг \cdot K)$; $\rho, кг/м^3$; $\alpha = \lambda/(c \cdot \rho), м^2/с$. Ліва поверхня ($x = 0$) омивається потоком водяної пари зі швидкістю $w, м/с$, температурою $t_{жс1}, ^\circ C$ і коефіцієнтом тепловіддачі на цій поверхні $\alpha_1, Вт/(м^2 \cdot K)$. Права поверхня ($x = S$) омивається вільним потоком атмосферного повітря з температурою $t_{жс2}, ^\circ C$ і коефіцієнтом тепловіддачі $\alpha_2, Вт/(м^2 \cdot K)$.

Використовуємо для рішення явну схему. Оскільки її порядок апроксимації по координаті дорівнює двом, то похибка рішення складає $K(\Delta x)^2$ чи $K(\Delta x/S)^2 \cdot 100\%$, де коефіцієнт K визначається величиною $(\partial^4 t / \partial x^4)$. Як бачимо, похибка розрахунку по координаті буде в основному меншою 1% при розбитті стінки на 10 шарів [1].

Тоді

$$t_j^{n+1} = 0,5t_j^n + 0,25(t_{j-1}^n + t_{j+1}^n) \quad (1)$$

$$Bi_{c1} = \alpha_1 \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}; \quad (2)$$

$$Bi_{c2} = \alpha_2 \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}; \quad (3)$$

Умовні температури (при $\tau = 0, n = 1$) для граничних умов третього роду рівні:

$$t_1^1 = t_{1cep} - \frac{0,5(t_{1cep} - t_{ноч})(Bi_{c1} + 4)}{(Bi_{c1} + 2)}; \quad (4)$$

$$t_{j+1}^1 = t_{1cep} - \frac{0,5(t_{1cep} - t_{ноч})(Bi_{c2} + 4)}{(Bi_{c2} + 2)}; \quad (5)$$

Тепер легко підрахувати температури на наступному часовому шарі для $2 \leq j \leq 10$ ($n = 2$):

$$t_2^2 = 0,5t_2^1 + 0,25(t_1^1 + t_3^1); \quad (6)$$

$$t_3^2 = 0,5t_3^1 + 0,25(t_2^1 + t_4^1);$$

.....

$$t_{10}^2 = 0,5t_{10}^1 + 0,25(t_9^1 + t_{11}^1).$$

Температури на поверхнях

$$t_1^2 = \frac{2Bi_{c1} \cdot t_{1cep} + 4t_2^2 - t_1^2}{2Bi_{c1} + 3}; \quad (7)$$

$$t_{11}^2 = \frac{2Bi_{c2} \cdot t_{2cep} + 4t_{10}^2 - t_9^2}{2Bi_{c2} + 3}.$$

Аналогічно розраховуємо значення всіх останніх температур.

Далі для оцінювання густини теплового потоку на поверхні значення температур, отриманих при попередньому розрахунку, прирівнюємо до значень температур, отриманих при вимірюванні їх на поверхні одиноким датчиком, тобто здійснюємо «точну підгонку» [2].

Температура в точці розташування датчика в момент часу t_M може бути записана у вигляді:

$$T_M = \widehat{T}_{M|q_M=0} + \Delta\phi_0 \cdot q_M, \quad (8)$$

де $\Delta\phi_0$ – зміна температури в точці розташування датчика в момент часу t_1 для одиначної ступінчатої зміни в момент $t = 0$ густини теплового потоку на поверхні.

Прирівнюємо T_M до вимірної в момент часу t_M температури, яка позначається Y_M . Рівняння (8) вирішуємо відносно складової густини теплового потоку, яка позначається \widehat{q}_M :

$$\widehat{q}_M = \frac{Y_M - \widehat{T}_{M|q_M=0}}{\phi_1}, \quad (9)$$

так як $\Delta\phi_0 = \phi_1 - \phi_0 = \phi_1$.

Розпишемо алгоритм Штольца

$$\widehat{q}_M = \frac{Y_M - \sum_{i=1}^M q_i \Delta\phi_{M-i} - T_0}{\phi_1} \quad (10)$$

відносно вимірних величин $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \hat{q}_3$:

$$\hat{q}_1 = \frac{Y_1 - T_0}{\phi_1},$$

$$\hat{q}_2 = \frac{Y_2 - \hat{q}_1 \Delta \phi_1 - T_0}{\phi_1},$$

$$\hat{q}_3 = \frac{Y_3 - \hat{q}_1 \Delta \phi_2 - \hat{q}_2 \Delta \phi_1 - T_0}{\phi_1}.$$

Аналіз результатів вирішення рівнянь моделі нагріву пористої плоскої стінки. Приймаємо, що плоска стінка виконана із силікатного матеріалу і має товщину $S = 0,12$ м та початкову температуру $t_{\text{поч}} = 20$ °С. Теплофізичні властивості стінки: $\lambda = 0,7$ Вт/(м·К); $c = 0,84$ кДж/(кг·К); $\rho = 1,8 \cdot 10^3$ кг/м³; $\alpha = 0,7/(840 \cdot 1800) = 0,462 \cdot 10^{-6}$ м²/с. Ліва поверхня ($x = 0$) омивається потоком водяної пари зі швидкістю $w = 0,525$ м/с, температурою $t_{\text{жс1}} = 300$ °С і коефіцієнтом тепловіддачі на цій поверхні $\alpha_1 = 228,13$ Вт/(м²·К). Права поверхня ($x = S$) омивається вільним потоком атмосферного повітря з температурою $t_{\text{жс1}} = 20$ °С і коефіцієнтом тепловіддачі $\alpha_2 = 10,96$ Вт/(м²·К).

Розрахунки проведені методом кінцевих різниць. Результати наведено у табл.1.

Таблиця 1 – Результати розрахунку несиметричного нагріву пористої плоскої стінки (явна схема)

n	$t_j^n, \text{ } ^\circ\text{C}$, при $j = 1 + 10 \cdot (x/S)$:										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	112,63	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
2	230,94	43,16	20	20	20	20	20	20	20	20	20
3	245,62	84,31	25,76	20	20	20	20	20	20	20	20
4	253,90	110,01	38,97	21,45	20	20	20	20	20	20	20
5	259,39	128,22	52,35	25,47	20,36	20	20	20	20	20	20
6	263,37	142,05	64,60	30,91	21,55	20,09	20	20	20	20	20
7	266,41	153,01	75,54	36,99	23,52	20,43	20,02	20	20	20	20
8	268,83	162,00	85,27	43,26	26,12	21,10	20,12	20,01	20	20	20
9	270,81	169,52	93,95	49,48	29,12	22,11	20,34	20,03	20	20	20

Тобто, знаючи температури на глибині 1,2 см плоскої стінки, що спочатку знаходилася при температурі 20⁰С: 43,16; 84,31 і 110,01⁰С при $t = 77,92, 155,84$ і $233,76$ с відповідно, розрахуємо значення густини теплового потоку на поверхні $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \hat{q}_3$ за методом Штольца.

Безрозмірні кроки за часом дорівнюють:

$$\Delta t_x^+ = \frac{\alpha \Delta t}{x^2} = \frac{0,462 \cdot 10^{-6} \cdot 77,92}{0,012^2} = 0,25,$$

а значення часу $t_1^+ = 0,25, t_2^+ = 0,50, t_3^+ = 0,75$ використовують для отримання відповідних значень T^+ , задаючись $q_0 = 1$ та використовуючи співвідношення:

$$\phi_M = T^+(t_M) \cdot \frac{x}{k}$$

В нашому випадку

$$\phi_1 = 0,861497 \cdot 10^{-3} \frac{M^2 \cdot ^\circ C}{Bm};$$

$$\phi_2 = 0,2856531 \cdot 10^{-2} \frac{M^2 \cdot ^\circ C}{Bm};$$

$$\phi_3 = 0,4902548 \cdot 10^{-2} \frac{M^2 \cdot ^\circ C}{Bm};$$

$$\Delta\phi_1 = 0,1995034 \cdot 10^{-2} \frac{M^2 \cdot ^\circ C}{Bm}; \Delta\phi_2 = 0,2046017 \cdot 10^{-2} \frac{M^2 \cdot ^\circ C}{Bm}.$$

Значення складової густини теплового потоку:

$$\hat{q}_1 = 26883,44 \text{ Bm} / m^2;$$

$$\hat{q}_2 = 12393,11 \text{ Bm} / m^2;$$

$$\hat{q}_3 = 11934,28 \text{ Bm} / m^2.$$

Знаючи, значення густини теплового потоку, розраховуємо значення коефіцієнта теплопровідності за допомогою формули Фур'є:

$$q = -k \frac{dT}{dx}.$$

Отримаємо $k_1 = 4,14 \text{ Bm} / (m \cdot ^\circ C)$; $k_2 = 1,91 \text{ Bm} / (m \cdot ^\circ C)$; $k_3 = 1,84 \text{ Bm} / (m \cdot ^\circ C)$.

Залежність між коефіцієнтом теплопровідності та часом нагріву плоскої пористої стінки зображена на рис. 1.

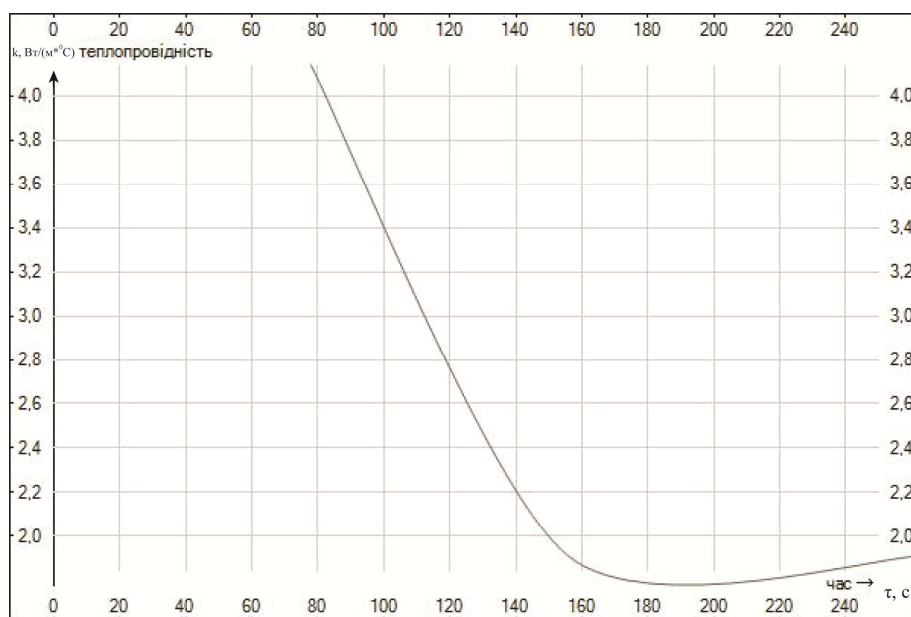


Рисунок 1 – Залежність значення коефіцієнта теплопровідності від часу нагріву плоскої пористої стінки при $\Delta x = 0,012 \text{ м}$; $\Delta t = 7,92 \text{ с}$.

Висновки. Аналізуючи метод для оцінювання густини теплового потоку з одним наступним кроком за часом, встановлено, що зв'язок між значеннями коефіцієнту теплопровідності та часом нагріву плоскої пористої стінки має обернено пропорційну залежність. На початку нагріву при різкій зміні температури теплоізоляційної стінки від початкового значення з боку дії гарячого теплоносія значення коефіцієнту теплопровідності спочатку дуже значно підвищується, оскільки збільшується теплопровідність як твердих складових частин матеріалів, так і повітря, що заповнює пори, а потім знижуються і вирівнюється до початкового значення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Элементы теории систем и численные методы моделирования процессов тепломассообмена: учебник для вузов [текст] / В.С.Швыдкий, Н.А.Спирин, М.Г.Ладыгичев и др. – М.: «Интернет Инжиниринг», 1999. – 520 с.: ISBN – 5-89594-019-6.
2. Бек Дж. Некорректные обратные задачи теплопроводности: пер с англ. [текст] / Дж.Бек, Б.Блакуэлл, Ч. мл. Сент-Клэр. – М.: Мир, 1989. – 312 с.: ISBN – 5-03-000914-0.

Надійшла до редколегії 12.03.2012.

УДК 664.2.032.1

СОКОЛОВСКАЯ И.Е., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГАЗОДИНАМИКИ В ВИХРЕВОМ АППАРАТЕ

Ведение. На современном уровне развития вихревых аппаратов возросла актуальность исследований, направленных на углубленное изучение процессов, совершенствование конструкций и технологии изготовления отдельных узлов. Отсутствие строгой теории ощущается наиболее остро при проектировании систем и установок, в которых вихревой аппарат является одним из главных агрегатов. В связи с этим первоочередной задачей остается разработка теории, позволяющей получить достаточно надежное математическое описание процессов, которые происходят в вихревой камере [1].

Постановка задачи. Целью работы является разработка математической модели газодинамики газового потока в вихревом аппарате.

Результаты работы. Эффективность процессов тепломассообмена в вихревом аппарате во многом определяется соотношением геометрических размеров данного устройства, поскольку от них зависят гидродинамические показатели работы аппарата.

С целью рационализации технологических параметров вихревого аппарата, а также определения его эффективности, важно знать параметры газовых потоков (компоненты скоростей, давления) во всем объеме аппарата. Ввиду специфики конструкции аппарата и подвода газа газовые потоки являются трехмерными и в значительной степени турбулизированными [1]. Экспериментальное исследование таких потоков чрезвычайно затруднительно и требует больших материальных затрат. С другой стороны, аналитическое решение данной задачи вряд ли возможно без существенных упрощений, способных исказить весь процесс даже на качественном уровне, поэтому в данной работе мы прибегли к численному моделированию с использованием довольно эффективного в данном случае метода расщепления по физическим факторам [2]. В данной работе этот метод, реализованный в цилиндрических координатах в трехмерной поста-