

па корней будет происходить при любых начальных отклонениях в системе, давая тем самым возможность прогнозировать ее движение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5 т. / под ред. К.А.Пупкова, Н.Д.Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – Т. 1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления. – 2004. – 656с.
2. Андриевский Б.Р. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB / Б.Р.Андриевский, А.Л.Фрадков. – СПб.: Наука, 2000. – 475с.
3. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы / И.В.Мирошник. – СПб.: Питер, 2005. – 336с.
4. А.В.Садовой. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В. – К.:ИСИМО, 1996. – 298с.

Поступила в редколлегию 13.06.2012.

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент
САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

**АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА
ОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ ПЯТОГО ПОРЯДКА**

Введение. Синтез N-контурных релейных систем управления методом N-i переключений обеспечивает реализацию ими расчётной оптимальной по быстродействию переходной траектории. Сходимость такой траектории не является достаточным условием существования скользящих режимов регуляторов, что делает актуальной задачу проверки устойчивости релейных систем, оптимизированных по быстродействию данным методом. Его математический аппарат устанавливает однозначную аналитическую взаимосвязь настроек релейной системы пятого порядка с параметрами расчётной траектории оптимального по быстродействию переходного процесса. Это позволяет выполнить в общем виде исследование устойчивости синтезируемых методом N-i переключений систем для случая N = 5, избегая численного решения их характеристических уравнений.

Постановка задачи. Дифференциальные уравнения динамики позиционной двухмассовой электромеханической системы (ЭМС) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} p\Phi &= \Omega; \\ p\Omega &= \frac{M_y - M_c}{J}; \\ pM_y &= C_{ж}(k_p \omega_{дв} - \Omega); \\ p\omega_{дв} &= \frac{M_{дв} - M_y k_p}{J_{дв}}; \\ pM_{дв} &= c \cdot \frac{u - R \cdot M_{дв}/c - c \cdot \omega_{дв}}{L} \end{aligned} \right\}, \tag{1}$$

где $\Phi, \Omega, \omega, M_y, M_{дв}$ – соответственно угловые положение и скорость исполнительного вала, скорость вала двигателя, упругий момент и момент двигателя; u – напряжение преобразователя; $k_p, c, R, L, J, J_{дв}, C_{ж}$ – параметры ЭМС; $p = d/dt$.

Первая производная положения исполнительного вала Φ (регулируемой координаты данной ЭМС) определяется непосредственно координатой Ω . Обозначив старшие производные выходной переменной Φ символами $\varphi, \omega, \varepsilon, a$, принятыми в работах [1-3] для координат позиционного привода, введём для вектора канонических координат ЭМС (1) обозначения

$$\left(\Phi, p\Phi, p^2\Phi, p^3\Phi, p^4\Phi, p^5\Phi \right) = \left(\Phi, \Omega, \varphi, \omega, \varepsilon, a \right), \quad (2)$$

что позволит в неизменном виде заимствовать результаты алгоритмического синтеза из работ [1-3] и представить описание регуляторов системы управления объектом (1) в виде

$$\left. \begin{aligned} u_{R\Phi} = \Omega^* &= -\Omega_{\max} \cdot \text{sign}\left(\Phi - \Phi^* + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\Omega} = \varphi^* &= -\varphi_{\max} \cdot \text{sign}\left(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\varphi} = \omega^* &= -\omega_{\max} \cdot \text{sign}\left(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\omega} = \varepsilon^* &= -\varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}\left(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon\right) \\ u_{R\varepsilon} = a^* &= -a_{\max} \cdot \text{sign}\left(\varepsilon - \varepsilon^*\right) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где u_{Ri} – сигнал i -го (считая от входа) регулятора; символом «*» отмечены заданные значения координат как внешние, так и формируемые регуляторами; индексами «max» отмечены уровни ограничений координат.

Внутренние контуры системы подчинённого регулирования (СПР), образованные каскадом регуляторов $R_\Omega, R_\varphi, R_\omega, R_\varepsilon$ из состава системы (3) и частью объекта управления (1), представляют собой подсистему четвёртого порядка, идентичную релейной системе регулирования скорости двухмассовой ЭМС. Коэффициенты обратных связей такой СПР были синтезированы в работе [1] методом N-i переключений для случая фиксированных уровней ограничения канонических координат. Это позволило выполнить в работе [2] анализ устойчивости скользящих режимов регуляторов подсистемы четвёртого порядка.

Задачей настоящего исследования является аналитическая проверка устойчивости внешнего контура релейной СПР пятого порядка, параметры регулятора которой синтезированы в работе [3].

Результаты работы. Найденные в [3] коэффициенты обратных связей регулятора положения исполнительного вала R_Φ обеспечивают отработку оптимальной по быстродействию траектории, проходящей по заданным границам области пространства состояний (рис.1). В наиболее компактной форме их величины

$$K_{\Phi\Omega} = \frac{1}{2} (T_a + T_\varepsilon + T_\omega + T_\varphi), \quad (4)$$

$$K_{\Phi\varphi} = \frac{1}{12} (T_a^2 + T_\varepsilon^2 + T_\omega^2) + \frac{1}{4} (T_a T_\varepsilon + T_a T_\varphi + T_a T_\omega + T_\varepsilon T_\omega + T_\varepsilon T_\varphi + T_\omega T_\varphi), \quad (5)$$

$$K_{\Phi\omega} = \frac{1}{8}(T_a T_\varepsilon T_\omega + T_a T_\varepsilon T_\varphi + T_a T_\omega T_\varphi + T_\varepsilon T_\omega T_\varphi) + \frac{1}{24}(T_a^2 T_\varphi + T_a^2 T_\varepsilon + T_a^2 T_\omega + T_\varepsilon^2 T_\varphi + T_\varepsilon^2 T_a + T_\varepsilon^2 T_\omega + T_\varepsilon T_\omega^2 + T_a T_\omega^2), \quad (6)$$

$$K_{\Phi\varepsilon} = \frac{1}{16} T_a T_\varepsilon T_\omega T_\varphi + \frac{1}{144}(T_a^2 T_\omega^2 + T_a^2 T_\varepsilon^2) - \frac{1}{720} T_a^4 + \frac{1}{48}(T_a^2 T_\varepsilon T_\varphi + T_a^2 T_\varepsilon T_\omega + T_a^2 T_\omega T_\varphi + T_a T_\varepsilon^2 T_\varphi + T_a T_\varepsilon T_\omega^2 + T_a T_\varepsilon^2 T_\omega) \quad (7)$$

выражаются через постоянные времени замкнутой системы

$$T_a = \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}, T_\varepsilon = \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}}, T_\omega = \frac{\varphi_{\max}}{\omega_{\max}}, T_\varphi = \frac{\Omega_{\max}}{\varphi_{\max}}, \quad (8)$$

взаимосвязь которых с интервалами стабилизации канонических координат на оптимальной траектории (рис.1) имеет вид:

$$T_{s\varphi} = T_\varphi - T_\omega - T_\varepsilon - T_a, \quad T_{sa} = T_a, \quad T_{s\varepsilon} = T_\varepsilon - T_a, \quad T_{s\omega} = T_\omega - T_\varepsilon - T_a. \quad (9)$$

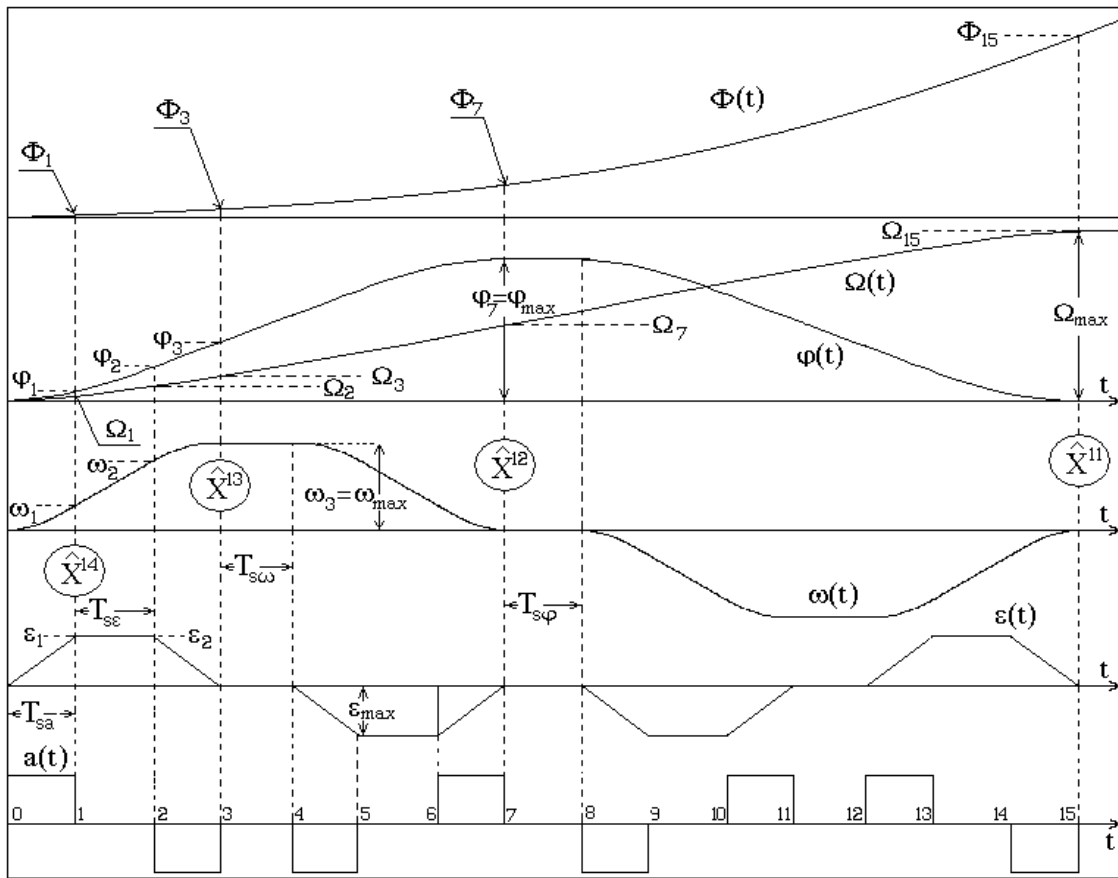


Рисунок 1 – Расчётные временные диаграммы оптимального по быстродействию переходного процесса

С учетом понижения на единицу порядка релейных систем, линеаризуемых в скользящем режиме, проверка устойчивости контура на основе R_{Φ} сводится к анализу характеристического уравнения четвертого порядка вида:

$$1 + K_{\Phi\Omega} \cdot p + K_{\Phi\varphi} \cdot p^2 + K_{\Phi\omega} \cdot p^3 + K_{\Phi\varepsilon} \cdot p^4 = 0. \quad (10)$$

Характеристические уравнения четвертого и выше порядков не имеют аналитического решения, поэтому с целью проверки устойчивости скользящего режима регулятора R_{Φ} системы (3) составим для уравнения (10) систему неравенств с использованием определителя Гурвица и его диагональных миноров согласно [4]:

$$K_{\Phi\omega} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} \\ K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} \end{vmatrix} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} & 0 \\ K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} & 1 \\ 0 & K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} \end{vmatrix} > 0; \begin{vmatrix} K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} & 0 & 0 \\ K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} & 1 & 0 \\ 0 & K_{\Phi\omega} & K_{\Phi\Omega} & 0 \\ 0 & K_{\Phi\varepsilon} & K_{\Phi\varphi} & 1 \end{vmatrix} > 0. \quad (11)$$

Все коэффициенты обратных связей (4)-(7) положительны с учетом характерного для рассматриваемой траектории соотношения постоянных времени

$$T_a \leq T_\varepsilon, \quad T_\varepsilon < T_\omega, \quad T_\omega < T_\varphi, \quad (12)$$

следовательно, условие устойчивости (11) сводится к положительности предпоследнего минора определителя Гурвица [4], что приводит к неравенству:

$$K_{\Phi\Omega}(K_{\Phi\omega}K_{\Phi\varphi} - K_{\Phi\varepsilon}K_{\Phi\Omega}) - K_{\Phi\omega}^2 > 0. \quad (13)$$

В результате подстановки коэффициентов (4)-(7) и последующего упрощения левая часть неравенства (13) приобретет вид суммы произведений постоянных времени замкнутой системы (8) с различными сочетаниями их степеней и положительных весовых коэффициентов. Данный результат свидетельствует об устойчивости идеального скользящего режима синтезированной методом N-i переключений релейной системы пятого порядка. Окончательный вариант записи неравенства (13) в настоящей работе опустим по причине его громоздкости.

Необходимо отметить, что задействованные в вышеизложенном исследовании формулы (4)-(7), выражающие коэффициенты обратных связей через постоянные времени замкнутой системы, являются более общими по отношению к выражениям для коэффициентов, полученным в [5] для настроек на отработку траекторий переходного процесса, протекающего без ограничений промежуточных координат электромеханической системы. Это подтверждает выводы работы [6] об устойчивости системы пятого порядка, оптимизированной по быстродействию при подвижных границах области фазового пространства.

Выводы. Выполненные исследования доказывают устойчивость скользящего режима систем пятого порядка, оптимизированных по быстродействию методом N-i переключений при фиксированных ограничениях координат состояния. Представленные исследования выполнены для контура регулирования положения электропривода с упругой связью. Однако подвергнутые анализу уравнения скольжения связывают канонические координаты релейной системы, что позволяет распространить положитель-

ний результат перевірки устойчивости на контуры пятого порядка с любой структурой объектов управления, замкнутые по старшим производным ошибки регулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В. Параметрический синтез релейной системы подчиненного регулирования скорости электропривода с упругой связью / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник Кременчугского государственного политехнического университета. – Кременчуг: КГПУ. – 2008. – Вып. 3/2008(50). Часть 1. – С.83-87.
2. Садовой А.В. Анализ устойчивости скользящего режима оптимальной по быстродействию системы четвертого порядка / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника и электропривод». – Харьков. – 2008. – Вып. 30. – с.91-93.
3. Дерез А.Л. Синтез параметров регулятора положения оптимальной по быстродействию релейной системы управления электроприводом с упругой связью методом N-i переключений / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Электромеханические и энергосберегающие системы: науч.-произв. журнал. Тематический выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика» – Кременчуг: КрНУ. – 2012. – Вып. 3/2012 (19). – С.81-85.
4. Юревич Е.И. Теория автоматического управления / Юревич Е.И. – Л.: «Энергия», 1969. – 375с.: ил.
5. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию режима малых перемещений двухмассовой электромеханической системы методом N-i переключений на подвижных границах области / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Электротехнические и компьютерные системы: науч.-техн. журнал Одесского национального политехнического университета. – К.: «Техника». – 2011. – С.89-91.
6. Дерез А.Л. Анализ устойчивости скользящего режима системы пятого порядка, оптимизированной по быстродействию при подвижных границах области / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Сборник научных трудов Днепропетровского государственного техн. ун-та (технические науки). – Днепропетровск: ДГТУ. – 2012. – Вып. 1(18). – С.100-104.

Поступила в редколлегию 21.05.2012.

УДК 621.313.292-53

ПОЛЬОВИЙ Є.В., асистент

Дніпропетровський державний технічний університет

КОРЕКЦІЯ ФОРСУЮЧОГО ВПЛИВУ КОНТУРА КЕРУВАННЯ СТРУМОМ ВЕНТИЛЬНОГО РЕАКТИВНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДА

Вступ. Сучасні технологічні процеси і механізми прямо чи опосередковано потребують забезпечення суворих вимог до якості керування електроприводами. Отримання специфічних, а деколи індивідуальних динамічних і (або) статичних характеристик потребує урахування можливостей і властивостей електродвигуна і системи керування. Останнім часом при створенні нових видів електроприводів все більше уваги приділяється вентильному реактивному двигуну (ВРД), в англійській інтерпретації Switched Reluctance Motor (SRM). Як вказано в [1], це пов'язано з такими специфічними властивостями цього електродвигуна в порівнянні з класичними асинхронними і синхронними, як високонадійне перетворення енергії, створення значних пускових моментів навіть на швидкостях, близьких до нульових, можливість роботи в агресивних середови-