Розроблена Інтерактивна навчальна система допоможе викладачу мінімізувати витрату часу на виконання рутинних організаторських дій; полегшить проведення контролюючих і оцінювальних заходів; зніме з викладача навантаження по виробленню монотонних практичних навичок в учнів, тобто розширить можливості для втілення творчих задумів і вирішення нестандартних завдань.

Особливістю системи є її нелінійність, вона ставить перед учнем завдання і контролює їх виконання, але не "стоїть" над ним, а перебуває в режимі діалогу, що дозволяє максимально наблизити процес навчання з використання ІНС до очного, але при цьому зберегти усі переваги дистанційного. Система не є закритою, її інструментарій дозволяє інтегрувати в ній інші дисципліни технічних і гуманітарних напрямів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кибзун А.И. Применение интерактивных интернет-технологий при разработке систем дистанционного обучения / Кибзун А.И., Чумин Ю.В., Шаюков Р.И. // Системный анализ и управление: 9-й междунар. конф.: тезисы докл. – М.: МАИ, 2004.
2. Теория и практика дистанционного обучения: учебное пособие для вузов / [Е.С.Полат, С.А.Бешенков, М.Ю.Бухаркина и др.]. – М.: ИЦ "Академия", 2004. – 416с.
3. Арбузов Ю.В. Новий підхід до інженерного навчання: теорія та практика відкритого доступу до розподілених інформаційних і технічних ресурсів / Ю.В.Арбузов, В.Н. Леньшин, С.И.Маслов. – М.: Центр-пресс, 2000. – 238с.
4. Михальов О.І. Проектування автоматизованих інформаційних систем: навч. посібник. Ч. 1 / Михальов О.І., Крамаренко В.В. – Дніпродзержинськ, 2009. – 253с.

Надійшла до редколегії 18.06.2012.

УДК 371.315.5

ШУМЕЙКО О.О., д.т.н., професор

Дніпродзержинський державний технічний університет

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ „ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ" В УМОВАХ ІНФОРМАЦІЙНОГО СЕРЕДОВИЩА

Вступ. Курс „Обчислювальні методи" є одним з базових при підготовці широкого спектру фахівців, насамперед, спеціалістів з математичного моделювання та з IT-технологій. Обсяг матеріалу цієї дисципліни охоплює велику сферу математичних дисциплін, таких як лінійна алгебра, математичний аналіз, теорія диференційних рівнянь тощо, і націлений на формування фундаментальних знань про методи розв'язку математичних задач засобами обчислювальної техніки. Таким чином, метою курсу „Обчислювальні методи" є:

- розуміння ідей і методів обчислювального розв'язку відповідних задач;
- можливість отримання наближеного розв'язку за допомогою комп'ютерних технологій.

Освоєння курсу „Обчислювальні методи" сприяє формуванню високого рівня математичної культури та наукового світогляду, усвідомлення єдності матеріального світу.

Викладання дисципліни „Обчислювальні методи" неможливе без активного використання комп'ютерної техніки та відповідного програмного забезпечення. На нинішній час при вивченні цієї дисципліни досить часто використовуються спеціалізовані математичні програмні комплекси, такі як MathCad, Mathematica, Maple, що призвело до висновків, що подібні курси не потребують розробки методичних матеріалів і достатньо використовувати сучасні обчислювальні та інформаційні технології. Безумовно, це хибна ідеологія, ми готуємо не фахівців з натискання клавіш, а особистостей, які спроможні знайти розв'язок проблеми, яка потребує вирішення.

Постановка задачі. Впровадження нових інформаційних технологій в освітянську діяльність призводить до суттєвої перебудови всього навчального процесу і, внаслідок, отримуємо необхідність розробки відповідного методичного забезпечення. На сучасному етапі розвитку освіти, при наявності широкого впровадження комп'ютерної техніки, характерною особливістю є відставання методики викладання від рівня технічних та інформаційних можливостей. Це, насамперед, пояснюється механістичним переносом існуючих традиційних методичних прийомів в середовище сучасних інформаційних технологій. Безумовно, що даний підхід не дозволяє реалізувати ті переваги інформаційних технологій, які забезпечуються наявною комп'ютерною технікою, а це – наглядність, можливість робити з великими обсягами інформації, виконання громіздких обчислень, доступ до СУБД і таке інше. На нинішній час особливо важливо переглянути педагогічні традиції та методичні прийоми, маючи на увазі, що комп'ютер – не великий калькулятор, і вивчення дисципліни „Обчислювальні методи" ставить метою, перш за все, усвідомлення і використання зв'язку між різними дисциплінами, а не просто зводиться до вивчення функцій у відповідних інженерних програмних комплексах, чому і присвячена дана стаття.

Результати роботи. *Розробка розвиваючих рішень.* Одним із підходів, які дозволяють при вивченні дисципліни „Обчислювальні методи", навіть з застосуванням спеціалізованих математичних програмних комплексів MathCad, Mathematica, Maple, вийти за рамки простого використання вбудованих функцій, є розширення спектру навчального матеріалу. Безумовно, є класичні методи, що виправдали себе за весь час існування та використання обчислювальних методів, які не можна не розглянути під час вивчення дисципліни. Ясна річ, що відповідні програмні функції реалізовані в тих же програмних комплексах, але існують можливості для вивчення розвиваючих рішень, які відображають подальший розвиток, оптимізацію тих чи інших методів наближених обчислень. Даний підхід дозволяє поглянути на проблему розв'язку різноманітних обчислювальних задач як на живий процес, що динамічно розвивається, а не є скам'янілим кістяком, створеним у „докомп'ютерні" часи. Автор на протязі декількох років викладає дисципліну „Обчислювальні методи" у Дніпродзержинському державному технічному університеті та ОКВНЗ „Інститут підприємництва „Стратегія". За результатами своїх роздумів автором написано роботи [1, 2], що відображають погляди про деякі підходи і аспекти викладання цієї дисципліни. Темою даної статті не є переказ роботи [1], зупинимося лише на тих питаннях, які відповідають даному дослідженню.

Насамперед, зауважимо, що ключовим елементом наближених методів є, по перше, проблема збіжності, а по-друге, оцінка швидкості, з якою наближений розв'язок збігається до точного. Іншими словами, дослідження асимптотичної поведінки отриманого наближеного розв'язку. Цей факт відображений в тому, що розгляд обчислювальних методів починається з поняття асимптотики в термінах Ландау та Бахмана [3]. Неможливо осягнути асимптотичні методи, не розглянувши функцію Дірака, Стєклова, функції зрізок тощо. Докладний розгляд цієї теми дозволяє у подальшому спростити конструювання наближених розв'язків багатьох задач.

Метод найменших квадратів (МНК) є ключовим інструментом сучасних розрахунків. Використання МНК охоплює майже всі сфери діяльності людини, де використовуються ті чи інші розрахунки – статистика та інженерія, Web-mining та обробка сигналів і таке інше. Не розглянути МНК у курсі „Обчислювальні методи" просто неможливо, але недоцільно зупинятися лише на лінійних моделях. Пропонується розглянути питання лінеаризації з точки зору асимптотичних співвідношень [4], а також приділити увагу полігональним регресійним моделям. Дане розширення традиційної теми, присвяченої МНК, дозволяє студентам суттєво розширити свій світогляд стосовно моделювання регресійних моделей. Наведемо один приклад.

Нехай наближений метод описується функцією $x = \dfrac{1}{\alpha t + \beta}$.

Тоді для точки (t_i, x_i) похибка буде дорівнювати

$$\delta_i = x_i - \frac{1}{\alpha t_i + \beta}. \tag{1}$$

Пряме використання МНК приводить до мінімізації величини

$$S(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \frac{1}{\alpha t_i + \beta} \right)^2. \tag{2}$$

Якщо знайдемо похідні по α та β, і, як звичайно, прирівняємо їх до нуля, то отримаємо систему із двох нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = 2\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \frac{1}{\alpha t_i + \beta} \right) \frac{t_i}{(\alpha t_i + \beta)^2} = 0, \\ \dfrac{\partial S(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = 2\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \frac{1}{\alpha t_i + \beta} \right) \frac{1}{(\alpha t_i + \beta)^2} = 0, \end{cases}$$

точний розв'язок якої знайти неможливо.

Запропонуємо інший підхід, який засновано на асимптотичних співвідношеннях.

Розглянемо величину

$$\Delta_i = x_i (\alpha t_i + \beta) - 1, (i = 1,2,...,n) \tag{3}$$

та знайдемо зв'язок між величинами Δ_i та δ_i; із (1) маємо

$$\alpha t_i + \beta = \frac{1}{x_i - \delta_i}.$$

Використовуючи отримане співвідношення у (3), отримуємо

$$\Delta_i = \frac{x_i}{x_i - \delta_i} - 1 = \frac{\delta_i}{x_i - \delta_i}, (i = 1,2,...,n),$$

зважаючи на те, що для малих Δ_i

$$\delta_i = \frac{x_i \Delta_i}{\Delta_i + 1} \approx x_i \Delta_i,$$

зводимо задачу (2) до задачі пошуку коефіцієнтів α і β із умови мінімізації наступної функції:

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i \Delta_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (1 - \alpha t_i x_i - \beta x_i)^2 x_i^2.$$

Таким чином, ми прийшли до задачі наближення функції, яка тотожно дорівнює одиниці сумою функцій $\varphi_0(t) = tx(t), \varphi_1(t) = x(t)$ з ваговим коефіцієнтом $\rho_i = x_i$, розв'язок якої проводиться традиційними методами.

У разі використання такого завдання під час виконання лабораторних робіт студент не має можливості використовувати лише функції математичних програм, йому треба творчо підходити до можливостей, які надають сучасні інформаційні технології.

Сплайни давно увійшли у сучасні інженерні та статистичні розрахунки. Важливою складовою сплайнових методів є ламані (полігони). На ламаних побудовані ефективні методи наближеного пошуку розв'язку нелінійних рівнянь, диференціальних рівнянь, інтегралів, похідних, тощо, тому темі наближення функцій ламаними треба надати особливу увагу. Доцільно розглянути інтерполяційні ламані, гарантовані оцінки похибки. До цієї теми природно прилягають регресійні ламані, розглянуті у розділі МНК. В рамках дослідження властивостей полігонального наближення доцільно розглянути оптимізацію вузлів ламаною [5], що дозволяє, з однієї сторони, удосконалити, покращити якість отриманого наближеного методу, а з другої, змушує студента при вирішенні комп'ютерного завдання проявити творчий підхід, відходячи від рішень, запропонованих у Maple, Statistica та інше. Зазначимо, що при вивченні теми, присвяченої побудові квадратурних формул, також використовуються методи сплайн-апроксимації. Так, формула трапецій є результатом обчислення інтегралу від інтерполяційної ламаної відповідної функції. Таким чином, органічно виникає задача покращення якості квадратурної формули шляхом оптимізації її вузлів.

Обчислення похідних є важливою складовою для розв'язку широкого спектру задач, насамперед, диференціальних рівнянь. Традиційно використовуються різницеві схеми, причому робиться акцент та тому, щоб крок решітки був достатньо малим. У цьому випадку у студентів складається враження, що чим менший крок решітки, тим краще. При цьому зовсім не береться до уваги той факт, що вхідні дані **завжди** відображають реальну інформацію з деякою похибкою ε. Таким чином, якщо студент вирішить знайти розв'язок, не зважаючи уваги на похибку вхідних даних, він отримає результати, які не будуть відповідати реальному стану речей.

Розглянемо приклад. Нехай є функція $f(x)$ і нам відоме її значення $\widetilde{f}(x)$, отримане з похибкою ε. Знайдемо наближене значення похідної за допомогою центральної різницевої схеми

$$f_h'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x) + \frac{1}{3!} f'''(x) h^2 + \ldots \ .$$

Використовуючи ряд Тейлора, маємо

$$\left| f'(x) - f_h'(x) \right| \le \frac{1}{3!} \left| f'''(x) \right| h^2 + \frac{\varepsilon}{h} + O\left(h^3\right).$$

Нехтуючи величиною $O(h^3)$, отримуємо задачу мінімізації величини

$$\Phi(h) = \frac{1}{3!} \left| f'''(x) \right| h^2 + \frac{\varepsilon}{h}.$$

Для розв'язку цієї задачі знайдемо похідну від неї і прирівняємо до нуля

$$\frac{d}{dh}\Phi(h) = \frac{2}{3!} \left| f'''(x) \right| h - \frac{\varepsilon}{h^2} = \frac{\left| f'''(x) \right| h^3 - 3\varepsilon}{3h^2} = 0.$$

Вирішуючи дане рівняння, отримуємо, що оптимальний крок решітки

$$h = \sqrt[3]{\frac{3\varepsilon}{\max\limits_x \left| f'''(x) \right|}}.$$

В разі, коли отримана точність є недостатньою, доцільно використовувати формули підвищеної точності.

Безумовно, однією з головних сфер використання обчислювальних методів є наближений розв'язок диференціальних рівнянь. При розгляді цього розділу не можна обійти метод Ейлера, Рунге-Кутта, метод скінчених різниць. Але й тут можна розглянути модифікації, які удосконалюють існуючі схеми [6]. Доцільно при розгляді кожної наступної теми пов'язувати її з матеріалом, розглянутим раніше. Наприклад, вивчаючи наближені методи розв'язку крайової задачі звичайних диференціальних рівнянь, можна розглянути метод сплайн-коллокації [7]. Кожна тема повинна починатися і закінчуватися обговоренням відповідних задач: спочатку – пошук методів розв'язку даних задач, а потім – як покращити знайдений метод. Наприклад, при розв'язанні рівняння Пуассона на першому кроці необхідно розглянути хрестоподібну схему [8], а після її дослідження – вивести схему підвищеної точності.

Висновок. В умовах інформаційно-комунікаційного предметного середовища викладання дисципліни „Обчислювальні методи" не повинне зводитися лише до використання спеціалізованих математичних програмних засобів. Необхідно створювати такі умови вивчення дисципліни, які вимагають усвідомлення студентами теоретичних засад обчислювальної математики, сприяють творчому підходу роботи студентів над виконанням лабораторних та практичних завдань.

ЛІТЕРАТУРА

1. Шумейко О.О. Чисельні методи в інформатиці / О.О.Шумейко. – Дніпропетровськ: Вид. Біла, 2010. – 111с.
2. Шумейко О.О. Лабораторний практикум з курсу „Чисельні методи в інформатиці" / О.О.Шумейко. – Дніпропетровськ: Вид. Біла, 2010. – 23с.
3. Де Брейн Н.Г. Асимптотические методы в анализе / Н.Г. де Брейн. – М.: Изд. иностр. лит., 1961. – 247с.
4. Лигун А.А. Математическая обработка результатов эксперимента / А.А.Лигун, А.Д.Малышева. – Днепродзержинск: ДИИ, 1992. – 47с.
5. Лигун А.А. Асимптотические методы восстановления кривых / А.А.Лигун, А.А.Шумейко. – Киев: Изд. Института математики НАН Украины, 1997. – 358с.
6. Лигун А.А. Построение разностной схемы повышенной точности для обыкновенных дифференциальных уравнений / А.А.Лигун, А.А.Шумейко // Математичне моделювання. – 2009. – № 1 (20).
7. Дронов С.Г. О приближении сплайнами решения краевой задачи / С.Г.Дронов // Исследования по современным проблемам суммирования и приближения функций и их приложениям. – Днепропетровск: ДГУ. – 1987. – С.30-37.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А.Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656с.
9. Завьялов Ю.С. Методы сплайн-функций / Ю.С.Завьялов, В.И.Квасов, В.Л.Мирошниченко. – Москва: Наука, 1980. – 350с.
10. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н.Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.
11. Краскевич В.Е. Численные методы в инженерных исследованиях / В.Е.Краскевич, К.Х.Зеленский, В.И.Гречко. – Киев: Вища школа, 1986. – 262с.
12. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч.Лоусон, Р.Хенсон. – М.: Наука, 1986. – 230с.
13. Хемминг Р.В. Численные методы / Р.В.Хемминг. – М.: Наука, 1972. – 398с.

Надійшла до редколегії 22.06.2012.