

УДК 539.3

БАНЯС М.В., к-т физ.-мат.наук, м.н.с.  
ОКСЕНЧУК Н.Д., аспирант  
ДОЛЯ Е.В. \*, к-т физ.-мат.наук, доцент

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины  
\* Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ НАРАЩЕННОГО НА ТОРЦЕ СТАЛЬНОГО ЦИЛИНДРА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ФАЗОВОГО СОСТАВА НА НЕУПРУГИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА

Рассматривается термомеханическое нагружение наращенного слоями жидкого металла стального цилиндра с учетом зависимости свойств материала от микроструктуры. Исследуется влияние зависимости неупругих свойств материала от фазового состава на напряженно-деформированное состояние цилиндра.

The thermomechanical loading of end deposited steel cylinder with accounting of microstructure dependence of material properties is considered. The influence of phase composition dependence of inelastic properties on the stress-strain state of cylinder is studied.

**Введение.** Для изготовления и восстановления многих элементов конструкций и деталей машин используются технологии их наплавки с целью повышения сопротивления износу и усталости за счет формирования благоприятных остаточных напряженно-деформированного (НДС) и микроструктурного (МС) состояний в деталях.

Существенное влияние на остаточное состояние наплавленного цилиндра оказывают микроструктурные превращения. В данной работе исследуется влияние объемных изменений при микроструктурных превращениях, а так же зависимости неупругих свойств материала от фазового состава на НДС наращенного на торце цилиндра из стали 35ХМА при последующем комбинированном термомеханическом нагружении.

**Постановка задачи.** Постановка осесимметричной задачи в цилиндрической системе координат  $Orzj$  включает соотношения Коши

$$e_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad e_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad e_{j j} = u_r / r; \quad e_{rz} = 1/2(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z}), \quad (1)$$

уравнения квазистатического равновесия

$$\frac{\partial s_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(s_{rr} - s_{j j}) + \frac{\partial s_{rz}}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial s_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r}s_{rz} + \frac{\partial s_{zz}}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

и уравнение теплопроводности

$$c_v \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k r \frac{\partial q}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial q}{\partial z}) + Q, \quad (3)$$

где  $e_{ij}$ ,  $s_{ij}$  – тензоры деформации и напряжений,  $i, j = r, z, j$ ;  $q$  – температура;  $c_v$  – объемная теплоемкость;  $k$  – коэффициент теплопроводности;  $Q$  – плотность объемного источника.

Физически нелинейное поведение изотропного материала описывается унифицированной моделью течения Боднера–Партома [1], включающей:

– гипотезу адитивности тензора полной деформации

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p + e_{ij}^{qph}, \quad (4)$$

– закон Гука для изотропного материала

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - e_{ij}^p); \quad s_{kk} = 3K_v(e_{kk} - e_{kk}^{qph}), \quad (5)$$

– закон течения Прандтля-Рейсса с условием неупругой несжимаемости

$$\dot{e}_{ij}^p = D_0 \exp\left(\frac{m}{n}\right) \frac{1}{2} \frac{\dot{K} + \bar{K}_0}{K}^2 / 3J_2 \frac{m}{n} s_{ij} / \sqrt{J_2}; \quad e_{ij}^p(0) = 0; \quad e_{kk}^p = 0, \quad (6)$$

– уравнение эволюции для параметра изотропного упрочнения

$$\dot{K} = m_1(\bar{K}_1 - K)\dot{W}^p; \quad K(0) = 0, \quad (7)$$

где  $e_{ij}^e$ ,  $e_{ij}^p$ ,  $e_{ij}^{qph}$  – компоненты тензоров упругой, неупругой и термофазовой деформации;  $s_{ij}$ ,  $e_{ij}$  – компоненты девиаторов тензоров напряжений и деформации;  $G$  – модуль сдвига;  $K_v$  – объемный модуль;  $D_0$ ,  $n$ ,  $m_1$ ,  $\bar{K}_0$ ,  $\bar{K}_1$  – параметры модели;  $\dot{W}^p = s_{ij}\dot{e}_{ij}^p$  – мощность неупругой деформации;  $J_2 = 1/2 s_{ij}s_{ij}$  – второй инвариант девиатора тензора напряжений. Физическая интерпретация параметров модели Боднера–Партома дается в статье [2].

Начальное условие для температуры имеет вид

$$q = q_0 \text{ при } t = 0, \quad (8)$$

где  $q_0$  – начальная температура. Механические и тепловые граничные условия на поверхности цилиндра, которая не наращивается, имеют вид

$$s_{ij}n_j = 0, \quad -kq_{,i}n_i = -q + g(q - q_c) + cc_0(T^4 - T_c^4), \quad (9)$$

где  $n_j$  – компоненты вектора единичной нормали к граничной поверхности;  $q$  – заданный тепловой поток;  $g$  – коэффициент теплоотдачи;  $q_c$  – температура окружающей среды;  $c$  – коэффициент черноты;  $c_0$  – постоянная Больцмана,  $T = q + 273^\circ\text{C}$ . В схеме наращивания жидким металлом принимается, что в момент наращивания  $t^*$  в наращиваемом объеме выполняется условие

$$s_{rr} = s_{zz} = s_{jj} = s_{rz} = 0. \quad (10)$$

При нагреве стали выше температуры аустенизации  $A_{c1}$  исходная фаза стали начинает переходить в аустенит. Полная аустенизация происходит при температуре  $A_{c3}$ . При последующем охлаждении аустенита ниже температуры  $A_{c1}$  расчет концентраций фаз производится на основе термокинетических диаграмм распада переохлажденного аустенита [3] с использованием соотношения Коистинена–Марбургера [4].

Изменение объема материала при фазовом превращении определяется термофазовой деформацией  $e_{ij}^{qph}$ . Эта величина определяется через удельные объемы микроструктурных фаз  $V^x$  и концентрации фаз  $C^x$  по формуле [5]

$$e_{ij}^{qph} = \frac{V^x(q)C^x(q) - V^x(q_r)C^x(q_r)}{3V^x(q_r)C^x(q_r)} d_{ij}, \quad (11)$$

где  $q_r$  – отсчетная температура. Здесь и далее ведется суммирование по повторяющемуся индексу  $x$ , причем  $x$  – фаза микроструктуры:  $x = a$  – аустенит,  $x = f$  – феррит,  $x = p$  – перлит,  $x = b$  – бейнит,  $x = m$  – мартенсит. Расчет изменения удельных объемов фаз  $V^x$  производится по формулам приведенным в работе [5].

В данной работе считается, что учет микроструктурных превращений на неупругие свойства материала осуществляется через влияние фазового состава на предел текучести  $s_{02}$  и временное сопротивление  $s_{\hat{a}}$ . Упругие и тепловые характеристики принимаются независимыми от микроструктуры материала. Предполагается, что для различных фаз диаграммы нагружения являются подобными по температуре и скорости деформации.

В модели Боднера–Партома за предел текучести  $s_{02}$  и временное сопротивление  $s_{\hat{a}}$  отвечают параметры  $\bar{K}_0$  и  $\bar{K}_1$ , для нахождения которых используются линейные правила смесей

$$\bar{K}_0 = K_0^x C^x; \quad \bar{K}_1 = K_1^x C^x, \quad (12)$$

где  $K_0^x$  и  $K_1^x$  параметры модели фазы  $x$ .

Для нахождения неупругих свойств отдельных фаз стали 35ХМА использовались экспериментальные данные о зависимости свойств и фазового состава материала от скорости охлаждения [6]. Определение параметров модели течения для каждой фазы производилось на основе экспериментальных данных [6, 7] по методике, описанной в работе [2]. Для решения задачи (1)–(12) используется конечно-элементная методика, описанная в работе [8].

**Расчетная схема.** Расчетная схема торцевого наращивания стального цилиндра показана на рис. 1. Рассматривался цилиндр из стали 35ХМА радиуса  $R$  и начальной длины  $L_0$ . Вначале торец цилиндра нагревался поверхностным источником до температуры  $1700^\circ\text{C}$ , после чего наращивался слоем толщины  $h$  из стали 35ХМА с температурой  $1700^\circ\text{C}$ . После наращивания цилиндр охлаждался до температуры окружающей среды и подвергался комбинированному термомеханическому нагружению на торце

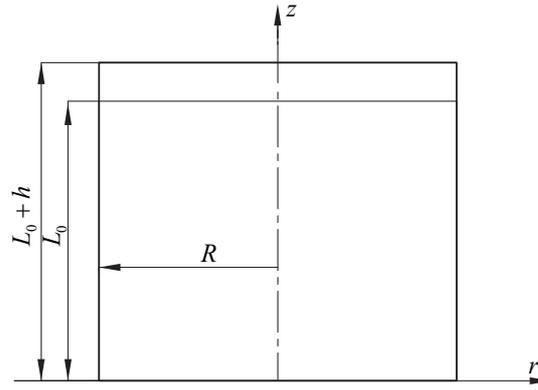


Рис. 1 – Схема торцевого наращивания цилиндра

Для комбинированного термомеханического нагружения наращенного цилиндра использовались следующие граничные условия на торце

$$-k \frac{\partial q}{\partial z} = q(t) \exp\left(\frac{r}{r_0}\right) \left(\frac{3r}{r_0}\right)^2 \quad 0 < r < r_1; \quad s_{zz} = \begin{cases} s(t) - (r/r_1)^2 & 0 < r < r_1 \\ 0, & r_1 < r < R \end{cases} \quad (13)$$

$$s_{rz} = 0, \quad 0 < r < R, \quad (14)$$

здесь  $r_0$  и  $r_1$  – характерные радиусы нагружения;

$$q(t) = \begin{cases} q_0, & nt < t < nt + t^* \\ 0, & nt + t^* < t < (n+1)t \end{cases}; \quad s(t) = \begin{cases} p_0 \sin pt/t^*, & nt < t < nt + t^* \\ 0, & nt + t^* < t < (n+1)t \end{cases}, \quad (15)$$

где  $t^*$  – время действия нагрузки;  $t$  – период нагрузки;  $p_0$  – интенсивность нагрузки.

Граничные условия при термомеханическом нагружении на остальных поверхностях имеют вид

$$k \frac{\partial q}{\partial z} = g(q - q_c), \quad u_z = 0, \quad s_{rz} = 0, \quad z = 0, \quad 0 < r < R; \quad (16)$$

$$-k \frac{\partial q}{\partial r} = g(q - q_c), \quad s_{rr} = s_{rz} = 0, \quad r = R, \quad 0 < z < L_0 + h. \quad (17)$$

Задача решалась двумя способами: в первом учет микроструктурных превращений осуществлялся только за счет изменения объема фаз, во втором также учитывалась зависимость неупругих свойств материала от фазового состава. В качестве исходной фазы цилиндра и материала, по которому определены свойства для расчета без учета влияния фазового состава на неупругие свойства, принималась фаза бейнита. При решении задачи принимались такие значения параметров  $R = 0,0223 \dot{\epsilon}$ ;  $h = 0,005 \dot{\epsilon}$ ;  $p_0 = 2500 \dot{\epsilon} \dot{\epsilon}$ ,  $g = 40 \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}^2 \text{ЧН}$ ;  $q_0 = q_c = 20^\circ\text{C}$ ;  $e = 0,7$ ;  $L_0 = 0,03 \dot{\epsilon}$ ;  $r_0 = r_1 = 7,5 \text{Ч} 10^{-3} \dot{\epsilon}$ ;  $t^* = t = 19 \text{с}$ ;  $q_0 = 0,6933 \text{Ч} 10^{14} \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}^2$ .

**Результаты.** При решении задачи исследовалось остаточное НДС и МС состояния наращенного цилиндра, а также НДС наращенного цилиндра при последующем комбинированном термомеханическом нагружении.

На рис. 2 показаны изолинии распределения фаз остаточного МС цилиндра после наращивания. В наращиваемом слое формируется однородная мартенсит-бейнитная структура. Аналогичная структура формируется и в зоне термического влияния исходного цилиндра, имеющей толщину:  $3 \dot{\epsilon}$ .

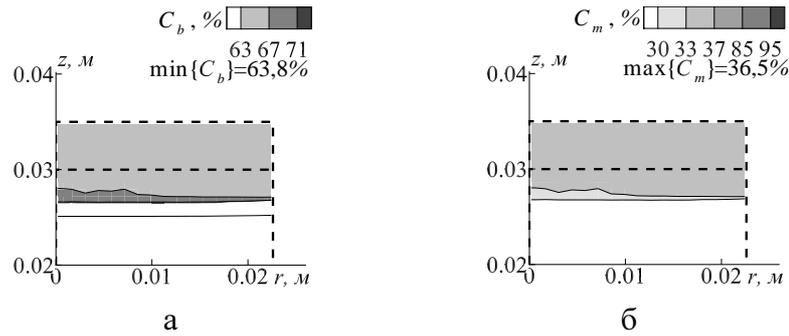


Рис. 2 – Остаточное микроструктурное состояние после наращивания

Распределения остаточных интенсивности касательных напряжений  $s_i = \sqrt{1/2 s_{ij} s_{ij}}$ , среднего напряжения  $s_0 = 1/3 s_{kk}$  и интенсивности неупругой деформации  $e_i^p = \sqrt{1/2 e_{ij}^p e_{ij}^p}$  вдоль оси цилиндра  $Oz$  с использованием модели, учитывающей только объемные эффекты при микроструктурных превращениях, и модели, учитывающей влияние фазового состава на неупругие свойства материала показана на рис. 3 а и рис. 3 б соответственно. В результате неучета более высокого временного сопротивления и предела текучести использование упрощенной модели приводит к заниженным максимальным значениям интенсивности  $s_i$  более чем в два раза, среднего напряжения  $s_0$  более чем на 50% и интенсивности неупругой деформации более чем на 20%.

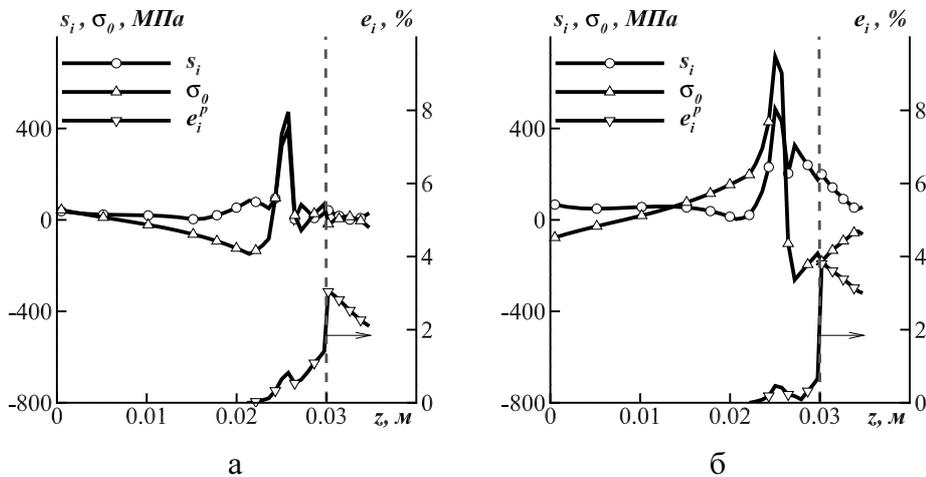


Рис. 3 – Остаточное напряженно-деформированное состояние после наращивания

Анализ полученных результатов по термомеханическому нагружению проводился путем сопоставления инвариантных характеристик НДС вдоль оси цилиндра  $Oz$  для упрощенной модели (рис. 4 а, б) и модели, учитывающей влияние микроструктурного состава на неупругие характеристики (рис. 4 в, г).

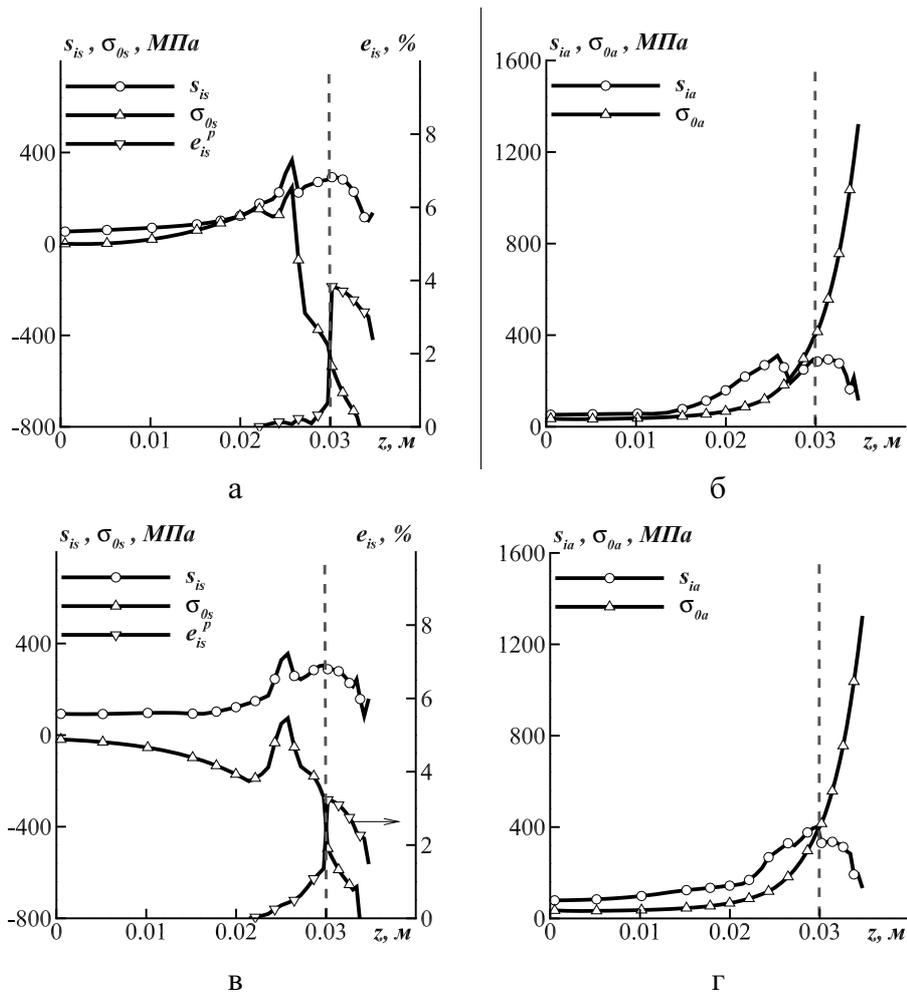


Рис. 4 – НДС наращенного цилиндра при термомеханическом нагружении

На рис. 4 при исследовании НДС при термомеханическом нагружении используются амплитудные (индекс *a*) и средние (индекс *m*) составляющие характеристик для условно установившегося цикла. При заданных параметрах нагружения изменения неупругого состояния цилиндра не возникает, т.е. состояние, вызванное накладываемой нагрузкой, является термоупругим. Упрощенная модель приводит к заниженным значениям амплитудной и средней составляющей интенсивности касательных напряжений  $s_{ia}$  и  $s_{is}$  на 32% и 10% соответственно, а также заниженному среднему значению  $s_{0s}$  на 24%. При этом учет зависимости фазового состава на неупругие свойства не влияет на амплитудное значение среднего напряжения  $s_{0a}$ .

В целом отметим, что погрешность упрощенной модели определяется фазовым составом материала, для которого она конкретизирована, а также уровнем различия неупругих свойств перлит-ферритной и мартенситной фаз. Чем ближе базовый состав к перлит-бейнитной фазе, тем ниже возможности модели в оценке максимальных напряжений, которые определяются механическими характеристиками мартенситной фазы. Таким образом, оценку по максимальным напряжениям можно получить, используя в качестве базовой модель, конкретизированную для мартенситной фазы.

**Выводы.** В данной работе развита методика расчета НДС наращенного цилиндра при последующем термомеханическом нагружении с учетом влияния фазового состава, как на объемные, так и на неупругие свойства материала. С

использованием развитой методики рассмотрена задача о торцевом наращивании стального цилиндра и его последующем нагружении с учетом зависимости фазового состава на свойства материала и без него.

Установлено существенное влияние учета микроструктуры на остаточное напряженно-деформированное состояние цилиндра. Уточнения по интенсивности касательных напряжений, среднему напряжению, интенсивности неупругих деформаций, а также по их амплитудных и средних составляющих составляют от 20% до 50%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bodner S.R. Unified plasticity – an engineering approach (Final Report) / Bodner S.R. – Faculty of Mechanical Engineering, Technion – Israel Institute of Technology, Haifa, Israel, – 2000. – 105p.
2. Сенченков И.К. Определение параметров модели Боднера-Партома термо-вязкопластического деформирования материалов / И.К. Сенченков, Г.А. Табиева // Прикл. механика. – 1996. – 32, № 2. – С.64-72.
3. Попов А.А. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. Справочник термиста / Попов А. А., Попова Л.Е. – М.: Машгиз, 1961. – 430с.
4. Koistinen D.P. A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and carbon steels / Koistinen D.P., Marburger R.E. // Acta Metall. – 1959. – Vol. 7. – P.59-60.
5. Юрьев С.Ф. Удельные объемы фаз в мартенситном превращении аустенита / Юрьев С.Ф. – Москва: Металлургиздат., 1950. – 48с.
6. Шоршоров М.Х. Фазовые превращения и изменения свойств стали при сварке. Атлас / Шоршоров М.Х., Белов В.В. – Москва: Наука. – 1972. – 220с.
7. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / [ Н.И. Безухов, В.Л. Бажанов, И.И. Гольденблат и др. ] – М.: Машиностроение, 1965. – 568с.
8. Senchenkov I.K. Examination of the thermomechanical state of cylindrical components deposed with layers of austenitic and martensitic steels / I.K. Senchenkov, O.P. Chervinko, E. Turyk, I.A. Ryabtsev // Welding International. – 2008. – 22, №7. – P. 457-464.

УДК 539.374

ШЕВЧЕНКО Ю. Н., академик НАНУ,  
ТОРМАХОВ Н. Н., канд. техн. наук

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины

#### **ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО НАГРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ**

Предложены определяющие уравнения для описания процессов пропорционального нагружения в условиях переменных повышенных температур, учитывающие влияние вида напряженного состояния. Выполнена проверка предложенных уравнений.

The constitutive equations to describing the proportional loading under nonconstant elevated temperature, with taking into account the stress kind state