

использованием развитой методики рассмотрена задача о торцевом наращивании стального цилиндра и его последующем нагружении с учетом зависимости фазового состава на свойства материала и без него.

Установлено существенное влияние учета микроструктуры на остаточное напряженно-деформированное состояние цилиндра. Уточнения по интенсивности касательных напряжений, среднему напряжению, интенсивности неупругих деформаций, а также по их амплитудных и средних составляющих составляют от 20% до 50%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bodner S.R. Unified plasticity – an engineering approach (Final Report) / Bodner S.R. – Faculty of Mechanical Engineering, Technion – Israel Institute of Technology, Haifa, Israel, – 2000. – 105p.
2. Сенченков И.К. Определение параметров модели Боднера-Партома термо-вязкопластического деформирования материалов / И.К. Сенченков, Г.А. Табиева // Прикл. механика. – 1996. – 32, № 2. – С.64-72.
3. Попов А.А. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. Справочник термиста / Попов А. А., Попова Л.Е. – М.: Машгиз, 1961. – 430с.
4. Koistinen D.P. A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and carbon steels / Koistinen D.P., Marburger R.E. // Acta Metall. – 1959. – Vol. 7. – P.59-60.
5. Юрьев С.Ф. Удельные объемы фаз в мартенситном превращении аустенита / Юрьев С.Ф. – Москва: Металлургиздат., 1950. – 48с.
6. Шоршоров М.Х. Фазовые превращения и изменения свойств стали при сварке. Атлас / Шоршоров М.Х., Белов В.В. – Москва: Наука. – 1972. – 220с.
7. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / [ Н.И. Безухов, В.Л. Бажанов, И.И. Гольденблат и др. ] – М.: Машиностроение, 1965. – 568с.
8. Senchenkov I.K. Examination of the thermomechanical state of cylindrical components deposed with layers of austenitic and martensitic steels / I.K. Senchenkov, O.P. Chervinko, E. Turyk, I.A. Ryabtsev // Welding International. – 2008. – 22, №7. – P. 457-464.

УДК 539.374

ШЕВЧЕНКО Ю. Н., академик НАНУ,  
ТОРМАХОВ Н. Н., канд. техн. наук

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины

#### **ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО НАГРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ**

Предложены определяющие уравнения для описания процессов пропорционального нагружения в условиях переменных повышенных температур, учитывающие влияние вида напряженного состояния. Выполнена проверка предложенных уравнений.

The constitutive equations to describing the proportional loading under nonconstant elevated temperature, with taking into account the stress kind state

is proposed. The test of the proposed equation in different from the base loading process is made.

**Введение.** При описании термопластических процессов пропорционального нагружения наибольшее применение нашла деформационная теория Генки - Надаи. Согласно этой теории направляющие тензора напряжений и деформаций должны совпадать между собой, что предполагает соосность главных направлений тензоров напряжений и деформаций а также соосность направлений касательных напряжений и деформаций сдвига в девиаторной плоскости. Кроме того, в теории Генки - Надаи предполагается независимость скалярных свойств материала от вида напряженного состояния, который характеризуется углом вида напряженного состояния. Основные положения деформационной теории были экспериментально подтверждены в опытах с изотропными однородными материалами при малых деформациях [1 и др.]. Однако, опыты на пропорциональное нагружение, проведенные за пределами малых деформаций продемонстрировали несовпадение направляющих тензоров напряжений и деформаций и зависимость скалярных свойств материала от вида напряженного состояния [2 и др.]. В настоящей работе предложены уравнения термопластичности деформационного типа, описывающие процессы пропорционального нагружения в мерах условных напряжений и относительных деформаций с учетом влияния третьего инварианта девиатора напряжений.

**Постановка и решение задачи.** Представим тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $\varepsilon_{ij}$  в виде суммы соответствующих компонентов девиаторов  $s_{ij}$ ,  $e_{ij}$  и шаровых компонентов  $\sigma_0 = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3$ ,  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ij}\delta_{ij}/3$ :

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_0\delta_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} = e_{ij} + \varepsilon_0\delta_{ij} \quad (1)$$

Вид напряженного состояния определяется с помощью угла вида напряженного состояния  $\omega_\sigma$  [3], который равен углу наклона касательного напряжения в октаэдрической плоскости к отрицательному направлению проекции на эту плоскость главной оси, вдоль которой действует минимальное нормальное напряжение [3].

Угол  $\omega_\sigma$  определяется по формуле:

$$\omega_\sigma = \frac{1}{3} \arccos \left[ -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{I_3(D_\sigma)}{S^3} \right], \quad (2)$$

где  $S = \left(\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}\right)^{0.5}$  – интенсивность касательных напряжений,  $I_3(D_\sigma) = |s_{ij}|$  – третий инвариант девиатора напряжений  $D_\sigma$ . Угол  $\omega_\sigma$  изменяется в пределах от 0 для одноосного сжатия до  $\pi/3$  при одноосном растяжении.

Согласно теории Генки-Надаи направляющие тензора напряжений и деформаций совпадают между собой:  $\frac{e_{ij}}{\Gamma} = \frac{s_{ij}}{S}$ , где  $\Gamma = \left(\frac{1}{2}e_{ij}e_{ij}\right)^{0.5}$  - интенсивность деформаций сдвига.

Из условия равенства направляющих тензоров напряжений и деформаций найдем связь между компонентами девиаторов напряжений и деформаций

$$e_{ij} = \frac{s_{ij}}{S} \Gamma. \quad (3)$$

Предположим, что интенсивность деформаций сдвига  $\Gamma$  в (3) является функцией  $F_2$  от  $S$ ,  $\omega_\sigma$ ,  $T$ .

Для формулирования определяющих уравнений кроме зависимости между девиаторами напряжений и деформаций необходимо определить связь между шаровыми компонентами тензоров напряжений и деформаций. При развитых неізотермических деформациях связь между шаровыми компонентами тензоров условных напряжений и относительных деформаций является нелинейной, потому что первый инвариант тензора деформации выражает относительное изменение объема только при малых деформациях. Представим шаровой тензор деформаций  $\varepsilon_0$  в виде суммы температурной  $\varepsilon_T$  и склерономной  $\varepsilon_0^{(p)}$  составляющих:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_T + \varepsilon_0^{(p)}, \quad (4)$$

Деформация  $\varepsilon_T$  не связана с приложением к элементу тела внешних нагрузок, а определяется температурой тела и вычисляется по формуле:  $\varepsilon_T = \alpha_T(T - T_0)$ , где  $\alpha_T$  - коэффициент теплового расширения,  $T, T_0$  - текущая температура и температура элемента тела в ненапряженном и недеформированном состоянии.

Предположим, что составляющая  $\varepsilon_0^{(p)}$  в (4) является функцией  $F_1$ , которая зависит от  $\sigma_0$ ,  $\omega_\sigma$ ,  $T$ .

Как показано в [3], при пропорциональном нагружении все компоненты тензора напряжения в элементе тела изменяются пропорционально одному и тому же параметру и вид напряженного состояния в этом элементе тела не меняется в течение всего процесса. Функции  $F_1(\sigma_0, T, \omega_\sigma)$  и  $F_2(S, T, \omega_\sigma)$  определим в экспериментах с трубчатыми образцами при нагружении их осевой силой и внутренним давлением при разных фиксированных температурах и видах напряженного состояния. В этих экспериментах в рабочей части трубчатых образцов возникает квазиоднородное по виду напряжения состояние и для конкретной величины  $\omega_\sigma$  можно определить функции  $F_1(\sigma_0, T, \omega_\sigma)$  и  $F_2(S, T, \omega_\sigma)$ .

Таким образом, используя уравнения (1)-(4) со скалярными функциями  $F_1$ ,  $F_2$  можно описать процесс термоупругопластического пропорционального нагружения.

Для проверки достоверности уравнения (1), (3) был проведен эксперимент на нагружение трубчатого образца из стали X18H10T внутренним давлением, для которого параметр вида напряженного состояния  $\omega_\sigma = \pi/6$ . Методика проведения экспериментов и обработки экспериментальных данных описана в [3]. По полученным в результате эксперимента компонентам тензоров напряжений и деформаций вычисляли компоненты девиатора напряжений  $s_{ij}$ , интенсивности напряжений  $S$ , деформаций  $\Gamma$  и вычисляли по (1), (3) компоненты тензора деформаций  $\varepsilon_{ij}$ .

На рис. 1 показана зависимость компонентов окружной  $\varepsilon_\varphi$  и осевой  $\varepsilon_z$  деформации в зависимости от интенсивности касательных напряжений  $S$ . Сплошными линиями показаны результаты расчетов по формулам (1), (3), а точками – данные экспериментов по этой программе нагружения. Расхождение экспериментальных и расчетных точек не превышает по абсолютной величине 0,2 %.

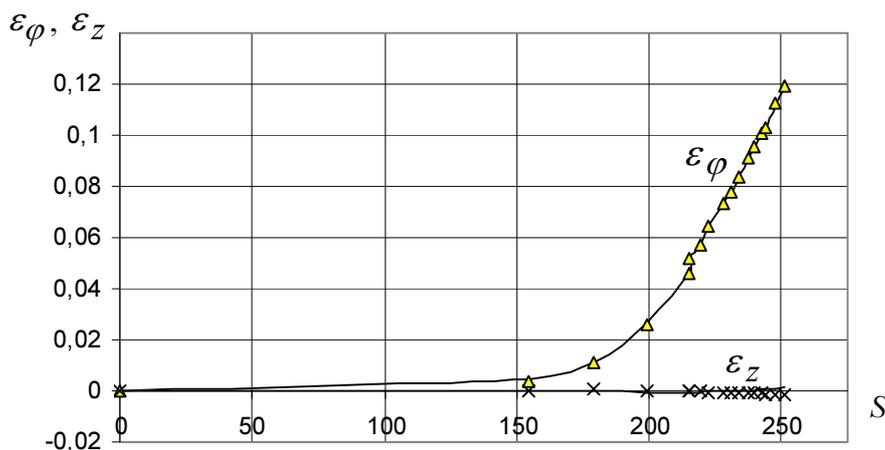


Рис. 1.

При простом нагружении какой-либо конструкции параметр вида напряженного состояния для фиксированного элемента тела остается постоянным, но он меняет свое значение при переходе от одного элемента конструкции к другому. Поэтому для проведения расчетов напряженно-деформированного состояния конструкций необходимо иметь значения функций  $F_1(\sigma_0, T, \omega_\sigma)$  и  $F_2(S, T, \omega_\sigma)$  для всех видов напряженного состояния. Искомые величины этих функций будем находить путем интерполяции базовых значений этих функций. В данной работе в качестве базовых экспериментов использованы эксперименты на одноосное растяжение, внутреннее давление и растяжение в двух направлениях с соотношением осевых и окружных напряжений 1:1. В этих экспериментах параметр вида напряженного состояния принимает значения равные  $\pi/3$ ,  $\pi/6$  и 0.

Для проверки предложенных уравнений состояния нагружения был проведен процесс пропорционального нагружения при температуре 500 °С, в котором величина  $\omega_\sigma$  была отлична от базовых и равна  $\pi/12$ . Сначала производился нагрев образца в течении 55 минут до температуры испытаний, а затем в течении 5 мин было проведено его нагружение по заданной программе.

Этот процесс был рассчитан по предложенным определяющим соотношениям для процессов пропорционального нагружения. По заданным компонентам напряжений вычисляли интенсивность касательных напряжений  $S$  и шаровой тензор напряжений  $\sigma_0$  и путем интерполяции функций  $F_1(\varepsilon_0, T, \omega_\sigma)$ ,  $F_2(\Gamma, T, \omega_\sigma)$  по  $S$ ,  $\sigma_0$  и виду напряженного состояния определяли интенсивность деформаций сдвига и первый инвариант тензора деформаций. Деформации  $\varepsilon_{zz}$  и  $\varepsilon_{\varphi\varphi}$  вычисляли согласно (1)-(4). Эти компоненты деформации приведены на рис. 2 сплошными линиями в виде зависимости от величины интенсивности касательных напряжений  $S$ .

На этом же рисунке треугольниками и крестиками представлены, соответственно, экспериментальные значения  $\varepsilon_{zz}$  и  $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ . Из рис. 2 видно, что компоненты деформации, вычисленные по вышеприведенным уравнениям, хорошо согласуются с экспериментальными данными. Расхождение по величинам осевых деформации не превышает величину 9 %, а окружных – 12 % в конце процесса нагружения, когда интенсивность деформаций сдвига составила величину 14,5 %.

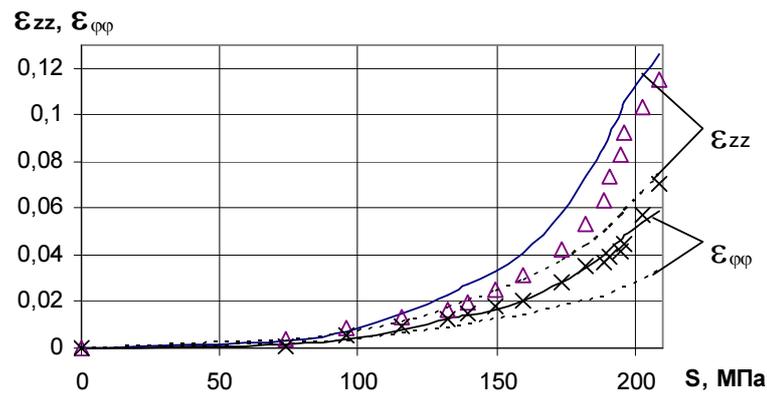


Рис. 2

Кроме того, этот процесс нагружения был просчитан по уравнениям деформационной теории без учета влияния вида напряженного состояния на зависимость  $S(\Gamma)$  при линейной зависимости  $\sigma_0 \sim (\epsilon_0 - \epsilon_T)$ . Результаты этого расчета деформаций  $\epsilon_{zz}$  и  $\epsilon_{\phi\phi}$  показаны на рис. 2 штриховой линией. Расхождения между результатами расчета и экспериментальными данными для этого расчета составили 35 % для осевых и 53 % – для окружных деформаций в конце процесса нагружения.

**Вывод.** Проверка приведенных определяющих уравнений, учитывающих вид напряженного состояния, позволяет сделать заключение о возможности описания с помощью этих уравнений процессов пропорционального нагружения. Проведенные исследования также показали, что расчеты процессов пропорционального упругопластического деформирования, проведенные без учета влияния вида напряженного состояния, хуже согласуются с результатами экспериментов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ленский В.С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упругопластических деформаций // Вопросы теории пластичности. – М: Изд. АН СССР, 1961. – 58. – 82.
2. Е.Девис Рост напряжений с изменением деформаций и зависимость «напряжение – деформации» в пластической области для меди при сложном напряженном состоянии // Теория пластичности. Под ред. Ю.Н.Работнова. М.: Гос. изд. иностр. лит-ры. – 1948. - С. 336 - 363.
3. Шевченко Ю.Н., Тормахов Н.Н. Определяющие уравнения термопластичности с учетом третьего инварианта девиатора напряжений // Прикладная механика. - 2010. – 46. – N 6. – С. 3 – 16.