

О СООБНОСТИ НАПРАВЛЯЮЩИХ ТЕНЗОРОВ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОЦЕССАХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Описаны результаты экспериментов на пропорциональное нагружение трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением для нескольких видов напряженного состояния при комнатной и повышенных температурах. Показано, что в случае пропорционального нагружения углы напряженного и деформированного состояния ω_σ , ω_ε мало отличаются между собой и для описания таких процессов нагружения можно использовать уравнения деформационной теории.

Experiments were performed on the proportional loading of tubular samples of axial force and internal pressure for several types of stress at room and elevated temperatures. It is shown that in the case of proportional loading angles of stress and strain states differ little among themselves and to describe these processes of loading, you can use the equations of deformation theory.

Введение. При описании упругопластических процессов пропорционального нагружения наибольшее применение нашли определяющие уравнения деформационной теории Генки – Надаи. В деформационной теории предполагается совпадение главных осей тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} , а также совпадение направлений октаэдрических касательных напряжений и октаэдрических деформаций сдвига. Между компонентами девиаторов напряжений $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}$ и деформаций $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \delta_{ij}$, а также шаровыми компонентами тензоров напряжений $\sigma_0 = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ и деформаций $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ij} \delta_{ij} / 3$ в деформационной теории существуют линейные зависимости

$$s_{ij} = \frac{e_{ij}}{\Gamma} S; \quad \sigma_0 = \frac{\varepsilon_0}{K}, \quad (1)$$

где, $S = \sqrt{0.5 s_{ij} s_{ij}}$; $\Gamma = \sqrt{0.5 e_{ij} e_{ij}}$; - интенсивности касательных напряжений и деформаций сдвига, $K = E / (1 - 2\nu)$ - модуль объемного расширения материала.

Ориентация октаэдрических касательных напряжений и октаэдрических деформаций сдвига характеризуется углами ω_σ и ω_ε наклона этих векторов к отрицательным направлениям проекций на эту плоскость главных осей, вдоль которых действует соответственно минимальное нормальное напряжение и минимальная нормальная деформация [1]:

$$\omega_\sigma = \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{I_3(D_\sigma)}{S^3} \right]; \quad \omega_\varepsilon = \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{I_3(D_\varepsilon)}{\Gamma^3} \right], \quad (2)$$

где $I_3(D_\sigma) = |s_{ij}|$; $I_3(D_\varepsilon) = |e_{ij}|$ – третьи инварианты девиаторов напряжений D_σ и деформаций D_ε . Углы ω_σ , ω_ε принимают значения в пределах от 0 для одноосного сжатия до $\pi/3$ при одноосном растяжении.

Для случая, когда направления октаэдрических касательных напряжений и октаэдрических деформаций сдвига не совпадают, В.В.Новожиловым были предложены тензорно-нелинейные определяющие уравнения [2], связь между компонентами девиаторов напряжений и деформаций в которых имеет вид

$$s_{ij} = \frac{S}{\Gamma} \left[\frac{\sin(2\omega_\varepsilon + \omega_\sigma)}{\sin 3\omega_\varepsilon} e_{ij} + \frac{\sqrt{3}}{\Gamma} \frac{\sin(\omega_\sigma - \omega_\varepsilon)}{\sin \omega_\varepsilon} (e_{ij} e_{kj} - \frac{2}{3} \Gamma^2 \delta_{ij}) \right] (k=1,2,3) \quad (3)$$

Если направления октаэдрических касательных напряжений и октаэдрических деформаций сдвига совпадают ($\omega_\sigma = \omega_\varepsilon$), то уравнения (3) переходят в уравнения деформационной теории (1).

Постановка и решение задачи. Покажем, что в случае пропорционального нагружения углы напряженного и деформированного состояния ω_σ , ω_ε мало отличаются между собой и для описания таких процессов нагружения можно использовать уравнения деформационной теории (1).

Для этого воспользуемся опытами на пропорциональное нагружение, проведенными на трубчатых образцах, изготовленных из стали X18H10T [3]. Трубчатые образцы нагружали растягивающей силой P и внутренним давлением p . Образцы имели следующие номинальные размеры: наружный диаметр рабочей части $D = 30$ мм; толщина стенки $h = 1,1$ мм; длина рабочей части образцов 115 мм. После изготовления образцы термообработывали по режиму: нагрев до температуры 1070 °С, выдержка при этой температуре в течение двух часов и охлаждение на воздухе.

Испытания производили на модернизированной испытательной машине ЦДМУ-30т, описание которой приведено в работе [4]. Погрешность измерения осевого усилия и внутреннего давления в образце не превысило величин 0,45 кН и 0,65 МПа. Измерение деформаций трубчатых образцов проводилось тензOMETром [5], который позволял измерять базовую длину и наружный диаметр образца. Погрешность измерения диаметра и базовой длины образца в процессе испытаний, согласно паспортным данным измерительных приборов, не превысила величины 0,05 мм при перемещениях порядка 1 мм и 0,1 мм – при перемещениях порядка 8 мм.

В экспериментах по нагружению трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением возникают осевые σ_{zz} , радиальные σ_{rr} , окружные $\sigma_{\varphi\varphi}$ напряжения; относительные осевые ε_{zz} , радиальные ε_{rr} и окружные $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ деформации.

Осевые и окружные напряжения в образце при нагружении его осевой силой и внутренним давлением вычисляются по формулам:

$$\sigma_{zz} = P / (\pi D_c h) + p D_c / (4h); \quad \sigma_{\varphi\varphi} = p D_c / (2h), \quad (4)$$

где, D_c , – средний диаметр образца. Напряжение σ_{rr} равно нулю на внешней поверхности образца и давлению ($-p$) на его внутренней поверхности. Это напряжение значительно меньше напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}$ и σ_{zz} , поэтому этими напряжениями по сравнению с напряжениями $\sigma_{\varphi\varphi}$ и σ_{zz} пренебрегали.

Относительные деформации трубчатого образца ε_{zz} и $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ в цилиндрической системе координат определялись по формулам

$$\varepsilon_{zz} = \Delta l / l, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \Delta D / D_c, \quad (5)$$

где l – база измерения продольных перемещений, которая в пять раз меньше рабочей части образца и равна 20 мм, а Δl – приращение этой базы; ΔD – приращение среднего диаметра образца в процессе его деформирования.

Деформацию ε_{rr} определяли из условия равенства нулю неупругого изменения объема (пластической несжимаемости) материала.

Для этого полные деформации представляли в виде суммы упругой $\varepsilon_{rr}^{(e)}$ и пластической $\varepsilon_{rr}^{(p)}$ составляющих:

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{rr}^{(e)} + \varepsilon_{rr}^{(p)}. \quad (8)$$

Упругие составляющие $\varepsilon_{ij}^{(e)}$ определяли по формуле

$$\varepsilon_{rr}^{(e)} = -\frac{3\nu\sigma_o\delta_{ij}}{E}, \quad (9)$$

а для величины $\varepsilon_{rr}^{(p)}$ вычисляли по формуле

$$\varepsilon_{rr}^{(p)} = 1 / [(1 + \varepsilon_{zz}^{(p)})(1 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(p)})] - 1. \quad (10)$$

Полную радиальную деформацию ε_{rr} вычисляли по формуле (8), используя вычисленную величину упругих радиальных деформаций $\varepsilon_{rr}^{(e)}$.

В таблице 1, на основании экспериментов на пропорциональное нагружение при комнатной температуре и температуре 500°C для пяти видов напряженного состояния, приведены усредненные по трем экспериментам результаты расчета углов ω_ε для заданных ω_σ . Относительные деформации в этих экспериментах достигали величины 30 %.

Результаты, приведенные в таблице, показаны на рис. 1 ($T = 20^\circ\text{C}$) и рис. 2 ($T = 500^\circ\text{C}$) точками. Сплошная линия отвечает соотношению $\omega_\varepsilon = \omega_\sigma$. Как видно из рисунков 1 и 2 отклонение экспериментальных данных от прямой $\omega_\varepsilon = \omega_\sigma$ не превышает 10%. При комнатной и повышенной температурах углы вида деформированного состояния ω_ε для фиксированных величин угла вида напряженного состояния ω_σ отличаются не более чем на 0,009 рад., а для одноосного растяжения совпадают.

Таблица 1 – Углы вида напряженного и деформированного состояния

ω_σ , рад.	ω_ε , рад, T = 20°C	ω_ε , рад, T = 500 °C
0	0,043	0,039
0,524	0,543	0,534
0,524	0,559	0,552
0,67	0,742	-
1,047	1,047	1,047

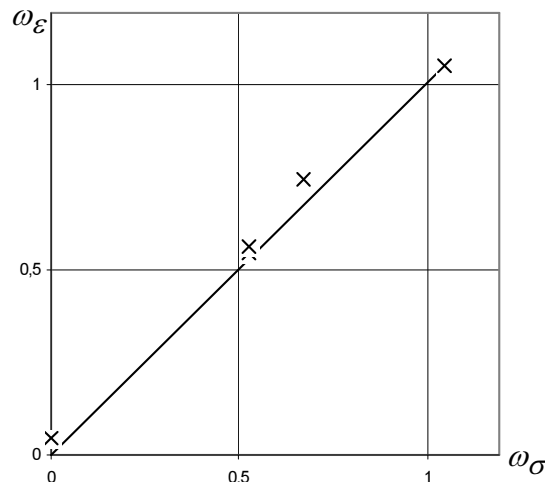


Рис. 1 – Зависимость между углами вида напряженного и деформированного состояния. $T=20^\circ\text{C}$

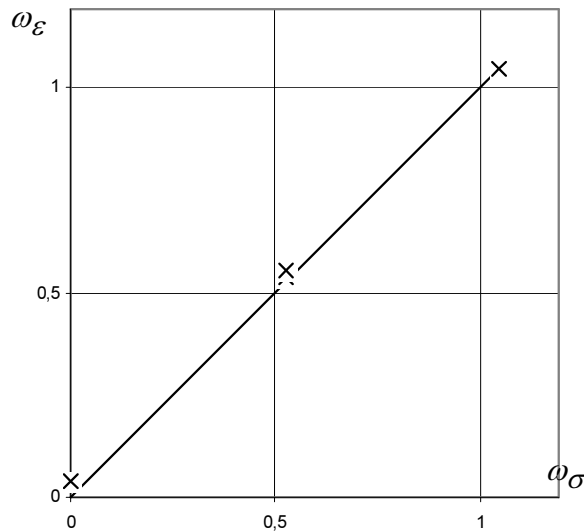


Рис. 2 – Зависимость между углами вида напряженного и деформированного состояния. $T = 500^\circ\text{C}$

Вывод. Были проведены эксперименты на пропорциональное нагружение трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением для нескольких видов напряженного состояния при комнатной и повышенных температурах. При одноосном растяжении углы вида напряженного и деформированного состояния совпали точно, а при других видах напряженного состояния расхождение этих углов не превысило 10 %. Указанное расхождение позволяет принять допущение о равенстве направляющих девиаторов условных напряжений и относительных деформаций для процессов пропорционального нагружения при величине относительных деформаций не превышающих 32 %. Из сравнения экспериментальных данные при комнатной температуре и температуре 500°C можно сделать вывод, что температура материала не оказывает существенного влияния на векторные свойства материала. Небольшое расхождение углов вида напряженного и деформированного состояния при комнатной и повышенной температурах и относительных деформациях до 32 %, позволяет

использовать определяющие уравнения деформационного типа с линейной зависимостью между девиаторами напряжений и деформаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шевченко Ю.Н., Тормахов Н.Н. Определяющие уравнения термопластичности с учетом третьего инварианта // Прикл. механика, 46, № 6, 2010. С. 3-16.
2. Новожилов В.В. О связи между напряжениями и деформациями в нелинейно упругой среде // ПММ. – 1951. - 15, №.2. - С.183-194.
3. Тормахов Н.Н. О связи между напряжениями и конечными пластическими деформациями при простом нагружении в пространстве истинных напряжений // Ред. Ж. “Прикл. мех.”, Киев, 1985, Рук. деп. в ВИНТИ 12.11.85 № 7899-В. 13 С.
4. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г. Физические уравнения термовязкопластичности. К.: Наук. думка. – 1982. – 240 с.
5. Тормахов Н.Н. Тензомер для высокотемпературных испытаний // Заводская лаборатория. – 1994. - №9, с. 58-59.

УДК 517.5

ДЕРЕЦ Е. В., канд. физ.-мат. наук, доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ НА НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Получена оптимальная интервальная квадратурная формула для класса дифференцируемых периодических функций с заданной выпуклой вверх мажорантой модуля непрерывности третьей производной. При этом рассматриваются квадратурные формулы с непересекающимися узловыми интервалами, использующие усреднение функции и её производной.

The optimal interval quadrature formula in the class of functions with convex majorant of the modulus of continuity of third derivative is obtained. The interval quadrature formula is imputate disjoint intervals and averaging of function and it's derivative.

Введение. Одним из традиционных объектов исследования в теории приближений являются методы приближения интегралов. Общая постановка экстремальной задачи теории квадратур и первые основополагающие результаты принадлежат С.М. Никольскому и А.Н. Колмогорову. Большое количество работ посвящено решению для различных классов функций задач оптимизации формул приближенного интегрирования, использующих значения функции в n точках (узлах) (см., например, [4, 7, 9, 10] и библиографию к ним). Вместе с тем в ряде работ рассматривались задачи оптимизации так называемых интервальных квадратурных