

Донбаська державна машинобудівна академія  
\*Дніпродзержинський державний технічний університет

## СИНТЕЗ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА УМОВИ ПОВНОЇ КОМПЕНСАЦІЇ ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ НА БАЗІ ДИСКРЕТНОГО ЧАСОВОГО ЕКВАЛАЙЗЕРА

**Вступ.** Методи синтезу, засновані на базі дискретного часового еквалайзера, передбачають одержання бажаної перехідної функції у автоматизованих електромеханічних системах без використання традиційних підходів до синтезу регуляторів (методів, що базуються на бажаних характеристичних поліномах або частотних характеристиках) [1]. При цьому послідовно з об'єктом керування вмикається ланка, яка повністю або частково компенсує сам об'єкт, тобто виконується розв'язання зворотної задачі динаміки [2].

**Постановка задачі.** Використовуючи матеріали досліджень [1], поставимо задачу розробки методу синтезу замкненої системи автоматичного керування на базі дискретного часового еквалайзера за умови повної компенсації об'єкта керування. Звісно, поставлена задача є дещо ідеалізованою, проте вона добре ілюструє принцип симетрії структурних схем та може бути застосована у якості основи для синтезу часового еквалайзера при реальній (неповній) компенсації об'єкта керування, зокрема при використанні модифікованого принципу симетрії [3].

**Результати роботи.** Системи, що містять у своєму складі дискретний еквалайзер, будуть цифро-аналоговими, оскільки об'єкт керування є аналоговим. Крім того, для сполучення дискретного еквалайзера та аналогового об'єкта слід застосовувати екстраполятор нульового порядку, який виконуватиме цифро-аналогове перетворення та відновлення дискретизованого сигналу в аналоговій формі.

Загалом, така цифро-аналогова система буде містити у собі наступні елементи (рис.1): програму завдання вхідного сигналу  $x_{вх}(t)$  та коефіцієнтів налаштування еквалайзера; дискретний часовий еквалайзер; два елементи квантування з періодом  $T$ ; цифро-аналоговий перетворювач (екстраполятор нульового порядку); обернену еталонну модель об'єкта керування; об'єкт керування, що отримує сигнал керування  $u(t)$  та на який діє декілька збурень  $f_1(t), f_2(t), \dots, f_q(t)$ ; датчик зворотного зв'язку за вихідною координатою, який виконує вимірювання координати  $y(t)$  та перетворює її на сигнал зворотного зв'язку  $x_{зв.з}(t)$ , що подається на вхід суматора, де віднімається від сигналу  $x_{вх}(t)$ .

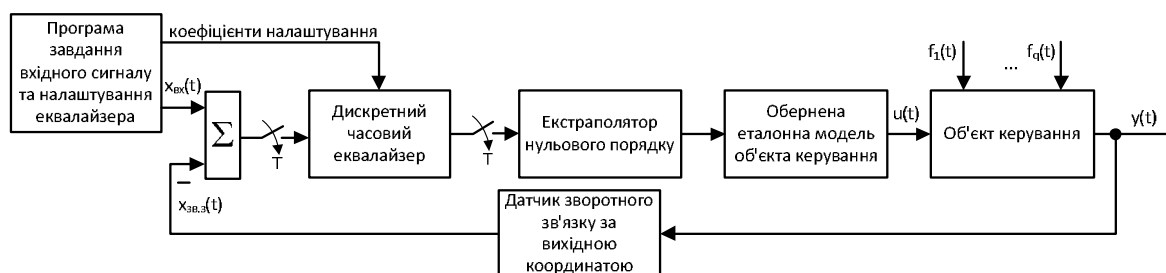


Рисунок 1 – Функціональна схема замкненої електромеханічної системи з дискретним часовим еквалайзером

Для спрощення розв'язання зворотної задачі динаміки відносно об'єкта керування слід представити його у одній з канонічних форм. Якнайкраще для цього підходить перша канонічна форма (канонічна форма керованості Фробеніуса) [4]. Передатну функцію об'єкта керування  $W_{об}(p)$  слід привести до наступного уніфікованого вигляду:

$$W_{об}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{\beta_m p^m + \beta_{m-1} p^{m-1} + \dots + \beta_1 p + \beta_0}{p^n + \alpha_{n-1} p^{n-1} + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0},$$

де  $m, n$  – порядок чисельника та знаменника передатної функції об'єкта керування відповідно;

$\beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_1, \beta_0$  – коефіцієнти чисельника передатної функції об'єкта керування;

$\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \dots, \alpha_1, \alpha_0$  – коефіцієнти знаменника передатної функції об'єкта керування;

$p$  – оператор Лапласа.

Структурна схема, що відповідає представленню об'єкта керування в канонічній формі керованості Фробеніуса, наведена на рис.2.

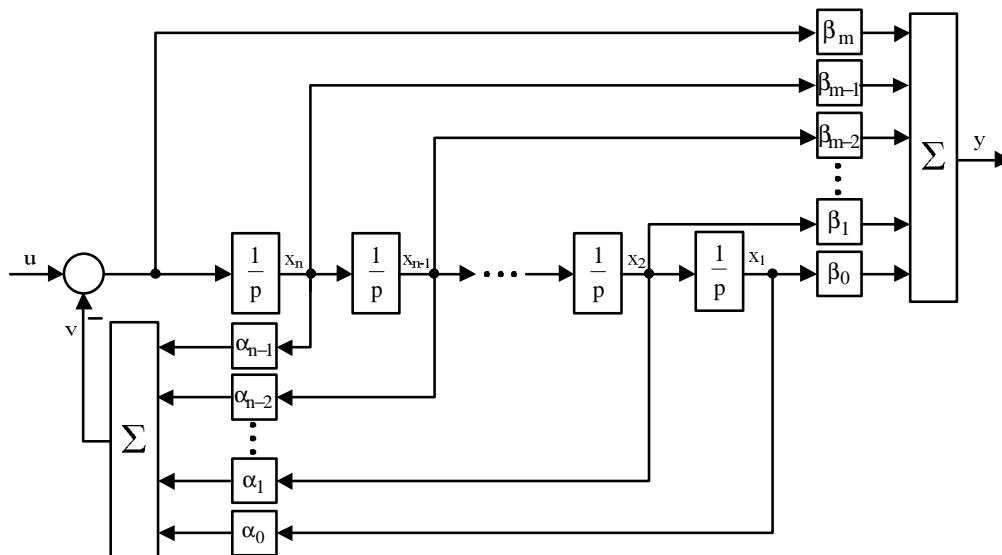


Рисунок 2 – Структурна схема об'єкта керування в канонічній формі керованості Фробеніуса

Сформулюємо правила, за якими можна виконувати обернення структурних схем у першій канонічній формі керованості. У структурній схемі, зображеній на рис.2, виконуються наступні модифікації:

- інтегратори замінюються на диференціюючі ланки;
- у прямому каналі передачі інформації напрям передачі сигналу змінюється на протилежний;
- напрям передачі інформації у зворотних зв'язках залишається без зміни, а знак зворотного зв'язку змінюється на протилежний;
- напрям передачі інформації у паралельних гілках залишається без зміни, при цьому сигнали  $\beta_1 x_2, \beta_2 x_1, \dots, \beta_{m-2} x_{n-1}, \beta_{m-1} x_n, \beta_m(u - v)$  від'єднуються від прямої гілки та складаються за допомогою окремого суматора, утворюючи від'ємний зворотний зв'язок у оберненій структурній схемі;

– коефіцієнт, що відноситься до прямого каналу передачі інформації ( $\beta_0$ ), замінюється оберненим значенням, а коефіцієнти зворотних зв'язків ( $\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \dots, \alpha_1, \alpha_0$ ) залишаються незмінними;

– коефіцієнти, що відносяться до паралельних каналів передачі інформації ( $\beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_1$ ), залишаються без зміни.

Після виконання зазначених перетворень структурна схема оберненої еталонної моделі об'єкта керування буде мати такий загальний вигляд, як на рис.3.

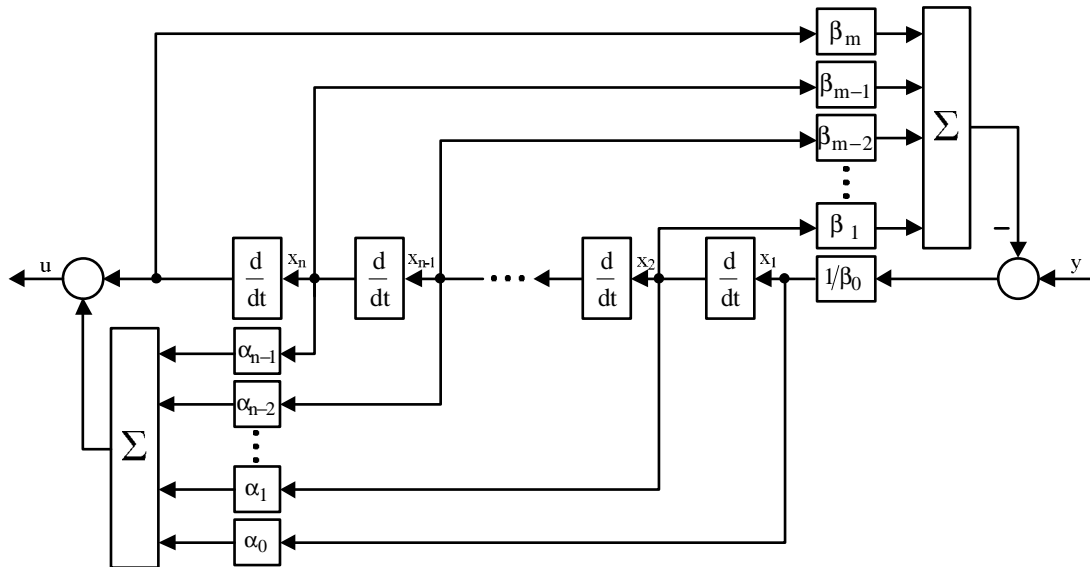


Рисунок 3 – Структурна схема оберненої еталонної моделі об'єкта керування

Наприклад, після перетворень об'єкт керування був приведений до наступної передатної функції:

$$W_{об}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{15p + 500}{p^3 + 5p^2 + 35p + 100}$$

Наведений об'єкт має третій порядок ( $n = 3, m = 1$ ), йому відповідає наступний набір коефіцієнтів:  $\alpha_2 = 5, \alpha_1 = 35, \alpha_0 = 100, \beta_1 = 15, \beta_0 = 500$ . Об'єкт та його обернену еталонну модель у структурних блоках MATLAB Simulink наведено на рис.4.

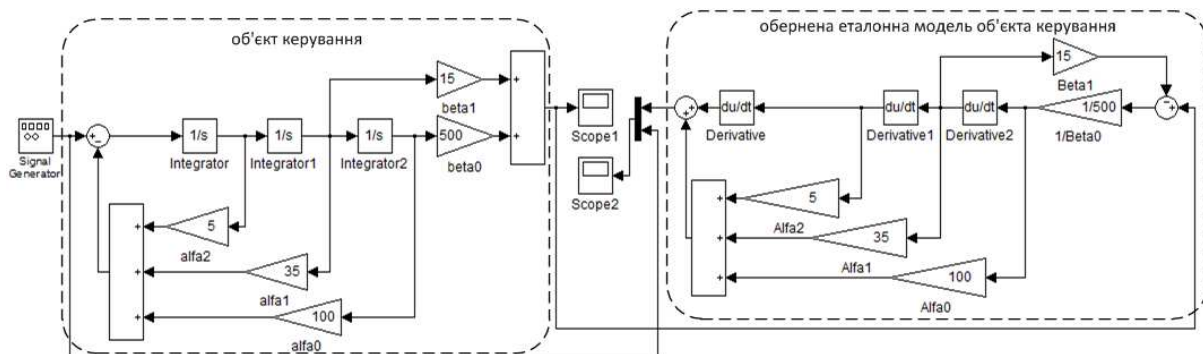


Рисунок 4 – Об'єкт керування та його обернена еталонна модель у структурних блоках MATLAB Simulink

Для перевірки вірності зазначеного вище способу обернення структурних схем на вхід моделі, наведеної на рис.4, подається синусоїдальний сигнал з частотою 50 Гц

та амплітудою 1 В (з блоку Signal Generator). Результат співставлення вхідного сигналу об'єкта та обробленого за допомогою оберненої еталонної моделі вихідного сигналу, знятий з блоку Scope 2, показано на рис.5.

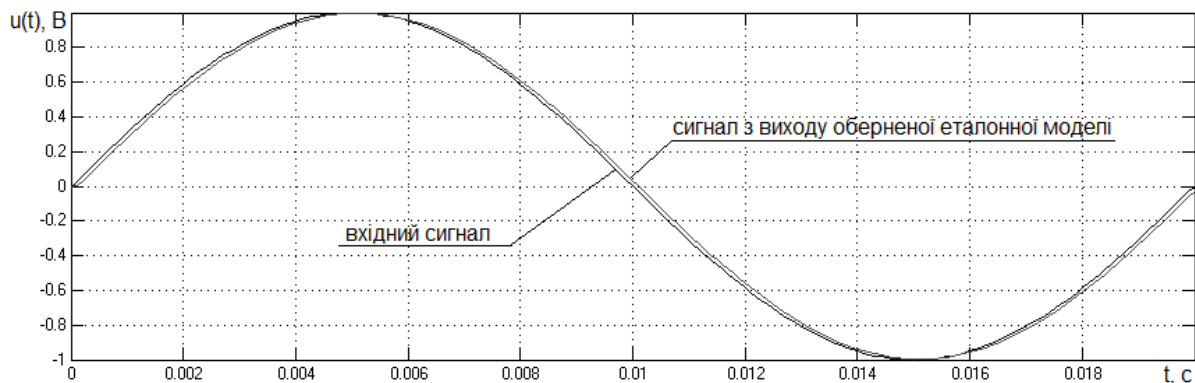


Рисунок 5 – Порівняння вхідного сигналу та сигналу з виходу оберненої еталонної моделі об'єкта керування

Слід зазначити, що похибка, з якою обернена еталонна модель відтворює сигнал, суттєво залежить від обраного чисельного методу та максимального адаптивного кроку, з яким виконується розв'язання задачі. У наведеному прикладі використовується чисельний метод Дорманда-Принца з максимальним адаптивним кроком  $\Delta_{\max} = 10^{-4}$ .

Об'єкт та його обернена еталонна модель можуть у сукупності бути описані приведеною до дискретного вигляду передатною функцією  $W_{\text{прив}}(z)$ . Між дискретним часовим еквалайзером та  $W_{\text{прив}}(z)$  „встановлюється” екстраполятор нульового порядку з передатною функцією

$$W_{\text{екс}}(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} = \frac{z - 1}{zp},$$

де  $p$  – оператор Лапласа;

$z$  – оператор дискретного перетворення;

$T$  – період квантування.

Після введення компенсації в замкнену систему можна вважати, що приведена передатна функція  $W_{\text{прив}}(z)$  дорівнює одиниці:

$$W_{\text{прив}}(z) = \frac{z - 1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{1}{p} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{z}{z - 1} = 1.$$

Структурна схема автоматизованої електромеханічної системи за умови повної компенсації об'єкта керування оберненою еталонною моделлю наведена на рис.6.

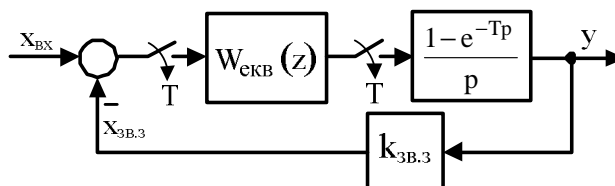


Рисунок 6 – Структурна схема автоматизованої електромеханічної системи за умови повної компенсації об'єкта керування

Тоді передатна функція замкненої системи у дискретній формі  $W_3(z)$  за рис.6 становитиме

$$W_3(z) = \frac{W_{\text{екв}}(z)W_{\text{прив}}(z)}{1 + W_{\text{екв}}(z)W_{\text{прив}}(z)k_{\text{зв.з}}} = \frac{W_{\text{екв}}(z)}{1 + W_{\text{екв}}(z)k_{\text{зв.з}}}$$

Дискретний часовий еквайзер повинен виконувати налаштування системи на дискретну перехідну функцію кінцевої тривалості, котра теоретично можлива за умови зведення характеристичного рівняння до вигляду  $z^n$ . Тоді бажана передатна функція приведеної до дискретного вигляду цифро-аналогової системи буде наступною (порядок чисельника може бути меншим за порядок знаменника або йому дорівнювати):

$$W_6(z) = \frac{a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k},$$

де  $k$  – порядок характеристичного рівняння (повинен співпадати або бути більшим за порядок характеристичного рівняння об'єкта керування  $k \geq n$ );

$a_k, a_{k-1}, a_{k-2}, \dots, a_1, a_0$  – коефіцієнти, що характеризують збільшення рівнів перехідної функції на кожному такті квантування.

Перехідна функція, що буде теоретично забезпечуватись у системі з передатною функцією  $W_6(z)$ , наведена на рис.7.

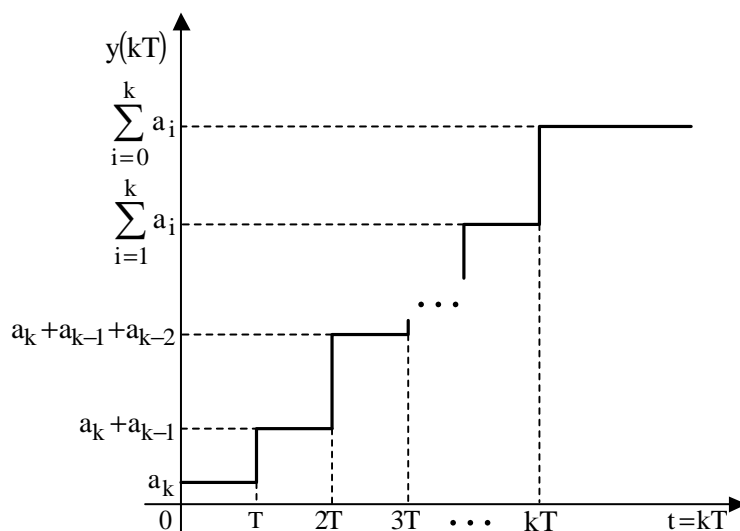


Рисунок 7 – Перехідна функція у автоматизованій електромеханічній системі з дискретним часовим еквайзером

Кількість рівнів перехідної функції визначається порядком характеристичного рівняння бажаної передатної функції  $k$ . Значення перехідної функції на рівнях будуть наступними:

$a_k, a_k + a_{k-1}, a_k + a_{k-1} + a_{k-2}, \dots, \sum_{i=1}^k a_i, \sum_{i=0}^k a_i$ . Таким чином, кожен рівень такої функції являє собою суму коефіцієнтів  $a_i$ , починаючи з коефіцієнта  $a_k$  при найбільшій степені бажаного полінома чисельника і закінчуючи коефіцієнтом  $a_0$ .

Усталене значення (найвищий рівень) являє собою суму всіх коефіцієнтів чисельника

$$\sum_{i=0}^{m-1} a_i.$$

Приврівнюючи передатну функцію замкненої системи  $W_3(z)$  з бажаною передатною функцією  $W_6(z)$ , одержимо математичний вираз для дискретного часового еквалайзера:

$$\begin{aligned} \frac{W_{\text{екв}}(z)}{1 + W_{\text{екв}}(z)k_{\text{зв.з}}} &= \frac{a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k}, \\ z^k W_{\text{екв}}(z) - W_{\text{екв}}(z)k_{\text{зв.з}} (a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0) &= \\ &= a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0, \\ W_{\text{екв}}(z) &= \frac{a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k - k_{\text{зв.з}} (a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0)} = \\ &= \frac{a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{(1 - k_{\text{зв.з}} a_k) z^k - k_{\text{зв.з}} a_{k-1} z^{k-1} - k_{\text{зв.з}} a_{k-2} z^{k-2} - \dots - k_{\text{зв.з}} a_1 z - k_{\text{зв.з}} a_0}. \end{aligned}$$

**Висновки.** Аналізуючи одержаний вираз для передатної функції дискретного часового еквалайзера, можна зазначити, що її чисельник повністю повторює чисельник бажаної передатної функції  $W_6(z)$  автоматизованої електромеханічної системи за умови повної компенсації об'єкта керування. Знаменник передатної функції  $W_{\text{екв}}(z)$  являє собою поліном степені  $k$ , а коефіцієнт при  $z^k$  визначається як  $(1 - k_{\text{зв.з}} a_k)$ , де  $k_{\text{зв.з}}$  – коефіцієнт зворотного зв'язку (рис.6).

Частіше за все порядок чисельника бажаної передатної функції обирається меншим від порядку знаменника. Тоді відповідні коефіцієнти у виразі для  $W_{\text{екв}}(z)$  будуть дорівнювати нулю. Наприклад, коли порядок чисельника бажаної передатної функції є меншим на одиницю від порядку знаменника

$$W_6(z) = \frac{a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k},$$

то коефіцієнт  $a_k = 0$  і дискретний часовий еквалайзер може бути описаний наступною передатною функцією:

$$W_{\text{екв}}(z) = \frac{a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k - k_{\text{зв.з}} a_{k-1} z^{k-1} - k_{\text{зв.з}} a_{k-2} z^{k-2} - \dots - k_{\text{зв.з}} a_1 z - k_{\text{зв.з}} a_0}.$$

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Садовой О.В. Аналітичний синтез регуляторів за квантованою формою бажаної перехідної функції / О.В.Садовой, О.І.Шеремет // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2010. – Випуск 1(14). – С.258-264.
2. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций: учеб. пособие для вузов / Крутько П.Д. – М.: Машиностроение, 2004. – 576с.

3. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина; под ред. А.В.Садового. – К.: ИСИМО, 1996. – 298с.
4. Толочко О.І. Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерігачами стану. навч. посібник для студентів вищих навчальних закладів / Толочко О.І. – Донецьк: Норд-Прес, 2004. – 298с.

Надійшла до редколегії 11.02.2013.

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент  
САДОВОЙ А.В., д.т.н., професор

Днепродзержинский государственный технический университет

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА МЕТОДОМ N-і ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЁННОМ МАКСИМУМЕ УПРУГОГО МОМЕНТА

**Введение.** Оптимальный по быстродействию процесс разгона электропривода с упругой кинематической цепью способна сформировать релейная система подчинённого регулирования скорости, синтезированная методом N-і переключений [1, 2]. Настройки такой системы определяются уровнями ограничения промежуточных координат объекта управления и зависят, в частности, от максимально допустимого для данной электромеханической системы (ЭМС) упругого момента. Однако наибольшее значение упругого момента в ряде динамических режимов может не достигать предельного уровня, задаваемого из соображений прочности элементов кинематической цепи и допустимого теплового режима электрической машины. Это влечёт за собой необходимость модификации настроек релейной системы подчинённого регулирования с учётом формы оптимальной по быстродействию траектории, реализуемой при наперёд не заданном максимальном значении упругого момента.

**Постановка задачи.** Система дифференциальных уравнений невозмущённого движения двухмассовой электромеханической системы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} p\Omega &= \frac{M_y}{J} = \frac{C_{ж}(k_p\Phi_{дв} - \Phi_{ив})}{J} \\ pM_y &= C_{ж}(k_p\omega_{дв} - \Omega); \\ p\omega_{дв} &= \frac{M_{дв} - k_p M_y}{J_{дв}} \\ pM_{дв} &= c \cdot \frac{u - R \cdot M_{дв}/c - c \cdot \omega_{дв}}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $\Phi_{ив}$ ,  $\Phi_{дв}$ ,  $\Omega$ ,  $\omega_{дв}$ ,  $M_y$ ,  $M_{дв}$  – соответственно угловые положения и скорости исполнительного вала и вала двигателя, упругий момент и момент двигателя;  $k_p\Phi_{дв} - \Phi_{ив} = \Delta\Phi$  – угол закручивания упругого элемента;  $u$  – напряжение преобразователя;  $k_p, R, L, J, J_{дв}, C_{ж}, c = k\Phi$  – параметры электромеханической системы,  $p = d/dt$ .