

3. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина; под ред. А.В.Садового. – К.: ИСИМО, 1996. – 298с.
4. Толочко О.І. Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерігачами стану. навч. посібник для студентів вищих навчальних закладів / Толочко О.І. – Донецьк: Норд-Прес, 2004. – 298с.

Надійшла до редколегії 11.02.2013.

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент
САДОВОЙ А.В., д.т.н., професор

Днепродзержинский государственный технический университет

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА МЕТОДОМ N-і ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЁННОМ МАКСИМУМЕ УПРУГОГО МОМЕНТА

Введение. Оптимальный по быстродействию процесс разгона электропривода с упругой кинематической цепью способна сформировать релейная система подчинённого регулирования скорости, синтезированная методом N-і переключений [1, 2]. Настройки такой системы определяются уровнями ограничения промежуточных координат объекта управления и зависят, в частности, от максимально допустимого для данной электромеханической системы (ЭМС) упругого момента. Однако наибольшее значение упругого момента в ряде динамических режимов может не достигать предельного уровня, задаваемого из соображений прочности элементов кинематической цепи и допустимого теплового режима электрической машины. Это влечёт за собой необходимость модификации настроек релейной системы подчинённого регулирования с учётом формы оптимальной по быстродействию траектории, реализуемой при наперёд не заданном максимальном значении упругого момента.

Постановка задачи. Система дифференциальных уравнений невозмущённого движения двухмассовой электромеханической системы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} p\Omega &= \frac{M_y}{J} = \frac{C_{ж}(k_p\Phi_{дв} - \Phi_{ив})}{J} \\ pM_y &= C_{ж}(k_p\omega_{дв} - \Omega); \\ p\omega_{дв} &= \frac{M_{дв} - k_p M_y}{J_{дв}} \\ pM_{дв} &= c \cdot \frac{u - R \cdot M_{дв}/c - c \cdot \omega_{дв}}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\Phi_{ив}$, $\Phi_{дв}$, Ω , $\omega_{дв}$, M_y , $M_{дв}$ – соответственно угловые положения и скорости исполнительного вала и вала двигателя, упругий момент и момент двигателя; $k_p\Phi_{дв} - \Phi_{ив} = \Delta\Phi$ – угол закручивания упругого элемента; u – напряжение преобразователя; $k_p, R, L, J, J_{дв}, C_{ж}, c = k\Phi$ – параметры электромеханической системы, $p = d/dt$.

Канонические координаты невозмущенного движения системы стабилизации скорости исполнительного вала выражаются через координаты системы (1) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} p\Omega &= \varphi = \frac{M_y}{J} \\ p^2\Omega &= \omega = \frac{C_{жк}}{J}(\omega_{дв}k_p - \Omega); \\ p^3\Omega &= \varepsilon = k_{п}(M_{дв} - k_o M_y) \\ p^4\Omega &= a = k_{п} \left[\frac{c}{L}u - \frac{R}{L}M_{дв} - \left(\frac{c^2}{L} + C_{жк}k_pk_o \right) \omega_{дв} + C_{жк}k_o\Omega \right] \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $k_{п} = \frac{C_{жк}k_p}{J_{дв}J}$, $k_o = \frac{Jk_p^2 + J_{дв}}{Jk_p}$ – коэффициенты прямого канала и обратной связи по упругому моменту соответственно.

Величины первой и второй производных скорости исполнительного вала Ω линейно связаны с углом и скоростью закручивания упругого элемента соответственно. Аналогичным образом третья и четвертая производные регулируемой координаты связаны с величинами угловых ускорения и рывка исполнительного вала в системе координат, привязанной к валу двигателя. Это позволяет использовать для канонических координат буквенные обозначения:

$$\left(\Omega, p\Omega, p^2\Omega, p^3\Omega, p^4\Omega \right) = \left(\Omega, \varphi, \omega, \varepsilon, a \right). \quad (3)$$

В таких обозначениях математическое описание каскада регуляторов релейной системы подчинённого регулирования имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} &= \varphi^* = \\ &= -\varphi_{max} \cdot \text{sign}(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R2} &= \omega^* = -\omega_{max} \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} &= \varepsilon^* = -\varepsilon_{max} \cdot \text{sign}(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R4} &= a^* = -U_{max} \cdot \text{sign}(\varepsilon - \varepsilon^*) \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где u_{Ri} – сигнал i -го (считая от входа) регулятора; символом «*» отмечены заданные значения координат, как входное, так и формируемые регуляторами; индексами «max» отмечены уровни ограничений канонических координат.

Параметрический синтез внутренних контуров данной системы подчинённого регулирования и аналитическое исследование их устойчивости выполнены в работах [2, 3] в системе обозначений (3), что обеспечивает преемственность результатов синтеза коэффициентов $K_{\varphi\omega}$, $K_{\varphi\varepsilon}$, $K_{\omega\varepsilon}$ при оптимизации по быстродействию систем более высоких порядков.

В результате параметрического синтеза внешнего регулятора каскада (4) методом $N-i$ переключений [1] были установлены однозначные аналитические зависимости

коэффициентов обратных связей контура регулирования скорости от уровней ограничений канонических координат системы:

$$K_{\Omega\varphi} = \frac{\varphi_{\max}}{2\omega_{\max}} + \frac{\omega_{\max}}{2\varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{2a_{\max}};$$

$$K_{\Omega\omega} = \frac{\varphi_{\max}}{4\varepsilon_{\max}} + \frac{\omega_{\max}}{4a_{\max}} + \frac{\varphi_{\max}\varepsilon_{\max}}{4\omega_{\max}a_{\max}} + \frac{\omega_{\max}^2}{12\varepsilon_{\max}^2} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12a_{\max}^2};$$

$$K_{\Omega\varepsilon} = \frac{\varphi_{\max}}{8a_{\max}} + \frac{\varphi_{\max}\varepsilon_{\max}^2}{24\omega_{\max}a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}\varepsilon_{\max}}{24a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}^2}{24\varepsilon_{\max}a_{\max}}. \quad (5)$$

Устойчивость скользящего режима контура регулирования с коэффициентами обратных связей (6) аналитически подтверждается результатами работы [4].

Выражения (4), (5) указывают на непосредственную зависимость настроек системы оптимального управления от величины φ_{\max} , которой прямо пропорционален максимальный упругий момент. Следовательно, применительно к рассматриваемой системе задачу учёта ограничения M_y или $\Delta\varphi$ целесообразно свести к отысканию максимального значения первой производной скорости исполнительного вала двухмассовой ЭМС, достигаемого при обработке заданного значения Ω^* на оптимальной по быстродействию траектории, сформированной при заданных ограничениях ω_{\max} , ε_{\max} , a_{\max} .

Результаты работы. Вид временных диаграмм канонических координат системы для указанного режима разгона представлен на рис.1, где интервалы стабилизации относительных рывка, ускорения и скорости обозначены как T_{sa} , $T_{s\varepsilon}$, $T_{s\omega}$. Напомним, что в методе N-i переключений [1, 2] принимается допущение о постоянстве N-й производной выходной координаты на интервалах постоянства управляющего воздействия. Благодаря этому допущению приращения координат на всех промежутках между соседними точками излома траектории рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов.

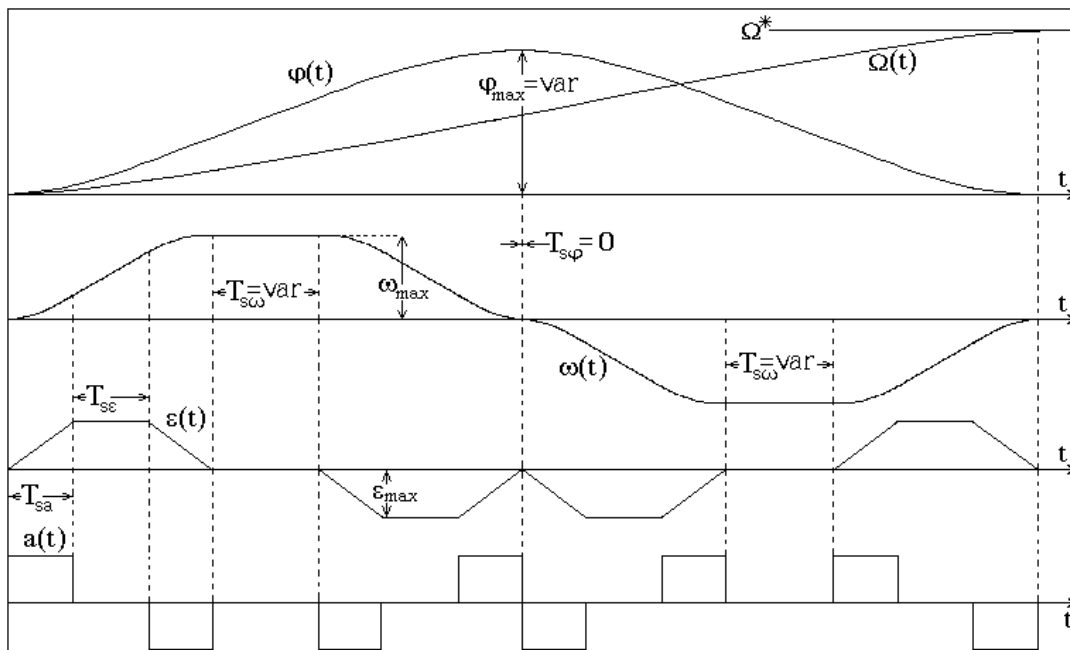


Рисунок 1 – Расчётные временные диаграммы

Специфика представленных на рис.1 временных диаграмм по сравнению с их наиболее общим видом, положенным в основу синтеза параметров в работе [1], состоит в равенстве нулю интервала стабилизации первой производной скорости, которая начинается снижение в момент достижения своего максимума, а сам максимум Φ_{\max} не определён до начала разгона и является функцией задания скорости:

$$T_{s\phi} = 0, \quad (6)$$

$$\Phi_{\max} = \text{var} . \quad (7)$$

Последнее обстоятельство обуславливает также вариативность расчётного интервала стабилизации второй производной скорости, который для оптимальной по быстродействию траектории, проходящей по границам области пространства канонических координат, выражается [1] через искомую величину Φ_{\max} :

$$T_{s\omega} = \frac{\Phi_{\max}}{\omega_{\max}} - \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}} - \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}} = \text{var}, \quad T_{s\omega} > 0. \quad (8)$$

Тем не менее, данные временные диаграммы являются частным случаем переходных кривых, использованных в [1] для синтеза регулятора скорости двухмассовой ЭМС. Следовательно, формулы (5) остаются актуальными для рассматриваемого режима разгона. Однако представление параметров системы четвёртого порядка функциями уровней ограничений канонических координат делает весьма громоздким аналитическое решение поставленной задачи синтеза. Избежать усложнения результатов позволяет представление параметров регуляторов и интервалов стабилизации координат явными функциями постоянных времени замкнутой системы управления, введённых в работе [4] как отношения уровней ограничения:

$$T_a = \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}; \quad T_\varepsilon = \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}}; \quad T_\omega = \frac{\Phi_{\max}}{\omega_{\max}}. \quad (9)$$

Выраженные через данные величины коэффициенты (5) приобретают компактный вид

$$K_{\Omega\phi} = \frac{1}{2}(T_\omega + T_\varepsilon + T_a), \quad K_{\Omega\omega} = \frac{1}{4}(T_\omega T_\varepsilon + T_\varepsilon T_a + T_\omega T_a) + \frac{1}{12}(T_\varepsilon^2 + T_a^2), \\ K_{\Omega\varepsilon} = \frac{1}{8}T_\omega T_\varepsilon T_a + \frac{1}{24}(T_\omega T_a^2 + T_\varepsilon T_a^2 + T_\varepsilon^2 T_a), \quad (10)$$

а интервалы стабилизации согласно [5] представляются выражениями

$$T_{sa} = T_a, \quad T_{s\varepsilon} = T_\varepsilon - T_a, \quad T_{s\omega} = T_\omega - T_\varepsilon - T_a, \quad T_{s\phi} = T_\phi - T_\omega - T_\varepsilon - T_a. \quad (11)$$

Постоянная времени T_ϕ в наиболее общем случае представляется аналогично (9) как $T_\phi = \frac{\Omega_{\max}}{\Phi_{\max}}$ [5]. Для рассматриваемой системы, в которой скорость исполнительного вала двухмассовой ЭМС является регулируемой координатой, следует выражать T_ϕ через задающее воздействие Ω^* : $T_\phi = \frac{\Omega^*}{\Phi_{\max}}$. Благодаря введению постоянных времени замкнутой системы задача отыскания максимального ускорения, или пропорционального ему упругого момента, достигаемого на оптимальной по быстродействию траектории (рис.1) при двух неизвестных интервалах стабилизации, сводится к за-

даче определения двух постоянных времени $T_{\omega} = \frac{\Phi_{\max}}{\omega_{\max}}$, $T_{\varphi} = \frac{\Omega^*}{\Phi_{\max}}$, которые связаны с искомым уровнем ограничения Φ_{\max} . Данная задача требует решения системы двух уравнений. Одно из них получим из условия реализации расчётной траектории (6) с учётом подстановки постоянных времени замкнутой системы (11) в выражение интервала стабилизации $T_{s\varphi}$:

$$T_{\varphi} - T_{\omega} - T_{\varepsilon} - T_a = 0. \quad (12)$$

Второе уравнение составим на основании того факта, что произведение неизвестных постоянных времени T_{φ} и T_{ω} может быть выражено через величины, известные для траектории рассматриваемого режима разгона: $T_{\varphi} \cdot T_{\omega} = \frac{\Omega^*}{\Phi_{\max}} \cdot \frac{\Phi_{\max}}{\omega_{\max}}$, откуда имеем

$$T_{\varphi} \cdot T_{\omega} = \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}}. \quad (13)$$

Подставив T_{ω} , выраженную из уравнения (13) через T_{φ} , в уравнение (12), получим равенство $T_{\varphi} - \frac{\Omega^*}{T_{\varphi} \cdot \omega_{\max}} - T_{\varepsilon} - T_a = 0$. Умножив обе его части на неизвестную величину T_{φ} , придём к квадратному уравнению

$$T_{\varphi}^2 - (T_{\varepsilon} + T_a)T_{\varphi} - \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}} = 0,$$

неотрицательный корень которого

$$T_{\varphi} = \frac{(T_{\varepsilon} + T_a) + \sqrt{(T_{\varepsilon} + T_a)^2 + 4 \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}}}}{2}$$

приводится к виду

$$T_{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2}\right)^2 + \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}}} + \frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2}. \quad (14)$$

Подставив выражение (14) в (12), получим вторую искомую постоянную времени:

$$T_{\omega} = \sqrt{\left(\frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2}\right)^2 + \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}}} - \frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2}. \quad (15)$$

Выразив Φ_{\max} из определения постоянной T_{ω} согласно (9), найдём максимальное значение первой производной скорости двухмассовой ЭМС на расчётной траектории отработки задающего воздействия Ω^* :

$$\Phi_{\max} = T_{\omega} \cdot \omega_{\max}. \quad (16)$$

Помимо расчёта коэффициентов обратных связей по формулам (10) данная величина задействована в настройках системы оптимального управления как амплитуда сигнала внешнего регулятора каскада (4).

Формулы (14)-(16) актуальны только для открытого диапазона значений скачка задания скорости (Ω^{*H} , Ω^{*B}), в котором реализуется представленная на рис.1 форма переходной траектории. Выражение для нижней границы диапазона Ω^{*H} можно получить, подставив в одно из условий реализации данной траектории (8) постоянные времени замкнутой системы с учётом формулы (15):

$$\sqrt{\left(\frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2}\right)^2 + \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}}} - \frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2} - T_{\varepsilon} - T_a > 0.$$

После приведения к виду

$$\sqrt{\left(\frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2}\right)^2 + \frac{\Omega^*}{\omega_{\max}}} > 3 \cdot \frac{T_{\varepsilon} + T_a}{2},$$

возведения в квадрат и последующего разрешения относительно задания скорости получим из неравенства

$$\Omega^* > 2 \omega_{\max} (T_{\varepsilon} + T_a)^2$$

выражение для граничного значения заданной скорости:

$$\Omega^{*H} = 2 \omega_{\max} (T_{\varepsilon} + T_a)^2. \quad (17)$$

Верхняя граница диапазона воспроизводимых на данной траектории скоростей Ω^{*B} соответствует некоторому фиксированному значению Φ_{\max} , рассчитываемому по величине наперед заданного максимально допустимого упругого момента, и может быть найдена по материалам работы [1] с учётом подстановок (10) как

$$\Omega^{*B} = 2 \cdot A_{\max} T_a T_{\varepsilon} T_{\omega}. \quad (18)$$

Следует заметить, что определяемая формулой (16) величина Φ_{\max} пропорциональна максимуму упругого момента или угла закручивания упругого вала

$$M_{y \max} = \Phi_{\max} \cdot J, \quad \Delta\Phi_{\max} = \Phi_{\max} \cdot \frac{J}{C_{\text{ж}}},$$

однако явное определение этих величин для синтеза параметров каскада регуляторов (4) не является обязательным.

Выводы. Установленная аналитическая зависимость максимума первой производной регулируемой координаты системы четвёртого порядка от величины скачка задающего воздействия позволяет осуществить адаптацию настроек релейной системы подчинённого регулирования к специфической форме переходной траектории, реализуемой при отработке скоростей в диапазоне значений, определяемых выражениями (17)-(18). Нахождение значений T_{φ} , T_{ω} и Φ_{\max} по формулам (14)-(16) при скачкообразном изменении задания скорости на величину Ω^* выполняется перед последовательностью вычислений (9), (10), осуществляемых в ходе параметрического синтеза ре-

гулятора R1 каскада (4) методом N-і переключень. Простота отриманих розрахункових формул служить передумовою для модифікації налаштувань системи управління електроприводом з кінцевою жорсткістю кінематическої ланки в режимі реального часу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В. Параметрический синтез релейной системы подчиненного регулирования скорости электропривода с упругой связью / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник Кременчугского государственного политехнического университета. – Кременчуг: КГПУ. – 2008. – Выпуск 3/2008(50). – Часть 1. – С.83-87.
2. Садовой А.В. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N-і переключений / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод»: "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". – Харьков. – 2005. – Выпуск 45. – С.71-73.
3. Садовой А.В. Анализ характера скользящего режима оптимальной по быстродействию позиционной релейной СУЭП / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Сборник научных трудов Днепропетровского государственного технического университета (технические науки). – Днепропетровск: ДГТУ. – 2008. – Выпуск 8. – С.140-144.
4. Садовой А.В. Анализ устойчивости скользящего режима оптимальной по быстродействию системы четвертого порядка / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «электротехника, электроника и электропривод». – Харьков. – 2008. – Выпуск 30. – С.91-93.
5. Дерез А.Л. Синтез параметров регулятора положения оптимальной по быстродействию релейной системы управления электроприводом с упругой связью методом N-і переключений / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Научно-производственный журнал «Электромеханические и энергосберегающие системы». Тематический выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Кременчуг: КрНУ. – 2012. – Вып. 3/2012 (19). – С.81-85.

Поступила в редколлегию 14.02.2013.