$$\sup_{f\in W^r H_1^\omega} \|f - A_n(f)\|_\infty = \sup_{f\in H_1^\omega} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) G_{r-1}(A_n, t) dt. \qquad (3)$$

Таким образом, доказательство теоремы сводится к вычислению величины $\sup_{f\in H_1^\omega} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) G_{r-1}(A_n, t) dt$. Положим $k = r/2 - 2$, тогда $G_{r-1}^{(2k+1)}(A_n, t) = G_{r-1}^{(r-3)}(A_n, t) = G_2(A_n, t)$, следовательно, в силу леммы 1 при любом четном $r \ge 6$ функция $G_{r-1}(A_n, t)$ удовлетворяет условиям теоремы А. Применяя теорему А к правой части (3), получаем (1). Теорема полностью доказана.

Выводы

В настоящей работе найдена погрешность приближения класса $W^r H_1^\omega$ линейными положительными полиномиальными операторами при любом четном $r \ge 6$ и любом выпуклом модуле непрерывности $\omega(t)$. При каждом $r \in N$ решение такой задачи сводится к вычислению величины $\sup_{f\in H_1^\omega} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) G_{r-1}(A_n, t) dt$, где функция $G_{r-1}(A_n, t)$ определяется ядром оператора. При этом при чётных r отсутствие симметрии функции $G_{r-1}(A_n, t)$ значительно усложняет задачу. В настоящее время автором получено обобщение теоремы А на случай $k = 0$, что позволяет доказать теорему 1 при $r = 4$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доронин В. Г., Лигун А. А. О точном решении некоторых экстремальных задач на классах функций, определяемых интегральным модулем непрерывности // Докл. АН СССР.–1980.–251, №1.– С. 16–19.
2. Дерец Е. В. О приближении некоторых классов периодических дифференцируемых функций линейными положительными полиномиальными операторами // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2006. – С. 20–24.
3. Дерец Е. В. О точном решении некоторых экстремальных задач на классах функций, определенных мажорантой интегрального модуля непрерывности //Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Математика. –2010.– №6/1.–Т. 18 – С. 102–109.

Поступила в редколлегию 22.02.2013

УДК 517.5

ДАВИДЧИК А. Н. к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

О ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Введение. Задачи приближения классов функций состоят в исследовании величин

$$E(\aleph, M_n) \underline{\underline{def}} \sup_{f\in\aleph} E(f, M_n) \qquad (1)$$

или величина

$$\sup_{f \in \aleph} \left\| f - L_n(f) \right\|, \tag{2}$$

где $\aleph$ – класс функций, обладающих заранее известными нам свойствами (непрерывность, ограниченность какой-то производной и др.).

Важные результаты в этом направлении были получены С.Н. Бернштейном, а затем Д. Джексоном, которые для случая, когда $M_n = T_n \left(M_n = P_n \right)$ и $\aleph = W_\infty^r \left(\aleph = W_{\infty[0,1]}^r \right)$ или $\aleph = \overline{W}_\infty^r$ нашли порядки убывания по n величин (1) и (2) (величину для некоторых конкретных методов).

Это направление, т.е. вычисление порядков по n величин (1) и (2), в дальнейшем было развито Вале-Пуссеном, Л.Фейером, С.Б. Стечкиным, С.А. Теляковским и др.

Так как построение многочлена наилучшего приближения (точнее решение задачи (1) возможно лишь в крайне редких случаях, то существенную роль играют методы, для которых приближающие функции строятся сравнительно просто и обеспечивают достаточно хорошую степень приближения.

Впервые эту задачу строго сформулировал А.Н. Колмогоров и заключается она в следующем:

Пусть указан метод приближения $L_n(f)$, приводящий в соответствие каждой функции $f \in \aleph$ некоторый многочлен $L_n(f, x)$ порядка $\le n$. Требуется определить точно или асимптотически точно величину

$$\varepsilon(\aleph, L_n, x) = \sup_{f \in \aleph} \left| f(x) - L_n(f, x) \right|, \tag{3}$$

или величину

$$\varepsilon(\aleph, L_n)_p = \sup_{f \in \aleph} \left\| f(x) - L_n(f)_p \right\|, \tag{4}$$

которые являются мерой приближения на классе $\aleph$.

Первый результат в этом направлении был получен А.Н. Колмогоровым. Он установил, что

$$\sup_{f \in W_\infty^r} \left\| f - S_n(f) \right\|_\infty = \frac{4 \ln n}{\pi^2 n^r} + 0\left(\frac{1}{n^r} \right), \tag{5}$$

где $s_n(f, x)$ – частные суммы ряда Фурье функции $f(x)$.

С.М. Никольский обобщил этот результат на классы $W^r H_\omega$. Позже для различных методов асимптотики величин находили Б. Надь, С.Б. Стечкин, С.А. Теляковский, В.К. Дзядык, А.И. Степанец и другие.

Постановка задачи. Пусть $f(x,y) \in C_{2\pi,2\pi}$ – класс непрерывных, 2π – периодических функций по каждой переменной с нормой

$$\|f\| = \max_{x,y} |f(x, y)|.$$

$$\sigma_{n,n}(f; x, y) = \frac{1}{4\pi^2 n^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x+u, y+v) U_{nn}(u, v) du dv \tag{6}$$

– сумма Фейера, где

$$U_{n,n}(u,v)=U_n(u)\cdot U_n(v)=\left(\frac{\sin\frac{n}{2}u}{\sin\frac{u}{2}}\right)^2\cdot\left(\frac{\sin\frac{n}{2}v}{\sin\frac{v}{2}}\right)^2, \qquad n=1,2,3\,. \tag{7}$$

Положим

$$\alpha_n=\frac{\gamma\ln(n+\alpha)}{n}.$$

Рассмотрим величину

$$\chi(\sigma_{n,n},\alpha_n)=\sup_{\substack{f\in C_{2\pi,2\pi}\\ f\neq const}}\frac{\left\|f(x,y)-\sigma_{n,n}(f;x,y)\right\|}{\omega(f;\alpha_n,\alpha_n)} \tag{8}$$

где

$$\omega(f;\alpha,\beta)=\sup_{\substack{|x_1-x_2|<\alpha\\ |y_1-y_2|<\beta}}\left|f(x_1,y_1)-f(x_2,y_2)\right| \tag{9}$$

Результаты работы. Докажем следующее утверждение.

Имеет место асимптотическое равенство

$$\chi(\sigma_{n,n},\alpha_n)=1+\frac{4}{\pi\gamma}-\frac{4\ln(\gamma\ln(n+\alpha))}{\pi\gamma\ln(n+\alpha)}+0\left(\frac{1}{\ln n}\right) \tag{10}$$

Доказательство. Известно, что

$$\chi(\sigma_{n,n},\alpha_n)=\frac{1}{\pi^2n^2}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}f_{n,n}(x,y)U_n(x)\cdot U_n(y)dxdy \tag{11}$$

$$f(x,y)=\begin{cases}\kappa, & \kappa\alpha_n\le x\le(\kappa+1)\alpha_n,\quad 0<y<x\\ & \kappa\alpha_n<y<(\kappa+1)\alpha_n,\quad 0<x<y\\ & \kappa=0,\,1,\,2,...,\,n_0\\ & (n_0+1)\alpha_n\le x\le\pi,\qquad 0<y<x\\ \left[\dfrac{\pi}{\alpha_n}\right] & (n_0+1)\alpha_n\le y\le\pi,\qquad 0<x<y\end{cases} \tag{12}$$

$$n_0=\left[\frac{\pi}{\alpha_n}\right]-1$$

Проведя некоторые преобразования

$$\begin{aligned}\chi(\sigma_{n,n},\alpha_n)&=\frac{1}{\pi n}\int_0^{\pi}\left[1+\frac{y}{\alpha_n}\right]U_n(y)dy+\\&+\frac{1}{\pi^2n^2}\sum_{\kappa=0}^{n_0}\int_{\kappa\alpha_n}^{(\kappa+1)\alpha_n}U_n(y)dy\cdot\sum_{l=\kappa+1}^{n_0+1}\int_{\kappa\alpha_n}^{\pi}U_n(x)dx=J_n'J_n''\end{aligned} \tag{13}$$

К сумме J_n'' применим преобразование Абеля

$$J_n''=\frac{1}{\pi n}\sum_{\kappa=1}^{n_0+1}a_\kappa-\frac{1}{\pi^2n^2}\sum_{\kappa=1}^{n_0+1}a_\kappa^2$$

где

$$a_\kappa = \int\limits_{\kappa\alpha_n}^{\pi} U_n(z)dz$$

и учитывая, что

$$a_\kappa = \int\limits_{\kappa\alpha_n}^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos 2nz)\frac{dz}{\sin^2 z} = \frac{2n}{\kappa\gamma\ln(n+\alpha)} + \xi(n)$$

и

$$|\xi(n)| < \frac{2\pi n}{\kappa^2\gamma^2\ln^2(n+\alpha)} + 1{,}4$$

из соотношений получим

$$\begin{aligned} J''_n &< \frac{1}{\pi n}\sum_{\kappa=1}^{n_0+1}\left(\frac{2n}{\kappa\gamma\ln(n+\alpha)} + \frac{2\pi n}{\kappa^2\gamma^2\ln^2(n+\alpha)} + 1{,}4\right) < \\ &< \frac{2n}{\pi\gamma\ln(n+\alpha)}\sum_{\kappa=1}^{n_0+1}\frac{1}{\kappa} + \frac{2{,}5}{\gamma^2\ln^2(n+\alpha)} + \frac{1{,}4}{\gamma\ln(n+\alpha)} < \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} &< \frac{2n}{\pi\gamma\ln(n+\alpha)}\left(\ln(n_0+1) + C + \frac{1}{2n}\right) + \frac{2{,}5}{\gamma^2\ln^2(n+\alpha)} + \frac{1{,}4}{\gamma\ln(n+\alpha)} < \\ &< \frac{2n}{\pi\gamma} - \frac{2\ln(\gamma\ln(n+\alpha))}{\pi\gamma\ln(n+\alpha)} + \frac{5}{\gamma\ln(n+\alpha)}\frac{2{,}5}{\gamma^2\ln^2(n+\alpha)} + \frac{1}{\pi\gamma n\ln(n+\alpha)}, \end{aligned} \tag{15}$$

где C – постоянная Эйлера, $C \approx 0{,}577$.

Причем

$$\lim_{n\to\infty} J''_n = \frac{2}{\pi\gamma}$$

Величина J'_n оценена в

Учитывая теперь соотношение, получим

$$\begin{aligned} \chi(\sigma_{n,n},\alpha_n) &< 1 + \frac{4}{\gamma\pi} - \frac{4\ln(\gamma\ln(n+\alpha))}{\gamma\pi\ln(n+\alpha)} + \\ &+ \frac{7}{\gamma\ln(n+\alpha)} + \frac{4{,}5}{\gamma^2\ln^2(n+\alpha)} + \frac{1}{n\pi\gamma\ln(n+\alpha)} \end{aligned} \tag{16}$$

и

$$\lim_{n\to\infty}\chi(\sigma_{n,n},\alpha_n) = 1 + \frac{4}{\pi\gamma}$$

Теорема доказана.

Выводы. Полученные асимптотически точные константы Джексона при приближении функции двух переменных сумма Фейера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коровкин П.П. Об одном асимптотическом свойстве суммирования рядов Фурье и о наилучшем приближении функций класса z2 линейными положительными операторами. – УМН, 1958, т.13, №6(84), С. 99–103.

2. Коровкин П.П, Асимптотические свойства положительных методов суммирования рядов Фурье. – УМН, 1960, т.15, №1(19), С. 207–212.
3. Коровкин П.П. Линейные операторы и теория приближения. – М.: Физматгиз, 1959. – 211 с.
4. Баскаков В.А. О порядке приближения дифференцируемых функций линейными положительными операторами. – В сб.: Теория приближения функций, Труды Международной конференции по теории приближения функций, Калуга 1975, С. 28–31.
5. Баскаков В.А., Теляковский С.А. О приближении дифференцируемых функций суммами Фейера. – Мат. заметки, 1982, т.32, вып. 2, С. 129–141.
6. Лигун А.А. О точных константах приближения дифференцируемых периодических функций. – Мат. заметки, 1973, т.14, №1, С. 21–30.

Поступила в редколлегию 22.02.2013

УДК 539.375 : 622.35

ЛУГОВИЙ П.З., д.т.н., професор, гол.н.с.
ПРОКОПЕНКО Н.Я. к. т. н., ст.н.с.
ГОЛОВКО К.Г., к. фіз.-мат. н., н. с.

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

МОДЕЛЮВАННЯ ДІЇ НАВАНТАЖУВАЛЬНОГО КЛИНОВОГО ЕЛЕМЕНТУ УДАРНОГО МЕХАНІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ

Вступ. Не зважаючи на позитивні сторони вибухової відбійки блоків і руйнування негабаритів, питома вага технологій видобутку каменю з використанням механічних засобів зростає, що зумовлено наступними недоліками вибухової технології: вибух в значній мірі порушує монолітність породи, що приводить до зменшення виходу готової продукції з 1м^3 блоку, особливо при виготовленні тонких плит; вибухова технологія відноситься до процесів підвищеної небезпеки; обов’язкова наявність спеціально підготовлених кадрів для проведення вибухових робіт; зупинка роботи кар’єру для виводу людей і механізмів з небезпечної зони, що призводить до втрат робочого часу. Тому поширюється застосування буроклинового механічного обладнання, яке створює ударні навантаження на шпури при розколу негабаритів та видобутку кам’яних блоків [1]. З допомогою експериментального моделювання проведемо дослідження способів керування динамічними навантаженнями шпурів з допомогою ударних клинових елементів.

Експериментальна методика. В якості клинового елементу використаємо стальний циліндр 1 з конічною заточкою в 13°25′ на торці (Рис. 1). Циліндр 1 конічним торцем жорстко закріплюється в отворі діаметром d = 0,016м перпендикулярно до пластини з органічного скла 2 [2]. В цьому випадку навантажувальний клиновий елемент 1 виконує роль вісесиметричного клину, кут конусності якого $\alpha = 13°25'$.

На елемент 1 в якості направляючої одівається тонка алюмінієва циліндрична трубка 3. Завдяки цій направляючій можна створювати ударні навантаження на торець клинового елементу 1 паралельно до його вісі. Ударні вісесиметричні навантаження створювалися з допомогою скидання по направляючій 3 стального циліндру вагою т_1 = 0,145кг. На відстані 0,020м від центра отвору по радіальній лінії відколу був наклеєний тензорезистор марки КТД 7Б для реєстрації радіальних деформацій ε_r^{∂} в часові. Сигнал від нього подавався на один із променів двохпроменевого осцилографа з пам'яттю GDS