

0,05м. У випадку наявності вставок, навантаження рівномірно розподіляється по довжині вкладок. В даному випадку довжина вкладок дорівнює $0,05\text{м} - 0,02\text{м} = 0,03\text{м}$. При рівномірному розподілу навантаження від удару циліндра однієї ваги по периметру отвору і по сумарній довжині вкладок відношення інтенсивності навантаження на вкладки до інтенсивності вісесиметричного навантаження на контур отвору буде дорівнювати $0,05\text{м}/0,03\text{м} = 1,67$. Порівнюючи експериментальні результати і теоретичний розрахунок можна стверджувати, що для розглядуваного випадку відношення деформації при наявності вкладок в точці запланованого розколу до вісесиметричної деформації практично співпадає з відношенням довжини периметру отвору до довжини вкладок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Карасёв Ю.Г. Природный камень. Добыча блочного и стенового камня : [учеб. пособие для студентов высш. учеб. зав.] / Карасёв Ю.Г, Бакка Н.Т. – Санкт–Петербургский горный ин-т. СПб, 1997. – 428с.
2. Луговий П.З. Експериментальне дослідження деформованого стану навколо кругового отвору при його нормальному вісесиметричному статичному навантаженні / П. З. Луговий, К. К. Ткачук, Т. В. Гребенюк // Математичні проблеми технічної механіки: Міжнародна наукова конференція: матеріали конференції (Том 1). – Дніпродзержинськ – Дніпропетровськ, 2012. – С. 28.

Поступила в редколлегию 22.02.2013

УДК 539.3

ОКСЕНЧУК Н.Д.

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВОГО ЗМІЦНЕННЯ ПІВПРОСТОРУ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ ТЕРМОМЕХАНІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ З ВРАХУВАННЯМ МІКРОСТРУКТУРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Вступ. Лазерна обробка елементів конструкцій потужними імпульсами або опромінення деталі короткими пучками електронних променів використовуються, зокрема, для зміцнення та очищення поверхні, мікроштампування, мікроформування тощо [1, 2]. Імпульсна обробка є ефективним методом підвищення міцності, зносостійкості та довговічності металевих елементів конструкцій за допомогою утворення областей залишкових стискальних напружень і зміцнення в приповерхневій зоні матеріалу.

В роботі [3] дослідження залишкового напружено-деформованого та мікроструктурного поверхневих шарів тіл проводилось із врахуванням трансформаційних змін об'єму матеріалу. В даній роботі дається оцінка механізмам зміцнення, які виникають при імпульсному термомеханічному навантаженні півпростору. При цьому крім трансформаційних змін об'єму враховується залежність непружних характеристик від фазового складу матеріалу при мікроструктурних перетвореннях (МСП) та зміні температури [4]. В якості матеріалу обирається сталь 35ХМА.

Постановка задачі. Постановка задачі для ізотропного матеріалу в системі координат $Orz\phi$ складається із:

– співвідношень Коші для деформації

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \quad (1)$$

де u_r і u_z – компоненти вектора переміщень; ε_{zz} , ε_{rr} , ε_{rz} , $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ – компоненти тензора деформації;

– рівнянь руху

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = \rho \ddot{u}_r, \quad \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \ddot{u}_z, \quad (2)$$

де σ_{zz} , σ_{rr} , σ_{rz} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ – компоненти тензора напружень, ρ – густина матеріалу;

– рівняння теплопровідності (3)

$$\bar{c}_V \dot{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{k} r \frac{\partial \theta}{\partial r}) - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{k} \frac{\partial \theta}{\partial z}) - T \dot{\sigma}_{kk} \hat{\alpha} + \rho \Delta i_{\xi} \dot{C}^{\xi} + D', \quad (3)$$

$$\bar{c}_V = c_V^{\xi} C^{\xi}, \quad \bar{k} = k^{\xi} C^{\xi}, \quad V_0^{\xi} = V^{\xi}(\theta_r), \quad \hat{\alpha} = \frac{\sum_{\xi} V_0^{\xi} C^{\xi} \alpha_{\xi}}{\sum_{\xi} V_0^{\xi} C^{\xi}}, \quad \alpha_{\xi} = \frac{(V^{\xi} - V_0^{\xi})}{3(\theta - \theta_0) V_0^{\xi}},$$

$$\sum_{\xi} C^{\xi} = C^a + C^b + C^f + C^p + C^m = 1, \quad \xi = a, b, p, f, m, \quad (4)$$

де θ – температура; θ_r – відлікова температура; $\dot{\theta} = \partial \theta / \partial t$; \bar{c}_V і \bar{k} – об'ємна теплоємність і коефіцієнт теплопровідності суміші фаз; $\hat{\alpha}$ – узагальнений коефіцієнт об'ємного розширення; $\dot{\sigma}_{kk} = \dot{\sigma}_{rr} + \dot{\sigma}_{zz} + \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}$; Δi_{ξ} – прихована теплота перетворення аустеніту у фазу ξ ; D' – швидкість внутрішньої дисипації; $V^{\xi}(\theta)$ – об'єм фази ξ для температури θ ; \tilde{N}^{ξ} – об'ємна концентрація фаз ξ , $\xi = a, f, p, b, m$, де a – аустеніт, f – ферит, p – перліт, b – бейніт, m – мартенсит.

Постановка задачі включає також початкові (5) та граничні умови (6) – (7).

$$u_r = \dot{u}_r = 0; \quad u_z = \dot{u}_z = 0; \quad \theta = \theta_0, \quad t = 0, \quad (5)$$

де θ_0 – початкова температура.

Розглядається півпростір $z > 0$, $0 < r < \infty$. Припускається, що від нуля відмінна лише осьова компонента переміщення u_z , причому $u_z = u_z(z, t)$, а також $\theta = \theta(z, t)$. За цих припущень задача для півпростору еквівалентна задачі для стержня $0 < r < R$, $z > 0$, на бічній поверхні якого виконуються умови гладкого контакту і теплоізоляції

$$u_r = 0, \quad \sigma_{rz} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \quad r = R, \quad z > 0 \quad (5)$$

за умов (6) – (7) на торці $z = 0$.

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial z} = \begin{cases} q_0 \sin \frac{\pi}{t_q} t, & t \leq t_q, \\ 0, & t > t_q; \end{cases} \quad (6)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} -p_0 \sin \frac{\pi}{t_{\sigma}} t, & t \leq t_{\sigma}, \\ 0, & t > t_{\sigma}, \end{cases} \quad (7)$$

де q_0 і p_0 – задані параметри теплового і механічного навантаження; t_q , t_σ – часові параметри навантаження – терміни дії імпульсів, між якими приймається співвідношення $t_\sigma = 2t_q$.

Нелінійна поведінка матеріалу описується термомеханічною моделлю течії Боднера-Партома, яка узагальнена для випадку багатофазового складу матеріалу [5, 6].

Модель течії включає наступні співвідношення – рівняння адитивності деформації

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{in} + \varepsilon_{ij}^{\theta ph}, \quad i, j = r, z, \varphi, \quad (8)$$

де об'ємна термотрансформаційна деформація $\varepsilon_{ij}^{\theta ph}$ приймається у вигляді

$$\varepsilon_{ij}^{\theta ph}(\theta, \theta_r, C^\xi) = \frac{V^\xi(\theta)C^\xi(\theta) - V^\xi(\theta_r)C^\xi(\theta_r)}{3V^\xi(\theta_r)C^\xi(\theta_r)} \delta_{ij}; \quad (9)$$

– закон Гука, записаний для девіаторної та кульової складових тензора напружень

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - e_{ij}^{in}), \quad \sigma_{kk} = 3K_V(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{\theta ph}), \quad (10)$$

де s_{ij} і e_{ij} – девіатори тензорів напружень і деформації відповідно; G і K_V – модулі зсуву й об'ємного розширення;

– закон течії Прандтля-Рейса з умовою непружної нестисливості

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = D_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(K_0 + K')^2}{3J_2}\right]^n\right\} \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}}, \quad \varepsilon_{ij}^{in}(0) = 0; \quad \varepsilon_{ii}^{in}(0) = 0; \quad (11)$$

де $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}$;

– рівняння еволюції Орована – Бейлі для внутрішньої змінної ізотропного зміцнення K

$$\dot{K} = m_1(K_1 - K)\dot{W}^{in}, \quad K(0) = 0, \quad (12)$$

де $\dot{W}^{in} = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$ – потужність непружної деформації.

У співвідношеннях (9) і (10) величини D_0 , m_1 , n , K_0 , K_1 – параметри моделі.

В даній роботі параметри узагальненої моделі \bar{K}_0 і \bar{K}_1 , які відповідають за границю текучості та тимчасовий опір матеріалу, для довільного фазового складу визначаються за лінійним правилом сумішей на основі експериментальних даних [5, 7, 8].

$$\begin{aligned} K_0 &\rightarrow \bar{K}_0 = K_0^{(\xi)}C^\xi, \\ K_1 &\rightarrow \bar{K}_1 = K_1^{(\xi)}C^\xi, \end{aligned} \quad (13)$$

де $K_1^{(\xi)}$, $K_0^{(\xi)}$ – параметри моделі для окремих фаз. Відзначимо, що параметри m_1 та n , які відповідають за швидкість насичення зміцнення та чутливість до швидкості деформування відповідно, для всіх фаз приймаються однаковими.

Метод розв'язування задачі. В даній роботі вплив МСП враховується, по-перше, через термотрансформаційну деформацію, яка враховує зміни об'єму при фазових перетвореннях та зміні температури і входить в об'ємну складову закону Гука (10), по-друге, через залежність непружних характеристик, зокрема границю текучості σ_{02} та тимчасовий опір σ_B , від фазового складу матеріалу.

Термотрансформаційна складова деформації визначається через питомі об'єми та концентрації фаз [9]. Розрахунок концентрації фаз переохолодженого аустеніту проводиться за допомогою термокінетичної діаграми ТКД [10] та співвідношень для питомих об'ємів фаз [11]. Для розрахунку накопичення фаз вздовж ТКД-траєкторії використовується рівняння Коїстінена-Марбургера.

Нелінійна задача (1) – (15) розв'язується чисельно методом покорокового неявного інтегрування по часу, ітераційного методу та МСЕ. Алгоритм розв'язування описаний в роботі [3].

Результати розрахунків та висновки. Розрахунки проводились при наступних параметрах: $R = 10^{-4} \text{ м}$, $L = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $p_0 = 8 \text{ ГПа}$, $q_0 = 2 \cdot 10^{11} \text{ êÁò ÷ ì}^2$, $t_q = 1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$.

Температура змінювалась в межах від $20^\circ \text{Ñ} \div 1300^\circ \text{Ñ}$. Початковий фазовий склад матеріалу був таким: $a = 0$, $b = 0,79$, $f + p = 0,11$, $m = 0,10$.

В розглянутій моделі течії за зміцнення відповідає параметр ізотропного зміцнення K , $K = K' + \bar{K}_0$, $\bar{K}_0 = K_0^\xi C^\xi$. Параметр \bar{K}_0 відображає вплив температури та фазового складу матеріалу (трансформаційне зміцнення), а K' - здебільшого деформаційне зміцнення.

Непружні характеристики фаз та відповідні значення параметрів для сталі 35ХМА розраховані в роботі [5]. Діаграми розтягу для окремих фаз, розраховані за допомогою узагальненої моделі, показані на рис. 1, де чорними квадратами ілюструються експериментальні дані [7, 8].

Результати досліджень парціальних вкладів обох механізмів зміцнення в залишковому стані ($t > 5 \cdot 10^{-7} \text{ с}$) показані на рис. 2. Для аналізу розрахунків використані наступні позначення: $q + f_s + p$ - розрахунок із врахуванням впливу фазового складу на neprужні властивості матеріалу; $q + f + p$ - розрахунок із врахуванням лише термотрансформаційної деформації. Штрих-пунктирна крива відповідає значенню параметра зміцнення \bar{K}_0 для початкового фазового складу.

З рис. 1 видно, що трансформаційний механізм зміцнення матеріалу

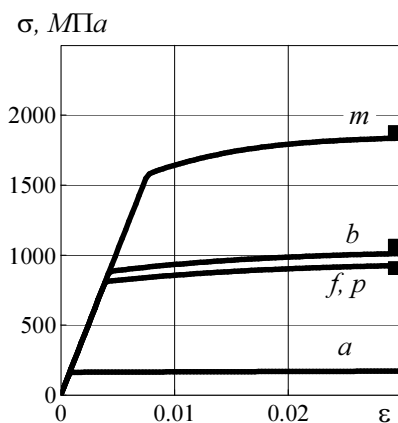


Рисунок 1

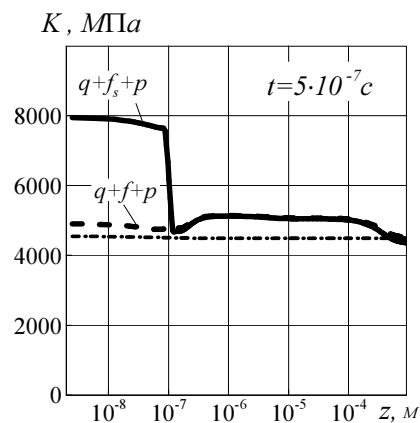


Рисунок 2

(крива $q + f_s + p$), пов'язаний із більш високим рівнем границі текучості у фазі мартенситу в порівнянні із початковою фазою (рис. 2), є визначальним. Встановлено, що приріст параметра зміцнення відносно початкового фазового складу дорівнює $\Delta K = 4200 \text{ ÷ } \text{ì} \text{ ÷ } \text{à}$, а приріст за рахунок деформаційного зміцнення складає $\Delta K = 800 \text{ ÷ } \text{ì} \text{ ÷ } \text{à}$.

Таким чином, розвинута модель дозволяє отримати кількісні та якісні ефекти впливу фазового складу на neprужні характеристики матеріалу, а саме: рівень

трансформаційного зміцнення, який при даних параметрах навантаження суттєво більший, ніж деформаційний.

ЛІТЕРАТУРА

1. Rubio-Gonzales C., Osana J. L., Gomes-Rosas G. Effect of laser shock processing an fatigue crack growth and fracture toughness of 6061-T6 aluminum alloy // Mater. Sci. & Engng. – 2004. – Vol. 386, №3. – P. 291–295.
2. Yilbas B. S. Laser pulse heating and flexural wave generation during treatment of metallic surfaces // J. Materials Processing Techn. – 2003. – Vol. 141. – P. 1–8.
3. Жук Я. О., Сенченков І. К., Васильєва Л. Я. Вплив мікроструктурних перетворень на напружено-деформований стан локально опроміненого сталевго диска // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – Т. 54, №1. – С. 101–115.
4. Оксенчук Н. Д., Доля О. В. Чисельне дослідження мікроструктурних перетворень та напруженого стану півпростору при термомеханічному навантаженні // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Збірник наукових праць. — Дніпропетровськ: Ліра. — 2012. — Вип.20. — С. 267–273.
5. Сенченков І. К., Оксенчук Н. Д. Моделирование неизотермического течения с учетом зависимости пластических свойств от микроструктуры материала // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. — Т. 55, №1. – С. 138–144.
6. Moreno V., Jordan E. H. Prediction of material thermomechanical response with a unified viscoplastic constitutive model // Int. J. of Plast. – 1986. – Vol. 2. – P. 223–245.
7. Шоршоров М. Х., Белов В. В. Фазовые превращения и изменения свойств стали при сварке. Атлас. – Москва: Наука, 1972. – 220 с.
8. Гольденблат И. И., Безухов Н. И., Бажанов И. И. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. - М.: Машиностроение, 1965. – 568 с.
9. Махненко В. И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. – Киев: Наук. думка, 1976. — 326 с.
10. Попов А. А., Попова А. Е. Справочник термиста. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. – М. – С.: - ГНТИ Машиностр. лит., 1961. – 430 с.
11. Юрьев С.Ф. Удельные объемы фаз в мартенситном превращении аустенита. – М.: Металлургиздат, 1950. – 48 с.

Поступила в редколлегию 22.02.2013

УДК 539.3

СТЕБЛЯНКО П.О. д.фіз.-мат. н., професор
КРАВЧУК Т.В., аспірант

Черкаський національний університет

ПОБУДОВА ТА АНАЛІЗ СТИКУВАННЯ ПОВЕРХОНЬ, ПОБУДОВАНИХ ЗА ДОПОМОГОЮ ДВОВИМІРНИХ СПЛАЙН-ФУНКЦІЙ

Вступ. В останні роки різко зріс інтерес до класичних методів раціональної апроксимації функцій. Це пов'язано з тим, що такі апроксимації знайшли різноманітне застосування в обчислювальних задачах теоретичної фізики та механіки. Більшість чисельних методів розв'язування задач математичного аналізу зв'язана з апроксимацією функцій. Серед них на першому місці стоїть проблема представлення і зберігання геометричної інформації в самих різноманітних областях, чи то природничі науки, чи то техніка, чи архітектура. Особливо широке застосування сплайни отримали