

3. Бородачев С. В. Об оптимизации «интервальных» квадратурных формул на некоторых несимметричных классах периодических функций / С. В. Бородачев // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Математика. – 1999. – Вип. 4. – С. 19 – 24.
4. Дерез Е. В. О наилучшей интервальной квадратурной формуле для класса $W^2H_1^0$ / Е. В. Дерез // Вісник Дніпропетр. ун-ту, Математика. – 2008. – Т. 16, № 6/1. – С. 73 – 83.
5. Женсыкбаев А. А. Моносплайны минимальной нормы и наилучшие квадратурные формулы / А. А. Женсыкбаев // Успехи мат. наук. – 1981. – Т. 36, №4. – С. 107 – 159.
6. Корнейчук Н. П. Наилучшие кубатурные формулы для некоторых классов функций многих переменных / Н. П. Корнейчук // Мат. заметки. – 1968. – 3, № 5. – С. 565–576.
7. Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П. Корнейчук – Наука, М. – 1976.
8. Моторный В.П. Исследования Днепропетровских математиков по оптимизации квадратурных формул / В. П. Моторный // Укр. мат. журн.–1990. – Т. 42, вып.1.– С. 18 – 33.
9. Моторный В. П. О наилучшей квадратурной формуле вида $\sum_{i=1}^n p_i f(x_i)$ для некоторых классов периодических дифференцируемых функций / В. П. Моторный // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1974. – 38, №3. – С. 583–614.
10. Моторный В. П. О наилучшей квадратурной формуле вида $\sum_{k=1}^n p_k f(x_k)$ на классе W^2H^0 / В. П. Моторный, А. О. Куц // Исследования по современным проблемам суммирования и приближения функций и их приложениям. – Днепропетровск, 1987. – С. 60 – 65.
11. Никольский С. М. Квадратурные формулы / С. М. Никольский – Наука, М. – 1988.
12. Motornyi V. P. On the best interval quadrature formula in the class of functions with bounded r^{th} derivative // East journal of approximations. – 1998. – Vol. 4, №4. – P. 459 – 478.

Поступила в редколлегию 28.02.2013

УДК 536:669.02.09:669.054.82:669.18:536.001:005. ВОЛОШИН Р.В., аспирант
ПАВЛЮЧЕНКОВ И.А., д.т.н., профессор
САЛО Е.В. к.т.н., доцент
ВОЛОШИН В.Ф. зав. лаб.

Днепродзержинский государственный технический университет

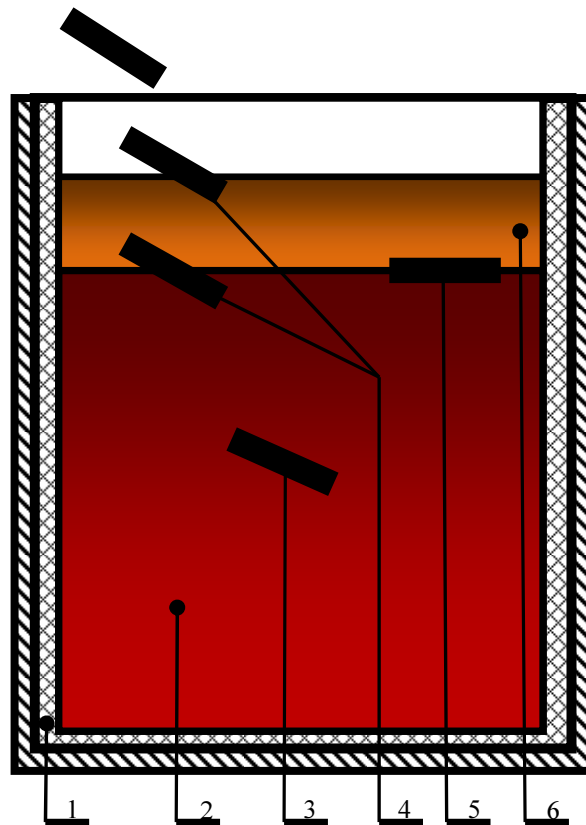
АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПРОЦЕССА ПЛАВЛЕНИЯ РАСКИСЛИТЕЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИВОЛИНЕЙНОЙ СЕТКИ (ПО РАДИУСУ r И УГЛУ ϑ) В СТАЛЕРАЗЛИВОЧНОМ КОВШЕ

Введение. Внепечная обработка металла является одним из наиболее перспективных направлений коренного повышения качества и свойств металлопродукции массового назначения. В зависимости от различных задач внепечной обработки необходимо предварительное раскисление металла, как правило,

алюминием при выпуске или продувке его в сталеразливочном ковше. Основная задача раскисления – снижение до минимума растворенного в стали кислорода путем перевода его в оксиды с их удалением из металла[1,2].

Постановка задачи. Основным раскислителем стали является алюминий. В настоящее время для раскисления и микролегирования спокойной стали в ковше при выпуске плавки из агрегата обычно используется вторичный и первичный алюминий в слитках (чушках) массой 12-20 кг. Раскисление стали в ковше во время выпуска плавки алюминиевыми слитками сопровождается значительным угаром алюминия (80-95 %), так как из-за низкой плотности ($2,7 \text{ г/см}^3$) алюминий не проникает в глубь расплава, а, плавая на его поверхности, окисляется кислородом из атмосферы. Вопросу повышения степени усвоения алюминия при раскислении стали в ковше посвящено большое количество исследований. С целью увеличения плотности алюмосодержащих раскислителей одним из эффективных способов раскисления является использование слитков ферроалюминия вместо чистого алюминия. Применение алюмосодержащих сплавов на основе железа для раскисления стали опробовано на крупных металлургических предприятиях Украины: ОАО «Криворожсталь», ОАО «Азовсталь», ОАО «Макиевский металлургический завод», ОАО «Донецкий металлургический завод») и др. В работе [3] решена одномерная задача плавления слитков из ферроалюминия в зависимости от процентного содержания алюминия. Однако в работе [3] не учитывался случай, когда для больших значений процентного содержания алюминия плотность ферроалюминия становится такой, что слиток (за период выпуска металла в ковш) не успевает расплавиться в объеме расплава и всплывает на границу раздела шлак-металл (Рисунок 1). С целью расчета длительности плавления слитка, расположенного на границе раздела шлак-металл разработаны математическая модель и алгоритм расчета кинетики плавления легкоплавких слитков цилиндрической формы, расположенных на границе раздела шлак-металл.

Алгоритм расчета. В качестве расчетной области выбрана половина поперечного сечения цилиндра (Рисунок 2). Для решения задачи формируется координатная сетка. Для этого рассматриваемая половина поперечного сечения цилиндра разбивается на M полукругов радиусами r_i , где $1 \leq i \leq M$ и лучами ϑ_j , где $1 \leq j \leq N$ на N секторов. В итоге получают контрольные объемы с координатами i, j . задается M_0 – начальное количество узлов по радиусу цилиндра. Значение $M > M_0$ и учитывает максимально возможное количество намерзших слоев металла или шлака.



1-сталеразливочный ковш; 2-расплав стали;
3-раскислитель погруженный в расплав стали; 4 - раскислитель проходящий расплав шлака;
5-раскислитель всплывший на границу раздела фаз шлак-металл; 6 - расплав шлака;

Рисунок 1 – Схема к технологическому процессу ввода раскислителя в сталеразливочный ковш

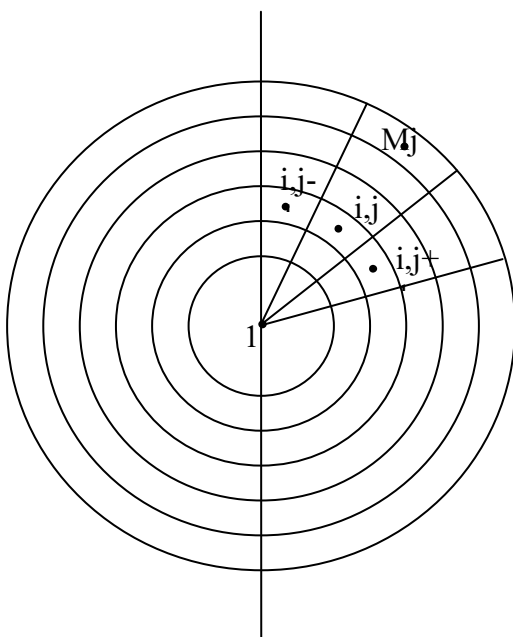


Рисунок 2 – Расчетная область к задаче плавления цилиндра на границе раздела фаз шлак-металл с использованием криволинейной расчетной сетки.

В предлагаемом алгоритме расчета также используется явная разностная схема.

Для расчета значений температур $t_{i,j}^{n+1}$ узлы сетки разделяются на внутренние контрольные объемы ($2 \leq i \leq M-1$, $2 \leq j \leq N-1$), центральные контрольные объемы ($i=1$, $1 \leq j \leq N$) и поверхностные контрольные объемы ($i=M$, $1 \leq j \leq N$).

Уравнение баланса тепла для центральных контрольных объемов ($i=1$, $1 \leq j \leq N$) имеет вид:

$$V \rho_{1,j}^n C_{1,j}^n \frac{t_{1,j}^{n+1} - t_{1,j}^n}{\Delta \tau} = 0 - \frac{S_s \cdot (t_{1,j}^n - t_{2,j}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{1,j}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{2,j}^n} \right)} + \frac{S_6 \cdot (t_{1,j-1}^n - t_{1,j}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{4\lambda_{1,j-1}^n} + \frac{\Delta r}{4\lambda_{1,j}^n} \right)} - \frac{S_6 \cdot (t_{1,j}^n - t_{2,j}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{4\lambda_{1,j}^n} + \frac{\Delta r}{4\lambda_{2,j}^n} \right)} \quad (1)$$

Значения контрольного объема V , верхней поверхности S_s и боковых поверхностей S_6 определяются в виде:

$$V = \frac{\Delta r}{2} \cdot \frac{\Delta r}{2} \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z, \quad S_s = S_6 = \frac{\Delta r}{2} \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z, \quad (2)$$

где Δz - толщина контрольного объема, в расчетах Δz принимается равной 1.

В расчетах при $j=1$ исключается второе слагаемое в правой части уравнения (1); при $j=N$ исключается третье слагаемое в правой части этого уравнения.

Уравнения баланса тепла для внутренних контрольных объемов имеют вид:

$$V \rho_{i,j}^n C_{i,j}^n \frac{t_{i,j}^{n+1} - t_{i,j}^n}{\Delta \tau} = \frac{S_s \cdot (t_{i+1,j}^n - t_{i,j}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{i+1,j}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{i,j}^n} \right)} - \frac{S_j \cdot (t_{i,j}^n - t_{i-1,j}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{i,j}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{i-1,j}^n} \right)} - \frac{S_6 \cdot (t_{i,j}^n - t_{i,j+1}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{i,j}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{i,j+1}^n} \right)} + \frac{S_6 \cdot (t_{i,j-1}^n - t_{i,j}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{i,j-1}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{i,j}^n} \right)} \quad (3)$$

Значения контрольных объемов V , верхней поверхности S_s , нижней поверхности S_j и боковых поверхностей S_6 определяются в виде:

$$V = r_i \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z = i \cdot \Delta r \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z; \quad S_s = \left(i + \frac{1}{2} \right) \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z; \\ S_j = \left(i - \frac{1}{2} \right) \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z; \quad S_6 = i \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z \quad (4)$$

В расчетах при $j=1$ исключается четвертое слагаемое в правой части уравнения (4); при $j=N$ исключается третье слагаемое в правой части этого уравнения. Согласно методу Дюзимбера [4] при замерзании и последующем плавлении оболочек металла и шлака температура поверхностного слоя принимает значение соответствующей температуры плавления (замерзания), т.е. расчет поля температур производится с граничными условиями I рода. Для расчета процесса замерзания (плавления) поверхностных контрольных объемов в цилиндре, металле или шлаке определяется избыточная $t_{из}$ (по отношению к температуре плавления $t_{пл}$) температура из уравнения баланса тепла:

$$V \rho_{M,j}^n C_{M,j}^n \frac{t_{из} - t_{пл}}{\Delta \tau} = \frac{S_j \cdot (t_{M-1,j}^n - t_{пл}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{M-1,j}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{M,j}^n} \right)} - S_s \cdot \alpha_j (t_{пл}^n - t_j^z) + \frac{S_6 \cdot (t_{M,j-1}^n - t_{пл}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{M,j-1}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{M,j}^n} \right)} - \frac{S_6 \cdot (t_{пл}^n - t_{M,j+1}^n)}{\left(\frac{\Delta r}{2\lambda_{M,j}^n} + \frac{\Delta r}{2\lambda_{M,j+1}^n} \right)} \quad (5)$$

Значения контрольных объемов V , верхней поверхности S_s , нижней поверхности S_j и боковых поверхностей S_6 определяются в виде:

$$V = r_M \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z = M \cdot \Delta r \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z; S_j = \left(M - \frac{1}{2} \right) \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z;$$

$$S_s = \left(M + \frac{1}{2} \right) \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z; S_\sigma = M \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z \quad (6)$$

Коэффициент теплоотдачи α_j , температура расплава $t^{\text{ж}}$ и температура плавления (намерзания) $t_{\text{пл}}$ принимают значения в зависимости от принадлежности поверхностного слоя к жидкому металлу или жидкому шлаку. Разность между значением избыточной температуры и температуры плавления суммируется в отдельных счетчиках. Для этих целей введен массив cd_j . В начале счета его элементы равны 0. Если значение cd_j станет больше отношения теплоты плавления материала к его теплоемкости, то считается что граничная ячейка с координатами (M_j, j) расплавилась. При этом $t[M_j, j]$ становится равной значению температуры расплава, а количество узлов по радиусу M_j уменьшается на 1. Если на данном временном слое узлов происходит намерзание материала, то также сравнивается значение cd_j с отношением теплоты плавления материала к его теплоемкости. При этом если cd_j больше этого отношения или равно ему, то количество узлов по радиусу M_j увеличивается на 1. После расплавления намерзшей оболочки металла процесс расчета плавления цилиндра закончен, поскольку к этому времени внутри оболочки металла твердая фаза цилиндра полностью проплавляется.

Выводы. В результате проведенных расчетов установлено: скорости движения металла в верхней части ковша в среднем не превышают 0,004 м/с, что не оказывает особого влияния на движение добавки раскислителя; кинематическая картина движения добавки практически везде одинакова. Имеется ввиду, что не зависимо от места ввода в расплав, раскислитель всплывает в том же месте и затем сдвигается в направлении стенки ковша; для всех вариантов и различных мест ввода длительность пребывания добавок раскислителей в расплаве не превышает 1 сек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотова Ю.А., Павлюченков И.А., Самохвалов С.Е. Математическая модель расплавления алюмосодержащего сплава при доводке стали в сталеразливочном ковше // Новые технологии. – 2005. – №1-2(7 - 8). – С. 218 – 225.
2. Болотова Ю.А., Павлюченков И.А. Исследование процессов расплавления слитков алюмосодержащих сплавов на основе железа методами математического моделирования // Сборник научных трудов НМетАУ “Металлургическая теплотехника”, 2005. – книга 1. – С. 329 - 338.
3. Болотова Ю. А. Разработка рациональных режимов плавления слитков алюмосодержащих сплавов на основе железа при раскислении стали в ковше : Дис.канд. техн. наук: 05.14.06 / Днепродзержинский гос. технический ун-т. — Днепродзержинск, 2006. — 158л. : рис. — Библиогр.: л. 138-153.
4. Волошин Р.В., Андриевский Г.А., Сало Е.В., Павлюченков И.А. Метод Дюзимбера в задачах плавления тугоплавкого раскислителя сферической формы на границе шлак - металл // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету , випуск 2 (19), Дніпродзержинськ, 2012, С. 99-104
5. Волошин Р.В. Алгоритм расчета кинетики плавления алюмосодержащего тугоплавкого цилиндра в сталеразливочном ковше на границе шлак-металл // Научный журнал: «Математичне моделювання», Дніпродзержинськ 2012,1(26). – С. 55 – 57

6. Волошин Р.В. Особенности плавления железоалюминиевых слитков в объеме расплава и на границе шлак – металл в сталеразливочном ковше // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки), випуск 1 (18), розділ «Металургія, Зварювання», Дніпродзержинськ, 2012. – С.26 – 31.

Поступила в редколлегию 29.02.2013

УДК 539.3

ЛЯШЕНКО Я.Г. к.физ.-мат.н., доцент

Національний авіаційний університет

ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПОЛІМЕРНОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ЗІ СФЕРОЇДАЛЬНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Вступ. Розвиток сучасної техніки пов'язаний із використанням нових багатокомпонентних матеріалів, що експлуатуються в умовах великих навантажень та температур. Що, в свою чергу, вимагає застосування матеріалів з підвищеними міцнісними властивостями. Тому необхідно розробляти такі композитні матеріали, в яких потрібні властивості синтезуються за рахунок підбору і управління взаємним розміщенням відповідних компонентів. Зв'язуючі речовини композиту, полімери, як відомо, під дією напружень проявляють деформації повзучості, яка, в свою чергу, супроводжується виникненням мікротріщин та мікропорожнин на межах кристалічних зерен. Як результат ефективна площа перерізу, що приймає навантаження, зменшується, а швидкість повзучості збільшується.

Постановка задачі. Розглянемо деформацію ізольованого включення канонічної форми в нескінченному середовищі з лінійно або нелінійно в'язкими властивостями. Припустимо осесиметричне навантаження на досить віддаленій границі. Дослідимо концентрацію напружень на міжфазній поверхні включення в залежності від його форми і фізико-механічних властивостей матриці і композитного матеріалу в цілому. Матриця композитного матеріалу припускається ізотропною і такою, що має в'язкопружні властивості. Залежність швидкості деформацій $\dot{\varepsilon}_{ij}$ від напружень σ_{ij} припускається степеневою, зокрема, для одновимірного розтягу [1]

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 (\sigma / \sigma_0)^n \quad (1)$$

Тут $\dot{\varepsilon}_0$ і σ_0 - величини швидкості деформації і напружень відлікового стану. Показник зміцнення (жорсткості) n змінюється від одиниці до нескінченності.

Для тривимірного напружено-деформованого стану рівняння (1) узагальнюється до вигляду [2, 3]